

Sústava lineárnych rovníc

Predmet: Didaktika matematiky

Cieľová skupina: Študenti učiteľstva matematiky (Mgr.)

Digitálne nástroje: GeoGebra, CAS (WolframAlpha, Maple, GeoGebra CAS), LMS Moodle

1 Motivačný úvod

- Historický kontext: Rhindov papyrus (úloha R24), čínska metóda „fang cheng“.
- Reálne situácie: rovnováha síl, rozdelenie nákladov, priesečník priamok.
- Aktivita: GeoGebra vizualizácia dvoch rovníc a ich priesečníka.

2 Matematické jadro

2.1 Definícia

Sústava lineárnych rovníc je množina rovníc:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

2.2 Typy riešení

- Jedno riešenie
- Nekonečne veľa riešení
- Žiadne riešenie

Vizualizácia: priesečník priamok, rovín, resp. priamky a roviny (GeoGebra).

2.3 Metódy riešenia

- Substitučná metóda
- Sčítacia (elimináčn) metóda
- Matricová metóda (Gaussova eliminácia, Cramerovo pravidlo)

2.4 CAS a algoritmizácia

- Príkaz: `Solve[{x + y = 3, 2x - y = 1}, {x, y}]`
- Diskusia: rozdiel medzi existenciou riešenia a výpočtom.
- Didaktická poznámka: študent musí chápať rozdiel medzi riešením a procesom riešenia.

3 Didaktická analýza pojmu

3.1 Kognitívne fázy konštrukcie pojmu

- **Konkrétna fáza** – riešenie jednoduchých rovníc s reálnym kontextom (napr. úloha o dvoch zmesiach).
- **Schematická fáza** – prechod k symbolickému zapisu dvoch lineárnych rovníc.
- **Formálna fáza** – zápis v maticovom tvare a riešenie pomocou algoritmov.

3.2 Didaktické ťažiská

- Problém prechodu *od priesečníka grafov k algebraickému riešeniu*.
- Prekonávanie žiackych omylov: zámene súradníc, nepochopenie významu parametra, zámena nekompatibilných rovníc.
- Didaktické riziko: „mechanické“ riešenie bez porozumenia geometrickej interpretácie.

4 Metodické odporúčania

4.1 Postupnosť

1. Vizualizácia situácie – grafická interpretácia (GeoGebra)
2. Riešenie symbolicky – CAS
3. Diskusia riešiteľnosti – analýza determinantov
4. Reflexia – prepojenie algebraického a geometrického modelu

4.2 Diferenciácia

- Slabší študenti: grafické riešenie 2×2 sústav
- Pokročilí: maticový zápis, Cramerovo pravidlo

4.3 Digitálne nástroje

- **GeoGebra applet**: posuvné priamky a dynamický priesečník.
- **CAS modul**: overenie výpočtu, vizualizácia maticových operácií.
- **Moodle test**: otázky typu číselná odpoveď, výber správneho postupu, interpretácia výsledku.

5 Typológia úloh

Typ úlohy	Charakteristika	Nástroj
Vizualizačná	Zisti polohu priamok podľa počtu riešení	GeoGebra
Procedurálna	Vyrieš sústavu pomocou eliminácie	CAS
Interpretačná	Čo znamená nulový determinant?	Moodle (otázka s vysvetlením)
Problémová	Návrh lineárneho modelu pre reálnu situáciu	GeoGebra + textová odpoveď

6 Didaktické reflexie

- Rozvíjanie pojmu lineárnosti a rovnováhy ako centrálného motívu.
- Rozlišovanie medzi numerickým riešením a štruktúrou riešiteľnosti.
- Význam pre pochopenie ďalších tém (matice, determinanty, lineárne zobrazenia, afinná geometria).

7 Úlohy pre samoštúdium

- Určte počet riešení v závislosti od parametra k .
- Vysvetlite geometrický význam determinantov v 2×2 prípade.
- Pomocou GeoGebry vytvorte applet, ktorý zobrazuje priesečník dvoch priamok.
- Skopírujte CAS výstup a analyzujte, čo znamená príkaz: `InfiniteSolutions`

8 Literatúra a zdroje

- Hejný, M. – Kuřina, F.: *Dítě, škola a matematika*. Portál, Praha.
- Struik, D. J.: *A Concise History of Mathematics*.
- GeoGebra Manual: <https://wiki.geogebra.org>
- Moodle Docs: *Question types and CAS integration*