

Posunutie

Posunutie $\tau_{\vec{u}}$ o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ zobrazuje bod $X[x_1, x_2]$ na bod $X'[x_1 + u_1, x_2 + u_2]$.

Posunutie

Posunutie τ_u o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ zobrazuje bod $X[x_1, x_2]$ na bod $X'[x_1 + u_1, x_2 + u_2]$.

Vyjadrenie pomocou matíc

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\sigma_y} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Posunutie

Posunutie $\tau_{\vec{u}}$ o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ zobrazuje bod $X[x_1, x_2]$ na bod $X'[x_1 + u_1, x_2 + u_2]$.

Vyjadrenie pomocou matíc

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\sigma_y} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Sčítovanie matíc môžeme nahradiť rozšírenou maticou typu 3 × 3.

Rozšírené matice

Posunutie τ_u o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ vyjadríme ako súčin matíc.

Rozšírené matice

Posunutie τ_u o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ vyjadríme ako súčin matíc.

Pokúsme sa nájsť rozšírenú maticu typu 3 × 3 tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + u_1 \\ x_2 + u_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rozšírené matice

Posunutie τ_u o vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ vyjadríme ako súčin matíc.

Pokúsme sa nájsť rozšírenú maticu typu 3 x 3 tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + u_1 \\ x_2 + u_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ľahko zistíme, že matica

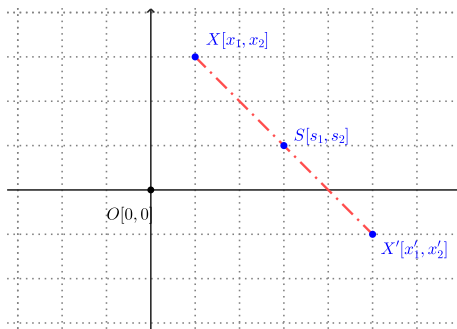
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & u_1 \\ 0 & 1 & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

vyhovuje naším požiadavkám.

Stredová súmernosť

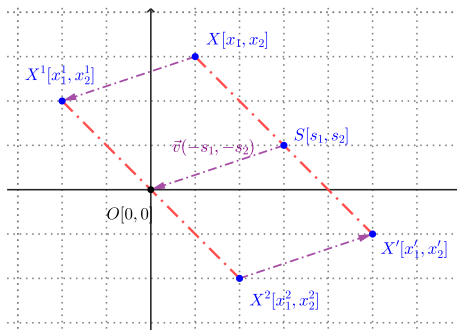
Príklad

Vyjadrite stredovú súmernosť $\rho_{S[s_1, s_2]}$ podľa ľubovoľného stredu $S[s_1, s_2] \neq S[0, 0]$ pomocou rozšírenej matice.



Stredová súmernosť - konštrukčné riešenie

- 1 Danú stredovú súmernosť vyjadríme ako zložené zobrazenie
- posunutia $\tau_{-\vec{v}}$ o vektor $\vec{v} = (-s_1, -s_2)$
 - stredovej súmernosti $\rho_{S[0,0]}$
 - posunutia $\tau_{\vec{v}}$ o vektor $\vec{v} = (s_1, s_2)$



Stredová súmernosť - analytické riešenie

- ① Posunutie τ_{-v} o vektor $\vec{v} = (-s_1, -s_2)$ je určené maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -s_1 \\ 0 & 1 & -s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stredová súmernosť - analytické riešenie

- ① Posunutie τ_{-v} o vektor $\vec{v} = (-s_1, -s_2)$ je určené maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -s_1 \\ 0 & 1 & -s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ② Stredová súmernosť je daná maticou

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stredová súmernosť - analytické riešenie

♠ Zrejme posunutie τ_v o vektor $\vec{v} = (s_1, s_2)$ je určené maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stredová súmernosť - analytické riešenie

- ♠ Zrejme posunutie τ_v o vektor $\vec{v} = (s_1, s_2)$ je určené maticou

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ♠ Stredová súmernosť ako zložené zobrazenie je dané súčinom matíc

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -s_1 \\ 0 & 1 & -s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stredová súmernosť - analytické riešenie

Postupným prenasobením dostaneme

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Stredová súmernosť - analytické riešenie

Postupným prenasobením dostaneme

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2s_1 \\ 0 & -1 & 2s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stredová súmernosť - záver

Tvrdenie

Pre obraz bodu $X[x_1, x_2]$ v stredovej súmernosti $\rho_{S[s_1, s_2]}$ platí

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2s_1 \\ 0 & -1 & 2s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Stredová súmernosť - záver

Tvrdenie

Pre obraz bodu $X[x_1, x_2]$ v stredovej súmernosti $\varrho_S[s_1, s_2]$ platí

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2s_1 \\ 0 & -1 & 2s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2s_1 - x_1 \\ 2s_2 - x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

To je analytický výsledok.