Chceme zistiť, či polynóm $p(x) = x + 4$ patrí do lineárneho obalu množiny

$$A = \{x + 5,\ 2x - x^2 + 1,\ x^2 - x + 2\}.$$

Polynóm $p(x) = x + 4$ musí byť vyjadriteľný ako lineárna kombinácia prvkov množiny A:

$$\alpha(x + 5) + \beta(2x - x^2 + 1) + \gamma(x^2 - x + 2) = x + 4.$$

Rozpíšme ľavú stranu:

$$\alpha x + 5\alpha + 2\beta x - \beta x^2 + \beta + \gamma x^2 - \gamma x + 2\gamma.$$

Zlúčime členy s rovnakými mocninami:

$$(-\beta + \gamma)x^2 + (\alpha + 2\beta - \gamma)x + (5\alpha + \beta + 2\gamma).$$

Táto kombinácia sa musí rovnať polynómu $x + 4$, teda musí platiť pre

člen pri x^2:

$$-\beta + \gamma = 0$$

člen pri x:

$$\alpha + 2\beta - \gamma = 1$$

konštantu:

$$5\alpha + \beta + 2\gamma = 4$$

Z prvej rovnice máme:

$$\gamma = \beta.$$

Druhá rovnica po dosadení $\gamma = \beta$ dáva:

$$\alpha + 2\beta - \beta = \alpha + \beta = 1.$$

Tretia rovnica:

$$5\alpha + \beta + 2\beta = 5\alpha + 3\beta = 4.$$

Zo systému:

$$\alpha + \beta = 1$$

$$5\alpha + 3\beta = 4$$

Vyjadríme $\alpha = 1 - \beta$ a dosadíme do druhej rovnice:

$$5(1 - \beta) + 3\beta = 4.$$

Po úprave:

$$5 - 5\beta + 3\beta = 4$$

$$5-2\beta=4$$
$$-2\beta=-1 \implies \beta=\frac{1}{2}.$$

Teda $\gamma=\frac{1}{2}$ a $\alpha=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Našli sme α,β,γ, ktoré vyhovujú podmienkam, takže polynóm $x+4$ skutočne patrí do lineárneho obalu množiny A.

$$\boxed{\text{Áno, polynóm } x+4 \text{ patrí do lineárneho obalu množiny } A.}$$