



Európska únia
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Gabriela Novacká

Softvér GeoGebra na hodinách matematiky

2011

Publikácia bola vydaná a financovaná z prostriedkov ESF
v rámci národného projektu Profesionálny a kariérový rast
pedagogických zamestnancov.
ITMS kód projektu 26120130002
ITMS kód projektu 26140230002

SOFTVÉR GEOGEBRA
NA HODINÁCH MATEMATIKY

Gabriela Novacká

BRATISLAVA 2011

Názov: **Softvér GeoGebra na hodinách matematiky**
Autori: Mgr. Gabriela Novacká
Recenzenti: RNDr. Eva Poliaková
PaedDr. Michal Modrák, PhD.
Vydavateľ: Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave

Odborná redaktorka: Mgr. Terézia Peciarová
Grafická úprava: Ing. Monika Chovancová
Vydanie: 1.
Rok vydania: 2011
Počet strán: 58

ISBN 978-80-8052-374-9

OBSAH

Predslov	5
Úvod	6
1 Softvér GeoGebra	7
1.1 Inštalovanie a spustenie softvéru	7
1.2 Pracovné prostredie programu GeoGebra	7
2 Geometrické okno (nákresňa) a Príkazový riadok	9
2.1 Panel nástrojov/ Príkazový riadok	9
Skupina nástrojov A/Vstup	9
Skupina nástrojov B/Vstup	10
Skupina nástrojov C/Vstup	11
Skupina nástrojov D/Vstup	12
Skupina nástrojov E/Vstup	14
Skupina nástrojov F/Vstup	14
Skupina nástrojov G/Vstup	16
Skupina nástrojov H/Vstup	17
Skupina nástrojov I/Vstup	18
Skupina nástrojov J/Vstup	19
Skupina nástrojov K/Vstup	22
3 Zmena hodnôt, animácie	24
4 Metodika práce so softvérom	25
5 Ukážky využitia nástrojov softvéru Geogebra	26
5.1 Obsahy útvarov	26
UKÁŽKA 1	26
UKÁŽKA 2	28
UKÁŽKA 3	30
5.2 Trojuholníky	33
UKÁŽKA 4	33
UKÁŽKA 5	35
UKÁŽKA 6	36
UKÁŽKA 7	38
UKÁŽKA 8	40
UKÁŽKA 9	42
5.3 Množiny bodov s danou vlastnosťou	44
UKÁŽKA 10	44
UKÁŽKA 11	45

5.4 Funkcie	47
UKÁŽKA 12	47
UKÁŽKA 13	48
5.5 Zobrazenia	49
UKÁŽKA 14	50
UKÁŽKA 15	51
Záver	54
Zoznam bibliografických zdrojov	55
Príloha A – Logické operácie	56
Príloha B – Aritmetické operácie	57
Príloha C – LaTeX-ovské vzorce	58

PREDSLOV

V súčasnej dobe prebieha prudký rozvoj informačných a komunikačných technológií, ktorý sa premieta aj do edukačného procesu. Mladú generáciu je potrebné pripravovať na riešenie problémov reálneho života už v základných a stredných školách pomocou vhodnej motivácie, inováciou foriem, metód a aplikovaním moderných informačno-komunikačných technológií (IKT) do vyučovacieho procesu.

Počítačom podporovaná konštrukcia geometrických útvarov prináša nové možnosti na rozdiel od klasického spôsobu konštrukcie používajúcej papier, ceruzku, pravítko a kružidlo. GeoGebra umožňuje voľnú manipuláciu s objektmi, merať a odstrániť útvary, vykonať zmeny, alebo začať celkom od začiatku, ako aj prehrať celú konštrukciu po jednotlivých krokoch.

Z uvedených príčin sme sa rozhodli vytvoriť program kontinuálneho vzdelávania zameraný na posilňovanie profesijných kompetencií v oblasti práce s dynamickým matematickým softvérom GeoGebra, ktorý môžu nekomerční užívatelia používať a distribuovať bezplatne, čo je veľmi výhodné vzhľadom na súčasné finančné možnosti škôl. K uvedenému programu ponúkame podporný učebný materiál, ktorý predstavuje podrobný návod na prácu so softvérom vrátane konkrétnych ukážok aktivít. Veríme, že ponúkaný materiál vám uľahčí orientáciu v tejto problematike.

Autorka

ÚVOD

Rozvíjanie kľúčových kompetencií je dôležitou súčasťou celoživotného vzdelávania. Jedným z opatrení v Programovom manuáli k Operačnému programu Vzdelávanie je: „uskutočniť obsahovú prestavbu vzdelávania na ZŠ a SŠ a s využitím inovovaných foriem a metód výučby pripraviť absolventa pre aktuálne a perspektívne potreby vedomostnej spoločnosti, ako aj pre jeho nadväzujúce vzdelávanie v systéme VŠ a ďalšieho vzdelávania“. Aktivity spolufinancované v rámci tejto priority budú v oblasti regionálneho školstva koncentrované na zvyšovanie kvality kľúčových kompetencií (v zmysle prílohy č. 7 OPV „Odporúčanie Európskeho parlamentu a rady z 18. decembra 2006 o kľúčových kompetenciách pre celoživotné vzdelávanie) a zručností žiakov (Fatyková, Kováčiková, 2009).

Jednou zo spomínaných kľúčových kompetencií je aj *Digitálna kompetencia*. Zmysluplné zavádzanie IKT do vyučovania sa do určitej miery odvíja aj od technickej spôsobilosti vyučujúcich.

Program kontinuálneho vzdelávania GeoGebra v edukačnom procese je zameraný na posilňovanie profesijných kompetencií v oblasti práce s dynamickým matematickým softvérom. Učebný materiál spracovaný k uvedenému programu slúži ako podrobný návod práce so softvérom GeoGebra. Materiál pozostáva z piatich kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá inštalovaním softvéru a jeho pracovným prostredím. Druhá je zameraná na opis nákresne, jednotlivých nástrojov a s nimi súvisiacich príkazov. V tretej kapitole sme sa zamerali na opis realizácie zmeny hodnôt a animácií. Štvrtá kapitola je zameraná na metodiku práce so softvérom a piata kapitola obsahuje ukážky využitia nástrojov softvéru Geogebra. Funkčné výkresy, ktoré tvoria súčasť prílohy tohto učebného zdroja, sú dostupné v elektronickej forme.

1 SOFTVÉR GEOGEBRA

GeoGebra je voľne šíriteľný matematický softvér, ktorý môžeme využívať v edukačnom procese od základných škôl až po univerzity. Spája v sebe geometriu, algebru a matematickú analýzu. GeoGebra ponúka pedagógom prostredie na tvorbu interaktívnych materiálov, pričom pre tieto materiály je charakteristické, že ku každému vyjadreniu v algebraickom okne je jednoznačne priradený jeden objekt v geometrickom okne a opačne.


1.1 Inštalovanie a spustenie softvéru

Softvér GeoGebra môžeme inštalovať nasledujúcimi spôsobmi:

- a) pri využití možnosti WebStart – inštalácia a štart GeoGebry na našom počítači – je možné využívať program aj v režime offline (inštaláčne súbory pre žiakov, ktorí nemajú pripojenie na internet, sú k dispozícii na stránke <http://www.geogebra.org/cms/cs/installers>),
- b) ak využijeme možnosť Applet Start, otvorí sa v našom internetovom prehliadači plne funkčný applet GeoGebry a do počítača sa nič nenainštaluje.

Podmienkou funkčnosti je mať v prehliadači alebo počítači nainštalovanú podporu prostredia Java.

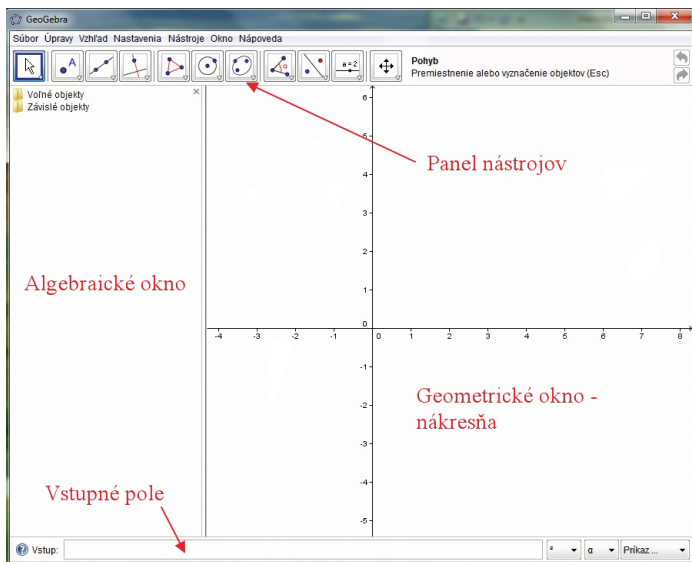
Softvér GeoGebra spustíme jednou z nasledujúcich možností:

- dvojitým kliknutím na ikonu programu umiestnenú na ploche ,
- postupnosťou príkazov Štart → Programy → GeoGebra.

1.2 Pracovné prostredie programu GeoGebra

Po spustení softvéru sa na monitore objaví okno (obr. 1). V uvedenom prostredí môžeme konštruovať dvoma spôsobmi:

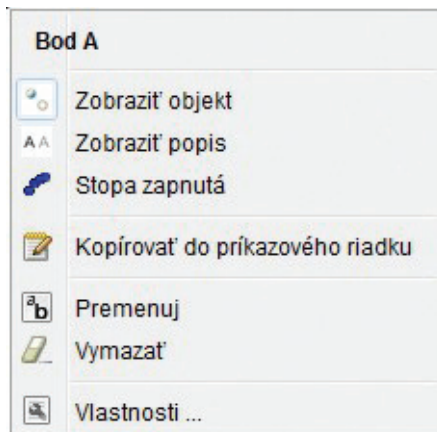
- › pomocou *Panela nástrojov*,
- › zadávaním príkazov do príkazového riadka.



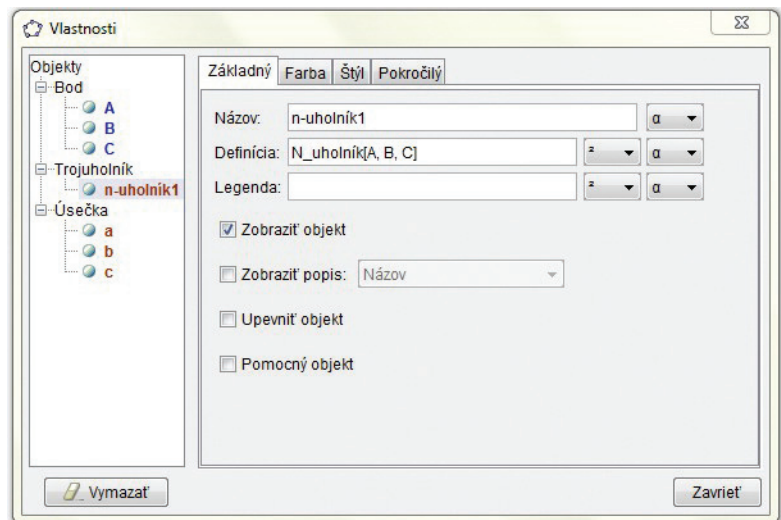
Obr. 1 Pracovné prostredie programu GeoGebra

Nezáleží na spôsobe zadávania objektov. Objekt je vždy zobrazený v geometrickom okne (nákresňa) a zapísaný do algebraického okna. Objekty v geometrickom okne môžeme skryť, algebraické okno zavrieť.

Pri prechádzaní myšou ponad objekt v geometrickom, prípadne algebraickom okne sa zobrazí jeho opis. Po kliknutí na objekt pravým tlačidlom myši sa zobrazí kontextová ponuka príslušná k danému objektu (obr. 2). Pri voľbe položky *Vlastnosti* otvoríme dialógové okno s možnosťou meniť názov objektu, farbu, veľkosť, hrúbku čiary, štýl a výplň objektu (obr. 3).



Obr. 2 Kontextová ponuka k danému objektu



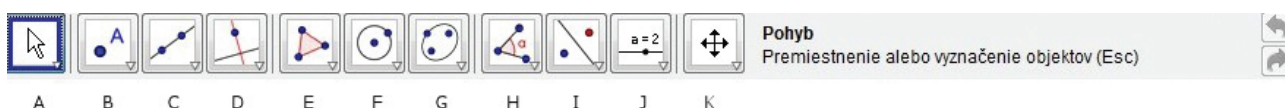
Obr. 3 Vlastnosti objektu (dialógové okno)

V algebraickom okne aktivujeme editačné pole dvojklikom na objekt.

2 GEOMETRICKÉ OKNO (NÁKRESŇA) A PRÍKAZOVÝ RIADOK

2.1 Panel nástrojov/Príkazový riadok

Názov aktívneho nástroja sa zvýrazní na pravej strane panela nástrojov (obr. 4), aktívny nástroj je zvýraznený modrým olemovaním. Na prehľadné označenie skupín nástrojov, ktoré budeme opisovať, použijeme veľké písmená abecedy od A po K.



Obr. 4 Panel nástrojov

Každý nástroj obsahuje v pravom dolnom rohu malú šípku. Po jej potvrdení zobrazíme ďalšie nástroje v skupine.




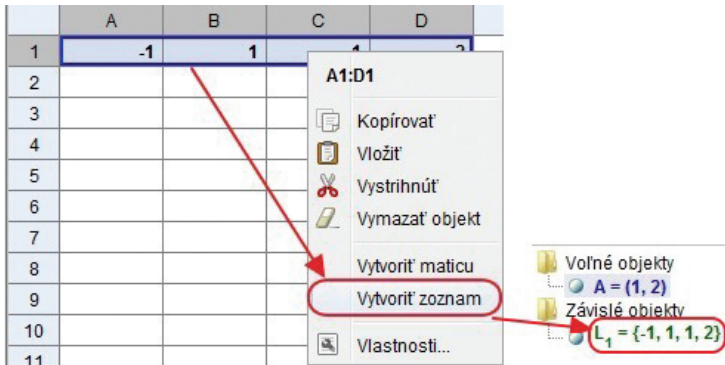
Pri vybraných nástrojoch budeme uvádzať aj príklady konštrukcie objektov zadaním príkazu do príkazového riadka (obr. 5) umiestneného v spodnej časti okna. V tabuľke použijeme pomenovanie Vstup. Na používanie indexov v pomenovaniach ako k_1 alebo S_{ABCD} budeme do vstupného políčka zapisovať k_1 alebo S_{ABCD} . Ak vo vstupe použijeme pomenovanie bodu A, prípadne objektu a, tie musia v súbore reálne existovať, inak bude zobrazené chybové hlásenie. Nakoľko v tomto učebnom zdroji nie je možné opísať všetky možnosti softvéru GeoGebra, odporúčame používať aj nápovedu, ktorá je prístupná aj v slovenskej jazykovej verzii.



Obr. 5 Príkazový riadok


SKUPINA NÁSTROJOV A/VSTUP



Tab. 1 Skupina nástrojov A

	<p><i>Pohyb</i></p>	<p>Pomocou nástroja <i>Pohyb</i> vyberáme objekt, ktorý presúvame myšou, prípadne pomocou smerových klávesov. Vybraný objekt môžeme pomocou klávesy Delete odstrániť. Viac objektov vyberáme klikaním na objekty a súčasným podržaním klávesy Ctrl, prípadne vytvorením aktívneho rámečka (pohybom myši so stlačeným ľavým tlačidlom) okolo požadovaných objektov. Nástroj <i>Pohyb</i> môžeme aktivovať aj pomocou klávesy Esc.</p>
	<p><i>Otočiť okolo bodu</i></p>	<p>Nástroj <i>Otočiť okolo bodu</i> nám umožňuje otáčať vybraný voľný bod okolo vopred zvoleného streda.</p>
	<p><i>Nahrať do tabuľky</i></p>	<p>Ak potrebujeme zaznamenať zmenu súradníc bodu, ktorý premiestňujeme, využijeme nástroj <i>Nahrať do tabuľky</i>. Po vybraní nástroja potvrdíme bod, následne ho uchytíme pravým tlačidlom myši a po premiestnení znova potvrdíme. Súradnice sa zapíšu do tabuľky, ktorú zobrazíme zaškrtnutím položky <i>Tabuľka</i> v menu <i>Vzhľad</i>. Zo zapísaných súradníc môžeme vytvoriť <i>Zoznam</i> (pravé tlačidlo myši na vyznačenú oblasť), ktorý sa zobrazí v algebraickom okne ako závislý objekt, napr. L_1.</p> <div data-bbox="577 1115 1305 1478" style="text-align: center;">  </div> <p>Obr. 6 Tvorba Zoznamu z prvkov zapísaných v tabuľke</p>

SKUPINA NÁSTROJOV B/VSTUP




Tab. 2 Skupina nástrojov B



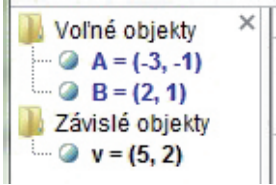

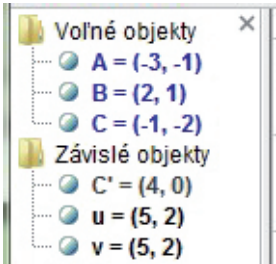
	<p><i>Nový bod</i></p>	<p>Po vybraní nástroja <i>Nový bod</i> umiestnime bod na nákrresňu kliknutím ľavým tlačidlom myši. V algebraickom okne sa zobrazia súradnice bodu A. Ak je bod umiestnený napr. na priamku, vznikne viazaný bod, ktorým pohybujeme iba po priamke. Daný bod uvoľníme jeho predefinovaním [napr.: v časti <i>Vlastnosti</i> → <i>Základný</i> → <i>Definícia</i> zapíšeme súradnice bodu (2, 3)].</p>
---	------------------------	--

Vstup	$A = (2, 3)$ $Bod[a]$ $Bod[A, u]$	Bod A so súradnicami 2 a 3. Bod na objekte a . Ak je objekt a n -uholníkom, bod je umiestnený na jeho obvod. Bod vzdialený od bodu A o dĺžku a smer vektora u .
	<i>Priesečník objektov</i>	Nástrojom <i>Priesečník objektov</i> konštruujeme priesečníky objektov dvoma spôsobmi: <ul style="list-style-type: none"> ▪ kliknutím na dva objekty, ▪ kliknutím na spoločný bod objektov.
Vstup	$Priesečník[a, b]$ $Priesečník[k, l, 2]$	Priesečník objektov a, b . Druhý priesečník kužeľosečiek k, l .
	<i>Stred</i>	Nástrojom <i>Stred</i> zostrojíme (kliknutím na príslušné útvary): <ul style="list-style-type: none"> ▪ stred dvoch bodov, ▪ stred úsečky, ▪ stred kužeľosečky.
Vstup	$Stred[A, B]$ $Stred[c]$	Stred medzi bodmi A, B . Stred úsečky, prípadne kužeľosečky c .

SKUPINA NÁSTROJOV C/VSTUP



Tab. 3 Skupina nástrojov C







	<i>Priamka dvoma bodmi</i>	Po vybraní nástroja <i>Priamka dvoma bodmi</i> klikneme na dve rôzne miesta nákrese. Rovnica danej priamky sa zobrazí v algebraickom okne.
Vstup	$Priamka[A, B]$ $Priamka[A, v]$	Priamka vedená bodmi A, B . Priamka prechádzajúca bodom A so smerovým vektorom v .
	<i>Úsečka</i>	Úsečku zostrojíme po aktivovaní nástroja <i>Úsečka</i> potvrdením dvoch bodov. Po priblížení kurzora k úsečke zobrazíme základné informácie o danom Úsečka a: Úsečka [A, B] objekte. V algebraickom okne v časti <i>Závislé objekty</i> sa zobrazí informácia o pomenovaní a dĺžke úsečky.
Vstup	$Úsečka[A, B]$	Úsečka s krajnými bodmi A, B .
	<i>Úsečka danej dĺžky z bodu</i>	Po aktivovaní nástroja <i>Úsečka danej dĺžky z bodu</i> vyznačíme na ploche nákrese bod a do otvoreného dialógového okna zadáme dĺžku úsečky (pri zápise desatinného čísla používame desatinnú bodku). Celú úsečku premiestňujeme zmenou polohy krajného bodu, ktorý sme na nákrešňu umiestnili ako prvý. Premiestňovaním druhého krajného bodu úsečku otáčame.

Vstup	$Úsečka[A, 3]$	Úsečka s krajným bodom A a dĺžkou 3 cm. Softvér GeoGebra vytvorí druhý krajný bod úsečky.
	<i>Polpriamka</i>	Polpriamku narýsujeme pomocou nástroja <i>Polpriamka</i> umiestnením počiatočného a vnútorného bodu objektu. Predefinovaním počiatočného a vnútorného bodu v dialógovom okne <i>Vlastnosti</i> → <i>Základný</i> → <i>Definícia</i> môžeme polpriamku prerýsovať.
Vstup	$Polpriamka[A, B]$ $Polpriamka[A, v]$	Polpriamka so začiatkom v bode A , prechádzajúca bodom B . Polpriamka so začiatkom v bode A so smerovým vektorom v .
	<i>Vektor</i>	Pri aktivovanom nástroji <i>Vektor</i> umiestňujeme na náčrtku jeho počiatočný a koncový bod. V algebraickom okne sa zobrazí informácia o súradniciach koncových bodov a o závislom objekte – vektore. 
Vstup	$Vektor[A, B]$ $Vektor[A]$ $JednotkovýVektor[a]$	Vektor s počiatočným bodom A a koncovým bodom B . Polohový vektor bodu A . Jednotkový vektor priamky a .
	<i>Vektor z bodu</i>	Využitím nástroja <i>Vektor z bodu</i> (napr. bodu C) môžeme po potvrdení bodu C a vektora v skonštruovať bod $C' = C + v$ a vektor u s počiatočným bodom C a koncovým bodom C' . 

SKUPINA NÁSTROJOV D/VSTUP



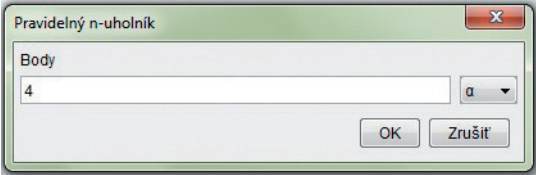
Tab. 4 Skupina nástrojov D

	<i>Kolmica</i>	Potvrdením bodu A a priamky p zostrojíme pomocou nástroja <i>Kolmica</i> priamku prechádzajúcu bodom A kolmo na priamku p .
Vstup	$Kolmica[C, a]$	Kolmica bodom C na priamku a .
	<i>Rovnoběžka</i>	Potvrdením bodu A a priamky p zostrojíme pomocou nástroja <i>Rovnoběžka</i> priamku prechádzajúcu bodom A rovnobežne s priamkou p .
Vstup	$Priamka[C, a]$	Priamka prechádzajúca bodom C rovnobežne s priamkou a .

	<i>Os úsečky</i>	Os úsečky zobrazíme pomocou rovnomenného nástroja po potvrdení úsečky, prípadne jej krajných bodov.
Vstup	<i>OsÚsečky[A, B]</i> <i>OsÚsečky[a]</i>	Os úsečky s krajnými bodmi A, B . Os úsečky a .
	<i>Os uhla</i>	Potvrdením dvoch priamok (úsečiek, polpriamok) pri aktívnom nástroji <i>Os uhla</i> zobrazíme osi uhlov tvorené týmito priamkami (úsečkami, polpriamkami). Potvrdením troch bodov zobrazíme os ostrého uhla.
Vstup	<i>OsUhla[A, B, C]</i>	Os uhla ABC .
	<i>Dotyčnice</i>	Nástrojom <i>Dotyčnice</i> zostrojíme dotyčnice ku kružnici, kužeľosečke, prípadne funkcii. Potvrdzujeme: <ul style="list-style-type: none"> ▪ bod a kužeľosečku (funkciu, ...), ▪ prípadne priamku a kužeľosečku.
Vstup	<i>Dotyčnica[A, k]</i> <i>Dotyčnica[2, f]</i> <i>Dotyčnica[A, f]</i>	Dotyčnice kužeľosečky k prechádzajúce bodom A . Dotyčnica grafu funkcie $f(x)$ v bode $x = a$. Dotyčnica ku grafu funkcie $f(x)$ v bode $x = x(A)$
	<i>Polára alebo polárna priamka</i>	Pomocou nástroja <i>Polára alebo polárna priamka</i> zostrojíme vyznačením bodu a kužeľosečky polárnu priamku, vyznačením priamky (prípadne vektora) a kužeľosečky poláru.
Vstup	<i>Polára[A, c]</i>	Polára bodu A vzhľadom ku kužeľosečke c .
	<i>Lineárna regresia</i>	Pomocou nástroja <i>Lineárna regresia</i> zostrojíme regresnú priamku. Aktivujeme body umiestnené v nákrese a následne nástroj (môžeme zvoliť aj opačný postup, najprv aktivujeme nástroj a následne pomocou výberu obtiahnutím jednotlivé body).
	<i>Množina bodov</i>	Geometrické miesto bodov zostrojíme po aktivovaní nástroja <i>Množina bodov</i> potvrdením bodu umiestneného na útvere (bod sa po útvere voľne pohybuje) a bodu, ktorý je na ňom závislý.
Vstup	<i>MnožinaBodov[A, C]</i>	Množina bodov A , ktorá je závislá na bode C (C musí ležať na objekte).

SKUPINA NÁSTROJOV E/VSTUP



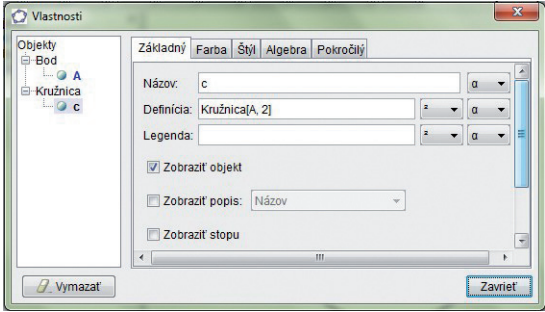
Tab. 5 Skupina nástrojov E

	<i>N-uholník</i>	Po aktivovaní nástroja <i>N-uholník</i> umiestnime na plochu nákrese najmenej tri body. N-uholník uzavrieme kliknutím na prvý vrchol. Pomenovanie objektu a jeho obsah sú zapísané v algebraickom okne.
Vstup	$N_uholník[A, B, C, D]$	$N_uholník ABCD$.
	<i>Pravidelný n-uholník</i>	Pravidelný n-uholník zostrojíme po aktivovaní príslušného nástroja umiestnením dvoch susedných vrcholov na plochu nákrese a zadáním počtu vrcholov do dialógového okna. 
Vstup	$N_uholník[A, B, 3]$	Pravidelný <i>n-uholník</i> s vrcholmi <i>A, B</i> a počtom vrcholov 3.








Obr. 9 Pravidelný n-uholník (dialógové okno)

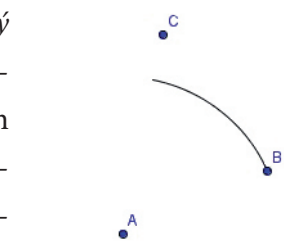
SKUPINA NÁSTROJOV F/VSTUP

Tab. 6 Skupina nástrojov F

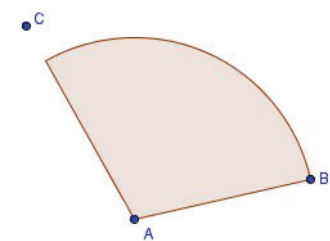
	<i>Kružnica daná stredom a bodom</i>	Po aktivovaní nástroja <i>Kružnica daná stredom a bodom</i> umiestnime na plochu nákrese stred kružnice a bod, ktorým má kružnica prechádzať.
Vstup	$Kružnica[S, A]$	Kružnica so stredom <i>S</i> , prechádzajúca bodom <i>A</i> .
	<i>Kružnica daná stredom a polomerom</i>	 Pomocou nástroja <i>Kružnica daná stredom a polomerom</i> zostrojíme kružnicu, ktorej polomer zapisujeme po umiestnení stredu do dialógového okna. Polomer takto zostrojenej kružnice nemôžeme meniť v geometrickom okne. Dĺžku polomeru meníme v okne <i>Vlastnosti</i> prepísaním zobrazenej hodnoty v časti <i>Základný</i> → <i>Definícia</i> .
Vstup	$Kružnica[A, 2]$	Kružnica so stredom <i>A</i> a polomerom 2 cm.

Obr. 10 Zmena polomeru kružnice danej stredom a polomerom (dialógové okno *Vlastnosti*)

	<i>Kružnica daná polomerom a stredom</i>	Po aktivovaní nástroja <i>Kružnica daná polomerom a stredom</i> najprv klikneme na narysovanú úsečku (prípadne dvoma klikmi určíme dĺžku polomeru) a následne umiestnime stred kružnice.
Vstup	<i>Kružnica[S, a]</i>	Kružnica so stredom S a polomerom a .
	<i>Kružnica daná tromi bodmi</i>	Kružnicu zostrojíme aj pomocou nástroja <i>Kružnica daná tromi bodmi</i> umiestnením troch bodov do geometrického okna.
Vstup	<i>Kružnica[A, B, C]</i>	Kružnica prechádzajúca bodmi A, B, C.
	<i>Polkružnica s krajnými bodmi</i>	Zadaním polohy krajných bodov priemeru zostrojíme aktivovaným nástrojom <i>Polkružnica s krajnými bodmi</i> uvedený objekt.
Vstup	<i>Polkružnica[A, B]</i>	Polkružnica s krajnými bodmi A, B.
	<i>Kružnicový oblúk daný stredom a krajnými bodmi</i>	Nástrojom <i>Kružnicový oblúk daný stredom a krajnými bodmi</i> zostrojíme kružnicový oblúk umiestnením stredu a krajného bodu oblúka, pričom ďalší bod nemusí ležať na oblúku.
Vstup	<i>KružnicovýOblúk[A, B, C]</i>	Kružnicový oblúk medzi bodmi B a C, so stredom v bode A.
	<i>Kružnicový oblúk daný tromi bodmi</i>	Umiestnením troch bodov do nákresne pomocou nástroja <i>Kružnicový oblúk daný tromi bodmi</i> zostrojíme uvedený objekt, pričom prvý a tretí bod sú krajnými bodmi oblúka a druhý leží na kružnicovom oblúku.
Vstup	<i>OpísanýKružnicový Oblúk[A, B, C]</i>	Kružnicový oblúk s krajnými bodmi A, C, prechádzajúci bodom B.
	<i>Kruhový výsek daný stredom a dvomi bodmi</i>	Pri aktivovanom nástroji <i>Kruhový výsek daný stredom a dvomi bodmi</i> umiestňujeme do nákresne najprv stred a potom jeden krajný bod kruhového výseku, ďalší bod nemusí ležať na oblúku.
Vstup	<i>KruhovýVýsek[A, B, C]</i>	Kruhový výsek so stredom v bode A a krajným bodom B. Bod C nemusí ležať na oblúku, určuje iba smer AC.
	<i>Kruhový výsek určený tromi bodmi</i>	Kruhový výsek môžeme zostrojiť aj pomocou nástroja <i>Kruhový výsek určený tromi bodmi</i> umiestnením troch bodov na obvodovú kružnicu.



Obr. 11 Kružnicový oblúk daný stredom a krajnými bodmi







Obr. 12 Kruhový výsek daný stredom a dvoma bodmi

Vstup	OpísanýKruhovýVýsek[A, B, C]	Kruhový výsek, oblúk prechádza cez body A, B, C.
-------	------------------------------	--




SKUPINA NÁSTROJOV G/VSTUP



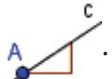
Tab. 7 Skupina nástrojov G

	<i>Elipsa</i>	Elipsu zostrojíme pomocou rovnomenného nástroja umiestnením troch bodov do nákresne, pričom prvé dva body sú ohniskami elipsy, tretí leží na obvoде útvaru.
Vstup	$elipsa: 3x^2 + 4y^2 - 24x - 24y = -72$ $elipsa: b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ <i>Elipsa[A, B, C]</i>	<p>Softvér priradí objektu pomenovanie <i>elipsa</i>.</p> <p>Ak sú definované hodnoty <i>a</i> a <i>b</i>, môžeme zadať <i>elipsu</i> aj v uvedenom tvare.</p> <p>Ak sú dané ohniská <i>A, B</i> a bod <i>C</i>, ktorým má <i>elipsa</i> prechádzať, môžeme ju zadať aj v tomto tvare.</p>
	<i>Hyperbola</i>	Aj pri využití nástroja <i>Hyperbola</i> umiestňujeme do nákresne tri body, pričom prvé dva body sú ohniskami hyperboly a tretí leží na útvaru.
Vstup	$hyperbola: 64x^2 - 80y^2 + 128x + 320y = 576$ $hyperbola: b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$ <i>Hyperbola[A, B, C]</i>	<p>Softvér priradí objektu pomenovanie <i>hyperbola</i>.</p> <p>Ak sú definované hodnoty <i>a</i> a <i>b</i>, môžeme zadať <i>hyperbolu</i> aj v uvedenom tvare.</p> <p>Ak sú dané ohniská <i>A, B</i> a bod <i>C</i>, ktorým má <i>hyperbola</i> prechádzať, môžeme ju zadať aj v uvedenom tvare.</p>
	<i>Parabola</i>	Parabolu zostrojíme pomocou rovnomenného nástroja umiestnením ohniska do geometrického okna a potvrdením určujúcej priamky.
Vstup	$parabola: x^2 + 2x y + y^2 - 8x + 8y = 48$ <i>Parabola[C,</i> <i>Priamka[A, B]]</i>	<p>Softvér priradí objektu pomenovanie <i>parabola</i>.</p> <p>Ak je dané ohnisko <i>C</i> a priamka <i>AB</i>, môžeme zadať <i>parabolu</i> aj v uvedenom tvare.</p>
	<i>Kuželosečka daná piatimi bodmi</i>	Pri využití nástroja <i>Kuželosečka daná piatimi bodmi</i> umiestňujeme do geometrického okna päť rôznych bodov. Body sú aktívne až do umiestnenia posledného z nich.
Vstup	<i>Kuželosečka[A, B, C, D, E]</i>	Ak chceme týmto vyjadrením zostrojiť kuželosečku, body <i>A, B, C, D, E</i> musia v súbore existovať.

SKUPINA NÁSTROJOV H/VSTUP





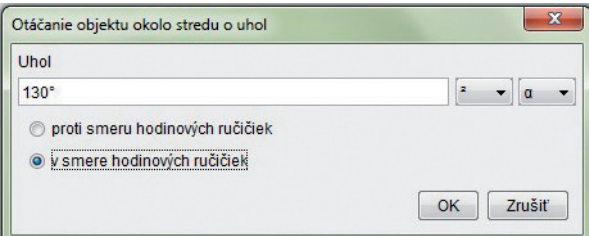
Tab. 8 Skupina nástrojov H



	<p><i>Uhol</i></p>	<p>Uhol zostrojíme rovnomenným nástrojom umiestnením troch rôznych bodov do nákresne, prípadne potvrdením dvoch rôznych priamok. Ak po aktivovaní nástroja potvrdíme trojuholník, zobrazíme jeho vnútorné uhly.</p>
<p>Vstup</p>	<p><i>Uhol[a, b]</i> <i>Uhol[v, u]</i> <i>Uhol[A, B, C]</i> <i>Uhol[Vektor[u]]</i> <i>Uhol[A]</i> <i>Uhol[trojuholník_{ABC}]</i></p>	<p>Uhol, ktorý zvierajú priamky a a b. Uhol, ktorý je daný vektormi v a u. Uhol ABC, kde bod B je vrcholom uhla. Uhol, ktorý zvierá vektor u s osou x. Uhol, ktorý zvierá polohový vektor bodu A s osou x. Zobrazíme vnútorné uhly trojuholníka ABC.</p>
	<p><i>Uhol danej veľkosti</i></p>	<p>Po aktivovaní nástroja <i>Uhol danej veľkosti</i> umiestňujeme do nákresne najprv bod na začiatočnom ramene uhla a vrchol uhla, potom v otvorenom dialógovom okne zadáme veľkosť uhla a jeho orientáciu.</p> <div data-bbox="587 1025 1185 1267" data-label="Image"> </div> <p>Obr. 13 Uhol danej veľkosti (dialógové okno)</p>
<p>Vstup</p>	<p><i>Uhol[A, B, α]</i> <i>Uhol[A, B, 45°]</i></p>	<p>Uhol α s vrcholom B a ramenom AB (hodnota α musí byť vopred zadaná – napr. posuvníkom, podobne aj body A, B). Uhol ABA', $ABA' = 45^\circ$ s vrcholom B a ramenom AB.</p>
	<p><i>Vzdialenosť alebo dĺžka</i></p>	<p>Po aktivovaní nástroja <i>Vzdialenosť alebo dĺžka</i> vyznačíme dva body, prípadne úsečku, mnohoúholník, kružnicu alebo elipsu.</p> <div data-bbox="794 1615 1209 1944" data-label="Image"> </div> <p>Obr. 14 Vzďialenosť alebo dĺžka</p>

Vstup	$Vzdialenosť[A, B]$ $Vzdialenosť[A, p]$ $Vzdialenosť[a, b]$	Číslo b <input type="text" value="Číslo b: Vzďialenosť A od B"/> zobrazené v algebraickom okne. Číslo a <input type="text" value="Číslo a: Vzďialenosť A od p"/> zobrazené v algebraickom okne. Číslo c <input type="text" value="Číslo c: Vzďialenosť a od b"/> zobrazené v algebraickom okne.
	<i>Obsah</i>	Informáciu o obsahu zobrazíme aktivovaním nástroja <i>Obsah</i> a potvrdením mnohoúholníka, kružnice alebo elipsy.
Vstup	$Obsah[A, B, C]$ $Obsah[c]$	Číslo a <input type="text" value="Číslo a: Obsah[A, B, C]"/> obsah mnohoúholníka ABC je zobrazené v algebraickom okne. Číslo a <input type="text" value="Číslo a: Obsah[c]"/> obsah kužeľosečky c je zobrazené v algebraickom okne.
	<i>Smernica</i>	Pomocou nástroja <i>Smernica</i> môžeme po potvrdení priamky, polpriamky alebo úsečky zobraziť hodnotu strmosti objektu (smernicu).
Vstup	$Smernica[c]$	Zobrazenie spádu/smernice priamky c  .

SKUPINA NÁSTROJOV I/VSTUP


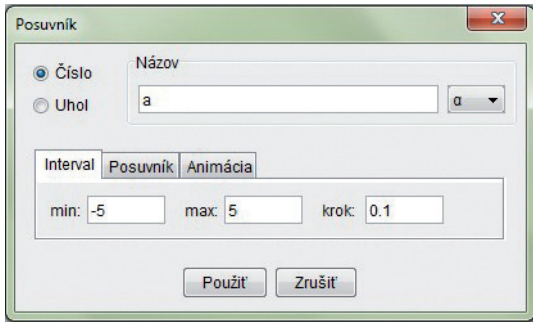
Tab. 9 Skupina nástrojov I


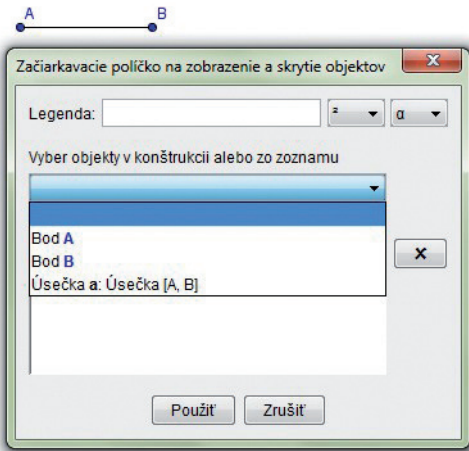

	<i>Osovo súmerný obraz objektu</i>	Súmerne združený objekt zobrazíme aktivovaním objektu a osi súmernosti.
Vstup	$Súmernosť[n, a]$	Zobrazenie objektu n v osovej súmernosti s osou a .
	<i>Stredovo súmerný obraz objektu</i>	Po aktivovaní nástroja <i>Stredovo súmerný obraz objektu</i> najprv aktivujeme objekt, ktorého obraz chceme v stredovej súmernosti zostrojiť, potom klikneme na stred súmernosti.
Vstup	$Súmernosť[n, S]$	Zobrazenie objektu n v stredovej súmernosti so stredom S .
	<i>Kružnicová inverzia</i>	Ak potrebujeme zobraziť obraz bodu v kružnicovej inverzii, aktivujeme príslušný nástroj, bod a určujúcu kružnicu inverzie.
	<i>Otáčanie objektu okolo stredy o uhol</i>	Potvrdením objektu a stredy otáčania pri aktivovanom nástroji <i>Otáčanie objektu okolo stredy o uhol</i> zobrazíme dialógové okno, v ktorom zadávame hodnotu uhla otáčania a jeho smer. 
		Obr. 15 Otáčanie objektu okolo stredy (dialógové okno)

Vstup	$Rotácia[n, \alpha, S]$	Otočenie objektu n o uhol α okolo bodu S .
	<i>Posunutie objektu dané vektorom</i>	Pri konštrukcii objektu pomocou nástroja <i>Posunutie objektu dané vektorom</i> aktivujeme najskôr daný objekt a následne vektor posunutia.
Vstup	$Posunutie[n, u]$	Posunutie objektu n o vektor u .
	<i>Zobraziť v rovnoláhlosti s daným stredom a koeficientom</i>	Pri konštrukcii objektu v rovnoláhlosti danej stredom a koeficientom potvrdíme objekt, stred rovnoláhlosti a následne do dialógového okna zadáme koeficient rovnoláhlosti.
Vstup	$Rovnoľahlosť[n, a, S]$	Zobrazenie objektu n v rovnoláhlosti so stredom S a koeficientom a .

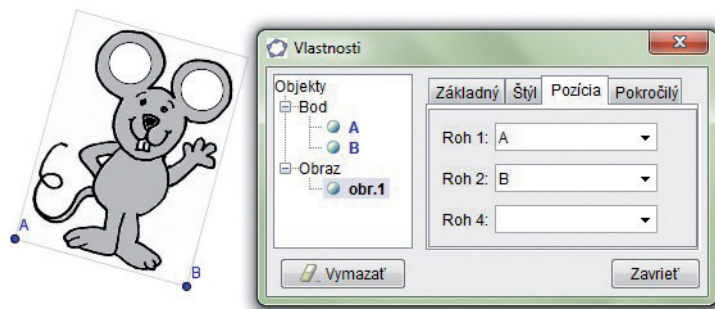
SKUPINA NÁSTROJOV J/VSTUP

Tab. 10 Skupina nástrojov J

	<i>Posuvník</i>	<p>Po aktivovaní nástroja a kliknutí na nákrēsňu zobrazíme dialógové okno, v ktorom zadávame vlastnosti posuvníka:</p> <ul style="list-style-type: none"> vyberáme jednu z možností: <ul style="list-style-type: none"> číslo, uhol, určujeme hranice intervalu, zadávame dĺžku posuvníka, rýchlosť animácie.
		 <p>Obr. 16 Posuvník (dialógové okno)</p>
Vstup	$n = 3.5$	Číslo n <input type="text" value="n = 3,5"/> sa zobrazí v algebraickom okne. Ak n zobrazíme v nákrēsni, zviditeľníme posuvník s predvolenou dolnou hranicou -5, hornou 5 a krokom 0.1. Uvedené hranice, ako aj krok posunu vieme upraviť v dialógovom okne <i>Vlastnosti</i> .

	<p>Začiarkavacie políčko na zobrazenie a skrytie objektov</p>	<p>Kliknutím na náčrt zobrazíme dialógové okno, v ktorom v časti <i>Legenda</i> zadáme opis začiarkavacieho políčka a zo zoznamu objektov umiestnených v náčrti vyberáme tie objekty, ktoré potrebujeme schovávať alebo zobrazovať.</p>  <p>Obr. 17 Začiarkavacie políčko (dialógové okno)</p>
	<p>Vložiť text</p>	<p>Kliknutím na náčrt zadávame v dialógovom okne text. Ten následne upravujeme v dialógovom okne <i>Vlastnosti</i> → <i>Text</i> (po úprave textu je potrebné potvrdiť tlačidlo <i>OK</i>). Polohu textu v náčrti môžeme upevniť: <i>Vlastnosti</i> → <i>Základný</i> → <i>Upevniť objekt</i>.</p> <p><u>Príklad 1:</u> Ak sa pri zmene dĺžky úsečky a v náčrti má meniť aj prislúchajúca číselná hodnota v texte, text zadávame do dialógového okna v tvare: „ $a =$ „ + a + „ cm“.</p> <p><u>Príklad 2:</u> Po zadaní <i>LaTeX</i>-ovského vzorca a/b sa v dialógovom okne objaví text „$\frac{\{\}}{\{\}}$“. Zadaním hodnôt 4 a 9 postupne do zátvoriek a následnom stlačení klávesy <i>OK</i> sa v geometrickom okne zobrazí zlomok $\frac{4}{9}$.</p>
<p>Vstup</p>	<p>$Text["Úsečka a = "$ $+ a+,cm"]$</p>	<p>Text uvedený v hranatých zátvorkách sa zobrazí v náčrti (číslo a musí v súbore reálne existovať). Číselná hodnota zobrazená v texte reaguje na zmenu polohy posuvníka a.</p>

Obrázok vkladáme po aktivovaní nástroja a kliknutí na pracovnú plochu. Obrázky môžeme spriehľadniť: *Vlastnosti* → *Štýl* → *Výplň*. Poloha obrázka môže byť absolútna (vzhľadom na nákresňu) a relatívna. Rohy obrázka môžeme prispôbiť polohe troch bodov v nákresni. Zmenou ich polohy obrázok zväčšujeme, zmenšujeme, otáčame,...

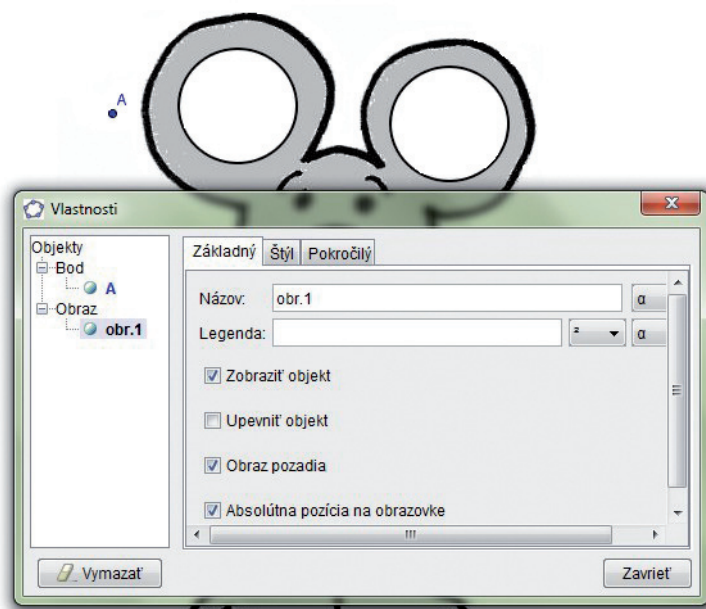


Obr. 18 Prispôbenie rohov obrázka polohe bodov v nákresni (dialógové okno *Vlastnosti*)


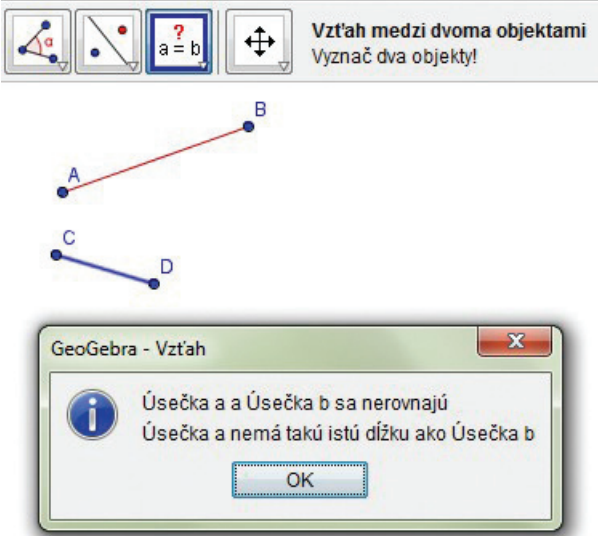
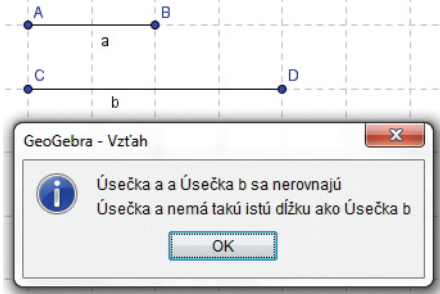


Vložiť obrázok

Obrázok môžeme uložiť ako obrázok pozadia *Vlastnosti* → *Základný* → *Obrázok pozadia*. Objekt sa umiestni pod súradnicové osi. Aj keď ho myšou nemôžeme vybrať, vyvolaním vlastností ľubovoľného bodu umiestneného v nákresni získame prístup k úprave vlastností obrázka.










Obr. 19 Úprava obrázka v pozadí (dialógové okno *Vlastnosti*)

	<p><i>Vzťah medzi dvoma objektmi</i></p>	<p>Informáciu o vzťahu medzi dvoma objektmi zobrazíme po výbere nástroja ich aktivovaním.</p>  <p>Obr. 20 Vzťah medzi dvoma objektmi</p>
<p>Vstup</p>	<p><i>Vzťah[a, b]</i></p>	 <p>Obr. 21 Vzťah medzi úsečkami a a b</p>

SKUPINA NÁSTROJOV K/VSTUP

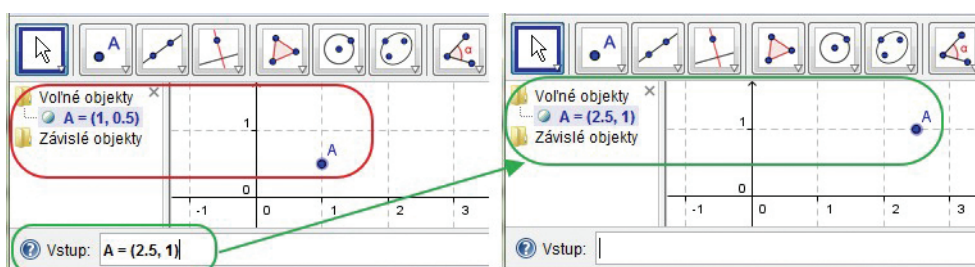
Tab. 11 Skupina nástrojov K

	<p><i>Posunutie nákrresne</i></p>	<p>Plochu nákrresne môžeme presúvať:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pri aktivovanom nástroji presunom pomocou myši (držíme jej ľavé tlačidlo), • ak nie je aktivovaný nástroj, pridržíme tlačidlo <i>Shift</i> (prípadne tlačidlo <i>Ctrl</i>) a presúvame nákrresňu myšou za súčasného držania jej ľavého tlačidla.
---	-----------------------------------	--

	<p><i>Zväčšenie</i></p>	<p>Pri aktivovanom nástroji kliknutím na geometrické okno nákrešňu približujeme.</p> <p>Bez aktivovaného nástroja približujeme a vzdalujeme nákrešňu pomocou rolovacieho kolieska myši.</p> <p>Ak pri stlačení pravého tlačidla myši obtiahnutím vyberieme objekt, ostane vyobrazená iba vybraná oblasť.</p> <p>Po kliknutí pravým tlačidlom myši na nákrešňu sa zobrazí ponuka <i>Nákresňa</i> → <i>Lupa</i>, pomocou ktorej môžeme meniť mierku zobrazenia.</p> <div data-bbox="1027 456 1342 842" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Nákresňa</p> <ul style="list-style-type: none"> Osí Mriežka Lupa OsX : OsY Ukázať všetky objekty Standardný vzhl'ad Nákresňa ... <div style="float: right; border: 1px solid gray; padding: 2px;"> <p>400%</p> <p>200%</p> <p>150%</p> <p>125%</p> <p>80%</p> <p>66%</p> <p>50%</p> <p>25%</p> </div> </div> <p style="text-align: right;">Obr. 22 Zmena mierky zobrazenia</p>
	<p><i>Zmenšenie</i></p>	<p>Pri aktivovanom nástroji kliknutím na geometrické okno nákrešňu oddalujeme. Rolovacie koliesko myši používame podobne ako v predchádzajúcom prípade.</p>
	<p><i>Zobraziť/skryť objekty</i></p>	<p>Pomocou uvedeného nástroja môžeme objekty skryť, prípadne zobraziť. Pri aktivovanom nástroji sú všetky objekty viditeľné.</p>
	<p><i>Zobraziť/skryť označenie</i></p>	<p>Pri aktivovanom nástroji kliknutím na objekt zobrazujeme, prípadne schováваме jeho označenie.</p>
	<p><i>Kopírovať štýl</i></p>	<p>Nástroj nám umožňuje kopírovať vlastnosti vyznačeného objektu. Kliknutím na nasledujúci objekt aplikujeme naň vlastnosti prvého aktivovaného objektu.</p>
	<p><i>Vymazať objekt</i></p>	<p>Pri aktivovanom nástroji vyznačíme objekt, ktorý chceme odstrániť.</p>
<p>Vstup</p>	<p><i>Zmazať[a]</i></p>	<p>Uvedeným príkazom odstránime objekt <i>a</i></p>

3 ZMENA HODNÔT, ANIMÁCIE

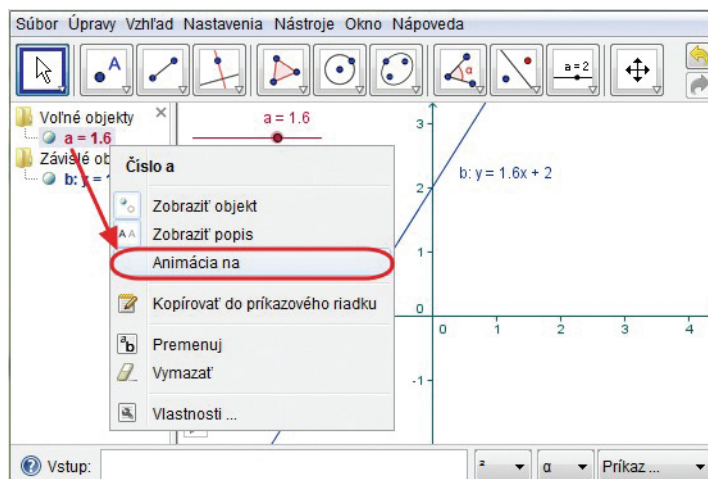
Ak chceme zmeniť súradnice bodu A , zadáme nové súradnice daného bodu do príkazového riadka a stlačíme klávesu *Enter*.



Obr. 23 Zmena hodnôt v príkazovom riadku

Animácie realizujeme pomocou posuvníkov.

Príklad: Ak do príkazového riadka zapíšeme $a = 1.6$ a stlačíme *Enter*, následne $y = a * x + 2$ a znova potvrdíme tlačidlom *Enter*, môžeme animovať priebeh grafu danej lineárnej funkcie niektorým z nasledovných spôsobov:



Obr. 24 Animácia grafu lineárnej funkcie $y = a * x + 2$

- posúvaním posuvníka a pomocou myši,
- aktivovaním posuvníka a striedavým stláčaním klávesov $+ a -$,
- aktivovaním posuvníka a striedavým stláčaním kurzorových klávesov *hore*, *dole*, *vľavo*, *vpravo*, kliknutím na objekt a (prípadne jeho zápis v algebraickom okne) pravým tlačidlom myši a následným zobrazením kontextovej ponuky príslušnej k danému objektu, kde potvrdíme položku *Animácia na*.

4 METODIKA PRÁCE SO SOFTVÉROM

Dynamický matematický softvér GeoGebra môžeme využiť v ktorejkoľvek fáze vyučovacej hodiny. Práca so softvérom podporuje rozvoj kľúčových kompetencií.

Rozvíja:

- digitálne kompetencie (kompetencie v oblasti informačných a komunikačných technológií – IKT) pri práci žiaka so softvérom,
- *kompetencie uplatňovať matematické myslenie a poznávanie v oblasti vedy a techniky* pri práci žiaka s konštrukčnými úlohami v dynamickom matematickom prostredí, grafmi a tabuľkami prezentovanými prostredníctvom softvéru GeoGebra,
- *komunikačné kompetencie* – žiak s využitím softvéru efektívne prezentuje sám seba i výsledky svojej práce, argumentuje a obhajuje svoj názor, učí sa rešpektovať názory iných, aplikuje svoje verbálne komunikačné zručnosti pri komunikácii v rodnom i cudzom jazyku (napr. porozumenie pokynom učiteľa pri práci so softvérom, práca s cudzojazyčnou verziou programu),
- *kompetencie riešiť problémy* – prostredníctvom problémových úloh v prostredí dynamickej geometrie prebieha učenie žiaka aktívnou formou.

Žiaci sa v danom prostredí učia vytvárať konštrukcie pomocou myši a nástrojov v geometrickom okne, prípadne zadávaním príkazov a definícií do príkazového riadka. Ak dodržia správny postup konštrukcie a použijú na konštrukciu jednotlivých krokov odpovedajúce nástroje, konštrukcia je presná. Nie sú nútení opakovane manuálne a veľmi často aj nepresne rýsovať na papier. Môžu sa zamerať na podstatu konštrukcie.

Manipuláciou s hotovými výkresmi môžu žiaci získavať poznatky sami. Takto získané poznatky majú trvalejší charakter. Učiteľ v tomto prípade vystupuje ako koordinátor práce. Hotové materiály vytvorené pomocou softvéru GeoGebra môže vyučujúci použiť predovšetkým v takých partiách matematiky, kde je na porozumenie problematike potrebné vytvoriť si správnu predstavu daného pojmu. Preto je možné dynamický matematický softvér využiť nielen pri výučbe geometrie (na čo je predovšetkým určený), ale aj pri budovaní predstáv o pojme funkcia, modelovaní a simulácii reálnych situácií, pretože pri tvorivom riešení najrozličnejších problémov (Jodas, Koreňová, 2002).

5 UKÁŽKY VYUŽITIA NÁSTROJOV SOFTVÉRU GEOGEBRA

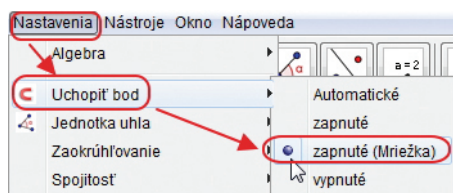
Pomocou softvéru GeoGebra, ktorý nám ponúka množstvo nástrojov na spracovanie interaktívnych materiálov, môžeme vytvoriť výkresy využiteľné v edukačnom procese. V nasledujúcej časti sa budeme bližšie venovať ich tvorbe pomocou priameho vstupu a príkazov. Aj keď v jednotlivých ukážkach sa budeme zaoberať opisom nástrojov softvéru GeoGebra a postupom tvorby interaktívnych materiálov, ukážky sme zaradili do podkapitol vzhľadom na ich využitie v edukačnom procese. Okrem textovej podoby sú jednotlivé ukážky k dispozícii aj elektronicky vo forme plne funkčných výkresov.

5.1 Obsahy útvarov

V tejto časti ponúkame ukážky využitia dynamickej geometrie pri oboznamovaní sa žiakov s pojmom obsah, pri odvodzovaní vzorcov na výpočet obsahu. Aj keď je vždy vhodnejšie, aby žiaci v rámci samostatnej práce manipuláciou s útvarmi získavali nové poznatky, uvedené materiály môže využiť vyučujúci prostredníctvom počítača a dataprojektora, prípadne interaktívnej tabule v ľubovoľnej fáze vyučovacej hodiny na demonštráciu rozličných javov, matematických vzťahov a vlastností objektov.

➔ UKÁŽKA 1

Charakteristika

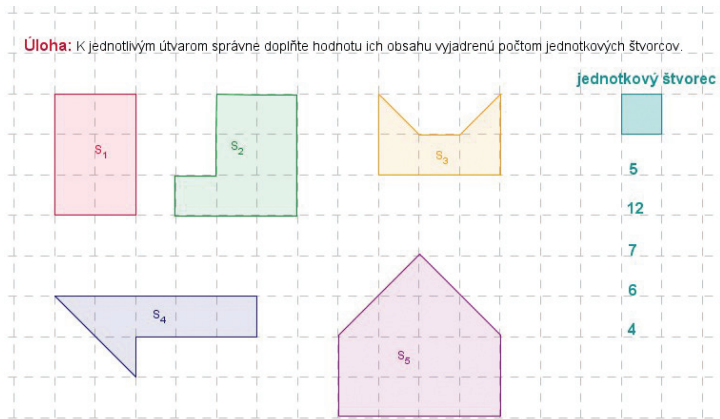


Obr. 25 Premiestňovanie objektu v uzloch súradnicovej mriežky

Softvér GeoGebra umožňuje presúvať objekty v geometrickom okne na ľubovoľné miesto nákresne. Pri konštrukcii n -uholníkov môžeme využiť vlastnosti mriežky a režim premiestňovania (prípadne umiestňovania) bodov, ktoré sa pohybujú iba v uzloch súradnicovej mriežky (obr. 25).

Takto môžeme jednoduchšie konštruovať v geometrickom okne objekty s celočíselným obsahom (ich vrcholy musia byť vhodne umiestnené v uzlových bodoch mriežky). Ak nepotrebujeme meniť tvar objektov, vrcholy schováme. Následne môžeme objekty v nákresni iba presúvať.

Aplikácia



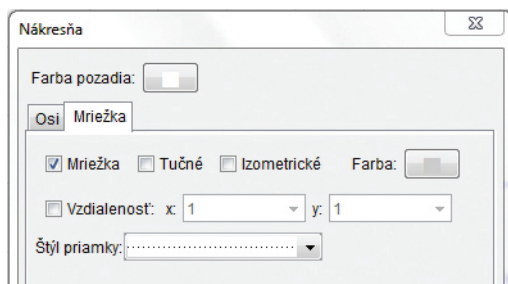
Obr. 26 Náhľad súboru ukazka_1.ggb


Pri oboznamovaní sa s pojmom obsah rovinných útvarov by malo byť prvou (náznornou) predstavou, že obsah útvarov je počet jednotkových štvorcov, ktorými môžeme útvar bez zvyšku a bez prekryvania pokryť (obr. 26). Z tohto dôvodu je vhodné nastaviť štýl výplne útvarov tak, aby bola mriežka dobre viditeľná aj cez jednotlivé objekty.

Žiak takto ľahšie získa predstavu o obsahu objektov umiestnených v nákrese a premiestnením priraduje objektom zodpovedajúce číselné hodnoty.




Postup

Na vytvorenie výkresu *Ukážka 1* využijeme:

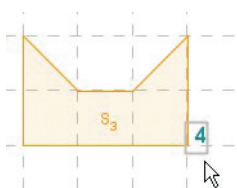



- vzhľad *Mriežka* , potvrdíme ju po zobrazení menu *Vzhľad* alebo po zobrazení menu *Nastavenia* → *Nákresňa* → *Mriežka*, prípadne po kliknutí pravým tlačidlom myši na nákrešňu a potvrdení poslednej položky – *Nákresňa* (jej vzhľad môžeme upraviť, obr. 27),

Obr. 27: Úprava vzhľadu mriežky

- nástroj *N-uholník* , ktorým vytvoríme požadované útvary, po aktivovaní nástroja *Zobraziť/schovať objekty*  schováme ich vrcholy,
- po kliknutí pravým tlačidlom myši na objekt a potvrdení položky *Vlastnosti* možnosť meniť názov, farebnosť, štýl,... vybraného objektu,
- nástroj *Vložiť text* , ktorým vložíme zadanie úlohy a príslušné číselné hodnoty zodpovedajúce obsahu objektov.

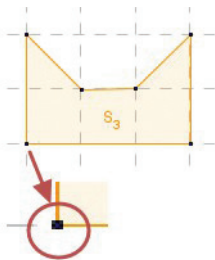
Využitie výkresu *Ukážka 1*:



V režime *Pohyb*  vytvárame uchytením ľavým tlačidlom myši a následnou zmenou polohy zodpovedajúce si dvojice objekt a číselná hodnota (obr. 28).

Obr. 28 Premiestňovanie objektov a číselných hodnôt

Tipy a nápady




Z didaktického hľadiska je niekedy užitočné odstrániť číselné hodnoty a zobraziť vrcholy objektov, čím sa docieli zvýšenie náročnosti aktivity. Žiaci bez pripravenej pomôcky zapisujú hodnoty obsahu zobrazených objektov. Zobrazenie vrcholov umožní modifikovať danú úlohu (zmenou polohy vrcholov meníme tvar objektov, obr. 29).

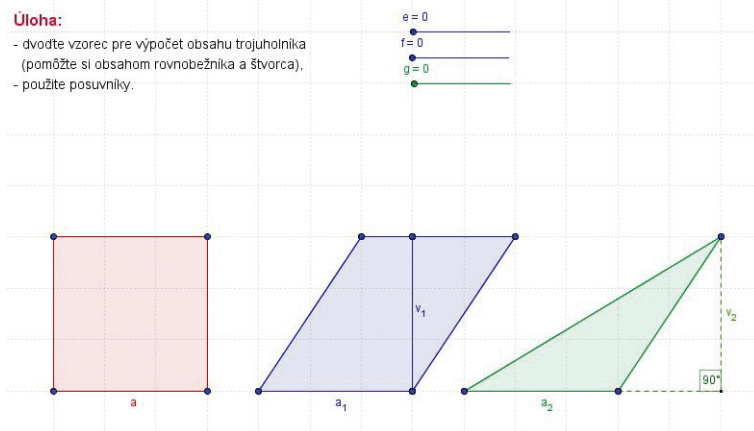
Obr. 29 Zobrazenie vrcholov objektov

⇒ UKÁŽKA 2

Charakteristika


Nástrojom *Posunutie*  posúvame v nákrese vybraný objekt o vektor posunutia. Ak potrebujeme meniť dĺžku vektora bez toho, aby sme vektor, ako aj jeho počiatočný a koncový bod zviditeľnili, umiestnime v geometrickom okne *Posuvník*, zostrojíme úsečku danej veľkosti, pričom do dialógového okna zadáme namiesto číselnej hodnoty predstavujúcej dĺžku úsečky pomenovanie posuvníka a následne vektor, ktorého počiatočný a koncový bod sú zhodné s krajnými bodmi úsečky.

Aplikácia



Úloha:


- dvoďte vzorec pre výpočet obsahu trojuholníka (pomôžte si obsahom rovnobežníka a štvorca),
- použite posuvníky.


Využitím nástroja *Posunutie*  môžeme demonštrovať postup odvodenia vzorca na výpočet obsahu trojuholníka (obr. 30). Z estetických dôvodov realizujeme posunutie prostredníctvom posuvníkov, nakoľko dĺžka vektorov posunutia nie je zhodná a zaberajú pomerne veľkú oblasť geografického okna.

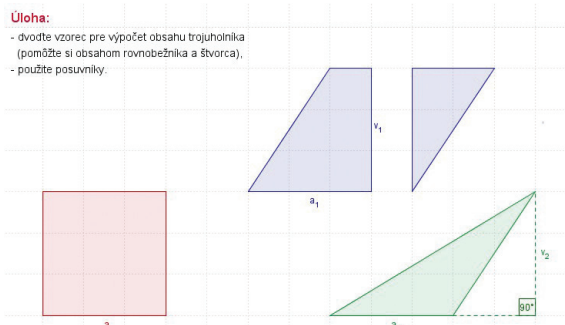
Pred vyvodením vzorca na výpočet obsahu trojuholníka je potrebné zopakovať už skôr nadobudnuté poznatky (odvodenie vzorca na výpočet obsahu rovnobežníka). K tomuto účelu slúžia prvé dva posuvníky, zámerne zobrazené rovnakou farbou. Pomocou nich presúvame časti rovnobežníka do pripraveného štvorca. Tretí posuvník je určený na presun trojuholníka do rovnobežníka.

Postup






Na vytvorenie výkresu *Ukážka 2* využijeme:


- vzhľad *Mriežka*  - potvrdíme ju po zobrazení kontextovej ponuky kliknutím na menu *Nastavenia* → *Nákresňa* → *Mriežka*,

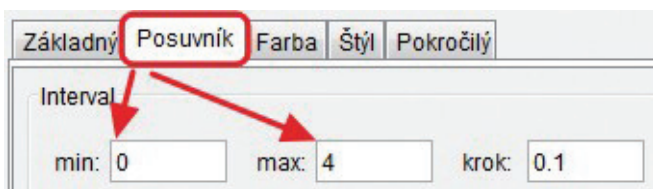
- režim premiestňovania (prípadne umiestňovania) bodov, ktoré sa pohybujú iba v uzloch súradnicovej mriežky – *Nastavenia* → *Uchopiť bod* → *Zapnuté (Mriežka)*,
- nástroj N-uholník, ktorým vytvoríme požadované útvary,
- po aktivovaní nástroja *Zobraziť/skryť objekty*  schováme ich vrcholy (obr. 31) a následne objekty premiestnime v režime Pohyb na požadované miesto, polohu objektov uzamkneme v dialógovom okne *Vlastnosti* → *Základný* → *Upevniť objekt*,




Obr. 31 Konštrukcia n-uholníkov

- nástroje *Priamka dvoma bodmi* , *Kolmica* , *Úsečka*  a *Uhol* , ktorými zostrojíme výšku trojuholníka,
- nástroj *Vložiť text*  – vložíme ním zadanie úlohy,

- po aktivovaní nástroja *Posuvník*  vložíme do nákrse objekty e, f, g, pričom dbáme na správne určenie minima a maxima (obr. 32),





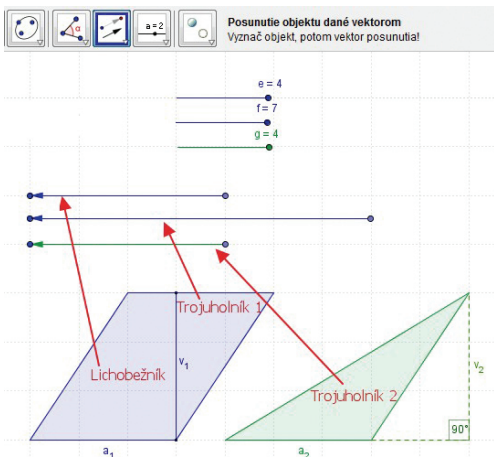
Obr. 32 Posuvník – určenie minima a maxima

- následne pomocou nástroja *Úsečka danej dĺžky z bodu*  zostrojíme úsečky s dĺžkou zhodnou s hodnotami e, f, g,





Obr. 33 Vektory posunutia

- úsečky schováme nástrojom *Zobraziť-skryť objekty* , krajné body schovaných úsečiek využijeme ako počiatočný a koncový bod vektorov, ktoré zostrojíme pomocou nástroja *Vektor*  (obr. 33),



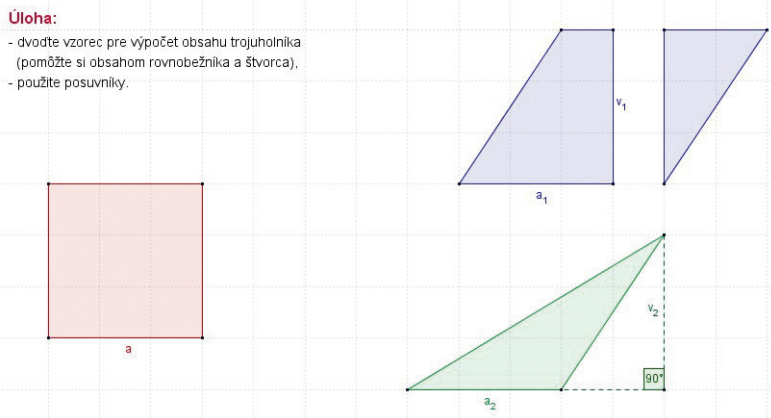
Obr. 34 Posunutie

- po aktivovaní nástroja *Posunutie*  vyznačíme objekty a k nim prislúchajúce vektory posunutia (obr. 34),
- nástrojom *Zobraziť-skryť objekty*  vektory, ako aj ich začiatkové a koncové body schováme.

Pomocou takto spracovaného materiálu môžeme demonštrovať postup odvodenia vzorca na výpočet obsahu trojuholníka.

Tipy a nápady

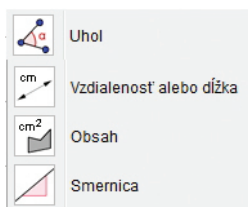
Z didaktického hľadiska je vhodnejšie, ak žiaci manipulujú s objektmi bez využitia posuvníkov a vektorov. Odporúčame preto materiál určený žiakom na samostatnú prácu upraviť takto uvedeným spôsobom (obr. 35).



Obr. 35 Náhľad súboru ukazka_2a.ggb

UKÁŽKA 3

Charakteristika

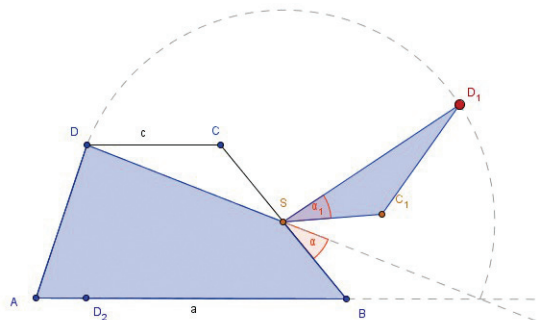


Softvér GeoGebra má k dispozícii nástroje na meranie (obr. 36). V nasledujúcej ukážke využijeme nástroj na meranie uhlov – *Uhol* a nástroj na rysovanie – *Uhol danej veľkosti*. Pri použití nástroja *Uhol danej veľkosti* môžeme do dialógového okna zadať buď číselnú hodnotu, alebo premennú.

Obr. 36 Nástroje na meranie

Aplikácia

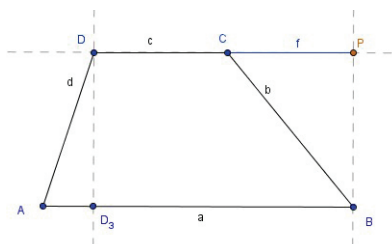
Úloha: Odvodte vzorec pre výpočet obsahu lichobežníka.



Obr. 37: Náhľad súboru ukazka_3.ggb

Pri demonštrácii postupu odvodenia vzorca na výpočet obsahu lichobežníka (obr. 37) je vhodné použiť nástroj *Uhol* a *Uhol danej veľkosti*. Pomocou uvedeného nástroja vytvoríme trojuholník s rovnakým obsahom ako časť lichobežníka. Pomenovania strán a výšok potrebné na vyvodenie vzorca necháme viditeľné.


Postup













Obr.38 Konštrukcia lichobežníka

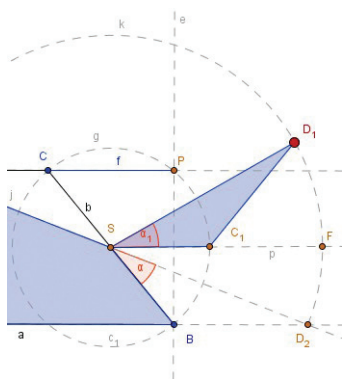
Vzhľadom na využitie výkresu odporúčame lichobežník ABCD (obr. 38) zostrojiť iba s využitím nástrojov:

- Úsečka
- Nový bod
- Kolmica
- Rovnobežka
- Priesečník objektov

Nástroj *N-uholník*  využijeme až na konštrukciu častí lichobežníka. Vzhľadom na to, že GeoGebra nemá samostatný nástroj na tvorbu lichobežníka a radi by sme užívateľom materiálu umožnili manipulovať aj s vrcholmi a tým meniť vzhľad objektu, odporúčame použiť nasledovný postup konštrukcie (tab. 12). Uvedený postup zobrazíte potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie* (stĺpec *Ikona* sme vložili pre lepšiu orientáciu do výberu nástrojov).

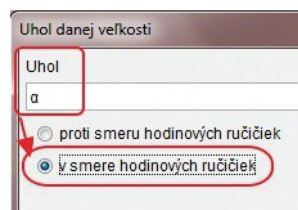
Tab. 12 Postup konštrukcie ukazka_3a, 1. časť

Ikona	Názov	Definícia
	Úsečka a	Úsečka [A, B]
	Bod D	Bod na b_3
	Priamka d_3	Priamka cez D rovnobežná s a
	Priamka e	Priamka cez B kolmá na a
	Bod P	Priesečník e a d_3
	Úsečka f	Úsečka [D, P]
	Bod C	Bod na f
	Úsečka c	Úsečka [D, C]
	Úsečka d	Úsečka [D, A]
	Úsečka b	Úsečka [C, B]




Obr. 39 Konštrukcia častí lichobežníka

V nasledujúcej časti zostrojíme objekt SC_1D_1 (môžeme ním doplniť objekt $ABSD$ na lichobežník, prípadne trojuholník so zhodným obsahom) a n -uholník $ABSD$. Otáčanie trojuholníka SC_1D_1 je realizované iba zmenou polohy bodu D_1 na polkružnici k (obr. 39).
















Obr. 40 Konštrukcia uhla D_1SF

Veľkosť uhla BSD_2 (α) odmeriame pomocou nástroja *Uhol* . Pri konštrukcii uhla danej veľkosti (D_1SF) použijeme v dialógovom okne hodnotu α (obr. 40).

Uvedenú časť konštrukcie navrhujeme realizovať nasledovne (tab. 13):

Tab. 13 Postup konštrukcie ukazka_3a, 2. časť

<u>Ikona</u>	<u>Názov</u>	<u>Definícia</u>
	Polpriamka c_1	Polpriamka AB
	Bod S	Stred b
	Polpriamka j	Polpriamka DS
	Bod D_2	Priesečník j a c_1
	Oblúk k	Polkružnica nad priemerom DD_2
	Bod D_1	Bod na k
	Uhol α	Uhol medzi j, b
	Uhol α_1	Uhol medzi D_1, S, F
	Polpriamka p	Polpriamka SF
	Kružnica g	Kružnica cez B so stredom S
	Bod C_1	Priesečník g a p
	Trojuholník n-uholník1	N-uholník D_1, S, C_1
	Štvorstranný n-uholník2	N-uholník D, A, B, S

V záverečnej časti prípravy materiálu schováme časť objektov a pomenovaní, ktoré nie sú podstatné pre vyvodenie vzorca na výpočet obsahu lichobežníka.

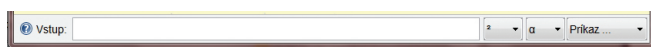
5.2 Trojuholníky

Prostredie softvéru GeoGebra podporuje samostatné myslenie žiakov, ich aktívne učenie sa. Využitie dynamickej geometrie v konštrukčných úlohách je opodstatnené najmä z hľadiska diskusie o počte riešení úlohy. Interaktívna konštrukcia pomáha žiakom rozvíjať hypotézy o podmienkach riešiteľnosti a overovať ich. V tejto časti ponúkame ukážky využitia softvéru GeoGebra pri konštrukcii trojuholníkov a ich významných prvkov.

➤ UKÁŽKA 4

Charakteristika

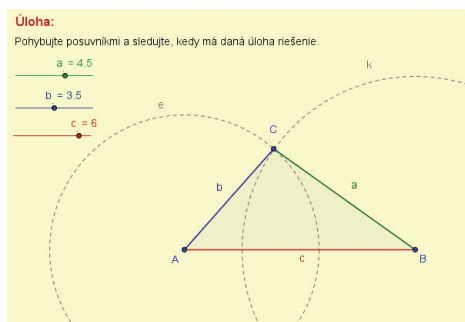
Softvér GeoGebra umožňuje konštruovať objekty zadávaním ich definície do príkazového riadka, ktorý je umiestnený v dolnej časti okna (obr. 41). Na potvrdenie musíme vždy stlačiť kláves *Enter*.



Obr. 41 Príkazový riadok

S nástrojom *Posuvník* $\frac{a}{2}$ sme sa už oboznámili v ukážke č. 2 (obr. 32). Pomocou tohto nástroja budeme meniť podmienky riešiteľnosti úloh, realizovať animácie.

Aplikácia

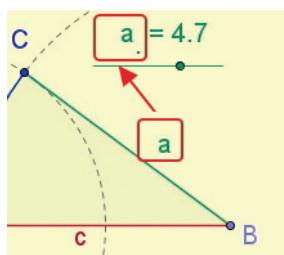


Obr. 42 Náhľad súboru ukazka_4.ggb

Ak potrebujeme zobraziť viac riešení konštrukcií trojuholníka pomocou vety sss (obr. 42), dĺžky strán zadáme prostredníctvom posuvníkov. Manipuláciou s posuvníkmi, prípadne ich animáciou získame ďalšie riešenia danej úlohy. Objekty budeme konštruovať zadávaním ich definícií do príkazového riadka.

Postup

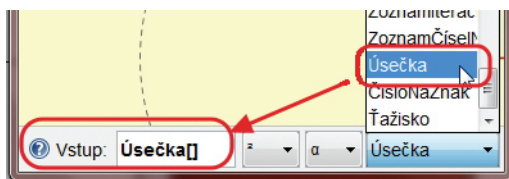
Nakoľko GeoGebra neumožňuje pomenovať dva rôzne objekty tým istým názvom, musíme pomenovania zodpovedajúcich si útvarov prispôbiť.



Príklad: Posuvník, ktorým budeme meniť dĺžku strany *a* v trojuholníku, pomenujeme *a_.*. Výsledný vzhľad pomenovania – pozri obr. 43. Bodka sa v pomenovaní posuvníka zobrazí ako dolný index.

Obr. 43 Pomenovania dvoch rôznych objektov

Znenie úlohy (Pohybujte posuvníkmi a sledujte, kedy má daná úloha riešenie.), ako aj posuvníky ($a_{_}$, $b_{_}$, $c_{_}$) vložíme do geometrického okna pomocou nástrojov *Vložiť text* \boxed{ABC} a *Posuvník* $\underline{a=2}$.



Postup konštrukcie realizujeme zadávaním definícií do príkazového riadka (obr. 44), po každom zadaní definície potvrdíme klávesom *Enter*.

Obr. 44 Zadávanie definícií do príkazového riadka

Navrhujeme nasledovný postup zadávania definícií:

$A = (5, 3)$

Úsečka[A, $c_{_}$]

Kružnica[A, $b_{_}$] (V dialógovom okne *Vlastnosti* zobrazíme pomenovanie kružnice e.)

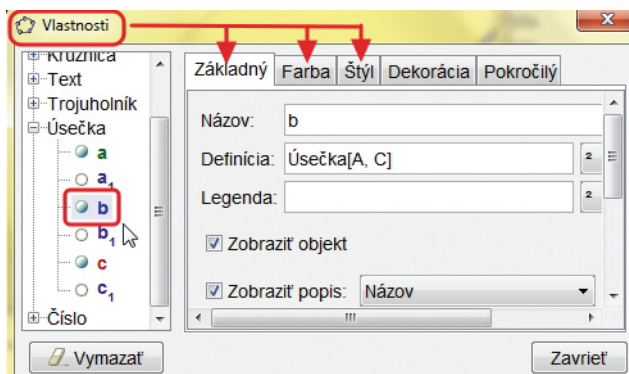
Kružnica[B, $a_{_}$] (V dialógovom okne *Vlastnosti* zobrazíme pomenovanie kružnice k.)

Priesečník[e, k]

Úsečka[A, C]

Úsečka[B, C]

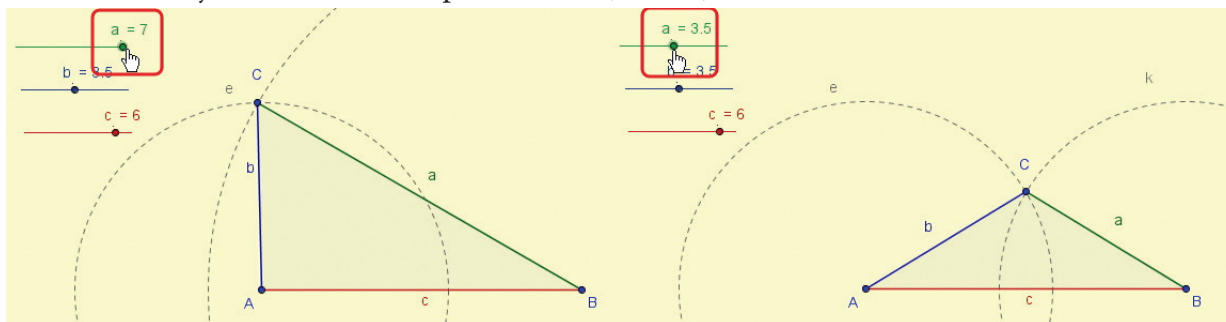
N_uholník[A, B, C]



Vlastnosti objektu upravíme v dialógovom okne *Vlastnosti* (obr. 45).

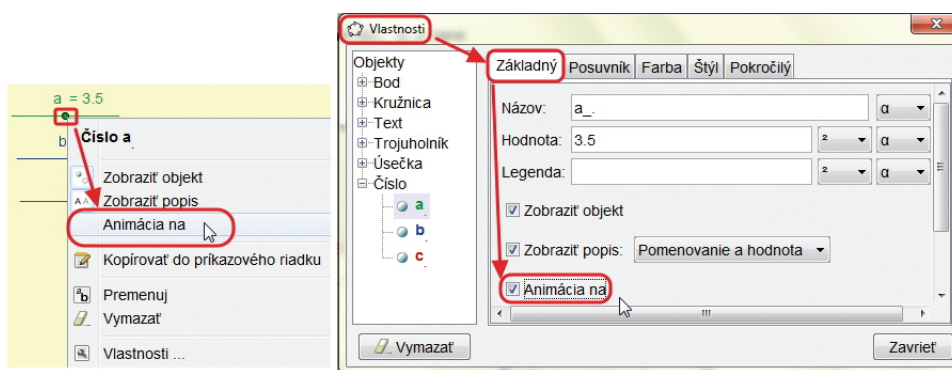
Obr. 45 Zmena vlastností objektu

Dĺžku strán trojuholníka meníme posuvníkmi (obr. 46),



Obr. 46 Zmena dĺžky strany realizovaná manipuláciou s posuvníkom

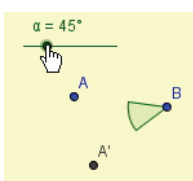
prípadne postupne môžeme aktivovať animáciu jednotlivých objektov. Túto potvrdíme v kontextovej ponuke zobrazenej po kliknutí na posuvník pravým tlačidlom myši, prípadne v dialógovom okne *Vlastnosti* (obr. 47).



Obr. 47 Animácia prostredníctvom kontextovej ponuky a v dialógovom okne *Vlastnosti*

⇒ UKÁŽKA 5

Charakteristika

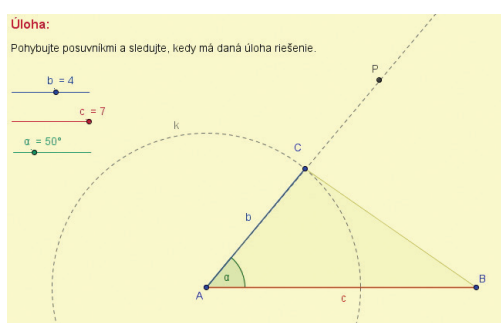


Uhol, ktorého veľkosť potrebujeme plynule meniť, môžeme zostrojiť kombináciou posuvníka a definície zadanej do príkazového riadka, prípadne nástrojom *Uhol danej veľkosti* v kombinácii s posuvníkom (obr. 48).

Obr. 48 Uhol α , ktorého veľkosť môžeme meniť v intervale 0° až 180°

Príklad: Zadať uhol α , ktorého veľkosť sa môže pohybovať v intervale $[0^\circ; 180^\circ]$. Vložíme posuvník, pričom v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme požadované hodnoty minima a maxima. V nákrese určíme polohu bodov A a B. Následne do príkazového riadka vložíme definíciu $Uhol[A, B, \alpha]$. Novovzniknutý bod A' (obr. 48) je z praktického hľadiska (zadávanie definícií do príkazového riadka) vhodné premenovať.

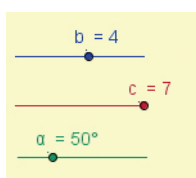
Aplikácia



Obr. 49 Náhľad súboru ukazka_5.ggb

Ak potrebujeme zobrazíť viac riešení konštrukcií trojuholníka pomocou vety sus (obr. 49), dĺžky strán a veľkosť uhla zadáme prostredníctvom posuvníkov. Podobne ako v ukážke č. 4 manipuláciou s posuvníkom, prípadne jeho animáciou získame ďalšie riešenia danej úlohy. Časť objektov budeme konštruovať zadávaním ich definícií do príkazového riadka.

Postup

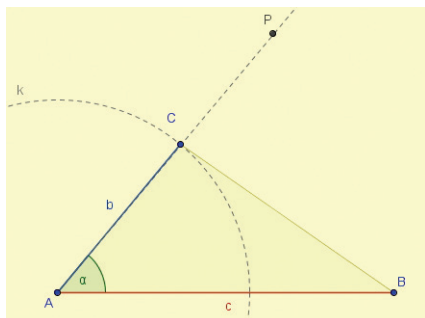


Znenie úlohy (Pohybujte posuvníkmi a sledujte, kedy má daná úloha riešenie), ako aj posuvníky (α ., b ., c ., obr. 50) vložíme do geometrického okna pomocou nástrojov *Posuvník* $\frac{a=2}{\bullet}$ (Obr. 32) a *Vložiť text* ABC.

Obr. 50 Posuvníky – ukážka 5

Ďalšiu časť objektov vložíme prostredníctvom ich definícií zadaných do príkazového riadka (po každom zadaní definície potvrdíme klávesom *Enter*).

Definície navrhujeme zadať nasledovným postupom:



Obr. 51 Vlastnosti objektov (ukážka 5)

$A = (1, -2)$

Úsečka[A, c_.]

Uhol[B, A, α _.] (Názov uhla v dialógovom okne *Vlastnosti* premenujeme na BAP.)

Polpriamka[A, P]

Kružnica[A, b_.]

Priesečník[Polpriamka[A, P], k]

Úsečka[A, C]

N_uholník[A, B, C]

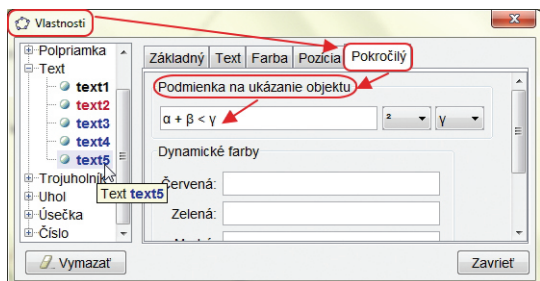
Vlastnosti objektov (obr. 51) upravíme v dialógovom okne *Vlastnosti*.

Podobne ako v ukážke 4 meníme dané hodnoty posuvníkmi (obr. 46), prípadne postupne môžeme aktivovať animáciu jednotlivých objektov (obr. 47).

➡ UKÁŽKA 6

Charakteristika

Softvér GeoGebra nám umožní zviditeľniť vybrané objekty iba po splnení vopred stanovených podmienok.

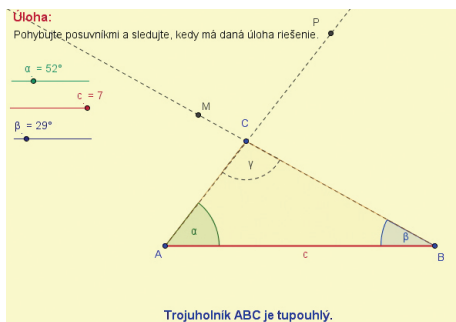


Obr. 52 Podmienka na ukázanie objektu

Po aktivovaní daného objektu a následnom zobrazení dialógového okna *Vlastnosti* môžeme v časti *Pokročilý* zadať podmienku na ukázanie (zobrazenie) objektu (obr. 52).

Aplikácia

Vzťahy medzi veľkosťami vnútorných uhlov trojuholníka zostrojeného podľa vety usu sme využili pri zadávaní podmienok na ukázanie objektu (obr. 53).



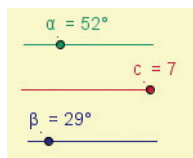
Obr. 53 Náhľad súboru ukazka_6.ggb

V tomto prípade ide o tri textové položky:

- trojuholník ABC je ostrouhlý,
- trojuholník ABC je pravouhlý,
- trojuholník ABC je tupouhlý.

Textové položky sa budú zobrazovať postupne, po splnení zadaných podmienok.

Postup

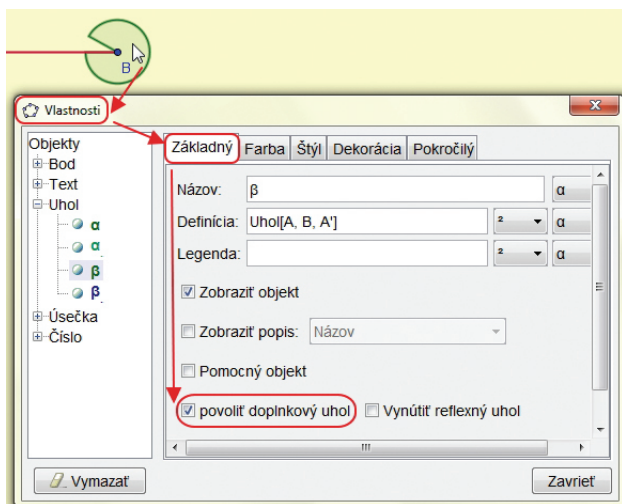


Znenie úlohy (Pohybujte posuvníkmi a sledujte, aký typ trojuholníka je zostrojený a kedy má daná úloha riešenie.), ako aj posuvníky (α _, β _, c _, obr. 54) vložíme do geometrického okna pomocou nástrojov *Posuvník* $\underline{a=2}$ a *Vložiť text* \boxed{ABC} .

Obr. 54 Posuvníky – ukážka 6


Ďalšie objekty vložíme prostredníctvom ich definícií zadaných do príkazového riadka (po každom zadaní definície potvrdíme klávesom *Enter*).

Postup zadávania definícií:



Obr. 55 Povolit doplnkový uhol

$A = (1, -2)$
 Úsečka[A, c _.]
 Uhol[B, A, α _.] (Názov uhla v dialógovom okne *Vlastnosti* premenujeme na uhol BAP.)
 Polpriamka[A, P]
 Uhol[A, B, $-\beta$ _.] (Následne v dialógovom okne *Vlastnosti* musíme odstrániť zaškrtnutie položky *Povoliť doplnkový uhol* (obr. 55) a názov uhla premenujeme na uhol ABM.)
 Polpriamka[B, M]
 Priesečník[Polpriamka[A, P], Polpriamka[B, M]]
 N_uholník[A, B, C]
 Text[„Trojuholník ABC je ostrouhlý.“]
 Text[„Trojuholník ABC je pravouhlý.“]
 Text[„Trojuholník ABC je tupouhlý.“]

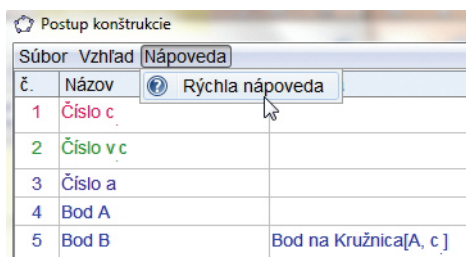
Pomocou nástroja *Uhol*  vyznačíme uhol ACB a zobrazíme jeho pomenovanie γ . Podmienku na ukázanie objektu (požadovaný text) zadáme v dialógovom okne *Vlastnosti* \rightarrow *Pokročilý* (obr. 52) nasledovne:

Text	Podmienka
Trojuholník ABC je ostrouhlý.	$\alpha + \beta > \gamma$
Trojuholník ABC je pravouhlý.	$\alpha + \beta = \gamma$
Trojuholník ABC je tupouhlý.	$\alpha + \beta < \gamma$

Žiaci môžu pri práci s posuvníkmi postupne vypočítavať veľkosť uhla γ a porovnávať vzťahy medzi uhlami a zobrazeným textom.

☞ UKÁŽKA 7

Charakteristika



č.	Názov	Rýchla nápoveda
1	Číslo c	
2	Číslo v c	
3	Číslo a	
4	Bod A	
5	Bod B	Bod na Kružnica[A, c]

Obr. 56 Nápoveda postupu konštrukcie

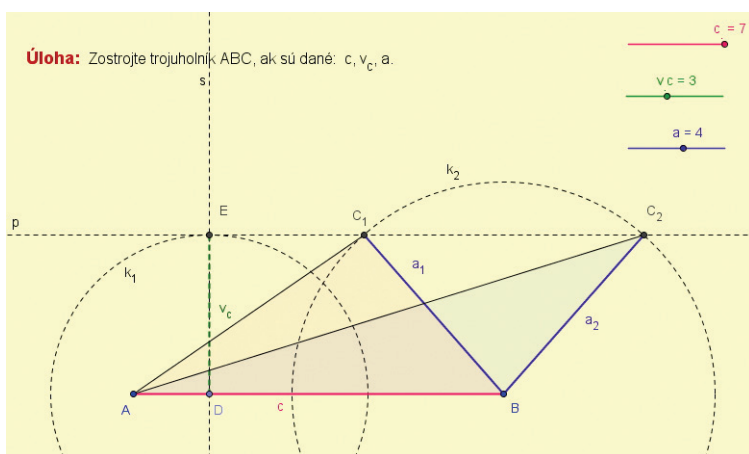
Postupnosť krokov, pomocou ktorých sme tvorili interaktívny materiál, môžeme v prostredí GeoGebra zobrazit' nasledovne: menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*. Jednotlivé kroky zápisu konštrukcie môžeme presúvať v tabuľke nahor a nadol ťahom po uchytení príslušnej položky v tabuľke. Pomôcky k obsluhu tabuľky *Postup konštrukcie* zobrazíme po potvrdení menu *Nápoveda* → *Rýchla nápoveda* (obr. 56).

Softvér GeoGebra umožňuje zobrazit' navigačný panel krokovania konštrukcie (obr. 57). Panel zobrazíme v spodnej časti geometrického okna po potvrdení menu *Vzhľad* → *Navigačný panel krokov konštrukcie*. Podobne môžeme zobrazit' aj *Tlačidlo prehrávania* a *Tlačidlo postupu konštrukcie*.



Obr. 57 Navigačný panel krokov konštrukcie

Aplikácia



Obr. 58 Náhľad súboru ukazka_7.ggb

Navigačný panel krokov konštrukcie môžeme využit' na prehrávanie riešenia konštrukčnej úlohy (obr. 58). V spojení so zobrazeným postupom môžeme žiakom názorne demonštrovať vzťah medzi zápisom postupu konštrukcie a samotnou realizáciou konštrukcie.

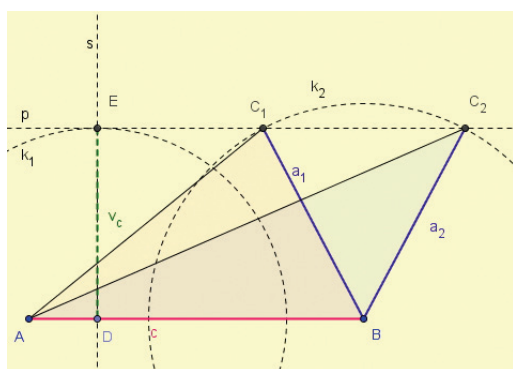
Postup

Znenie úlohy (Zostrojte trojuholník ABC, ak sú dané: c , v_c , a) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložit' text* ABC.

Postup konštrukcie (tab. 14), zobrazenej (bez stĺpca *Ikona*) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.

Tab. 14 Postup konštrukcie ukazka_7

<u>Ikona</u>	<u>Názov</u>	<u>Definícia</u>
	Číslo c	
	Číslo v.c	
	Číslo a	
	Úsečka c	Úsečka [A, B]
	Bod D	Bod na c
	Priamka s	Priamka cez D kolmá na c
	Kružnica k_1	Kružnica so stredom D a polomerom v_c
	Bod E	Priesečník k_1 a s
	Priamka p	Priamka cez E rovnobežná s c
	Úsečka v_c	Úsečka [E, D]
	Kružnica k_2	Kružnica so stredom B a polomerom a
	Bod C_1	Priesečník k_2 a p
	Bod C_2	Priesečník k_2 a p
	Trojuholník n-uholník1	N-uholník A, B, C_1
	Trojuholník n-uholník2	N-uholník A, B, C_2



Obr. 59 Vlastnosti objektov ukazka_7

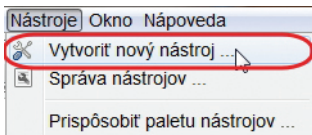
Vlastnosti objektov (obr. 59) upravíme v dialógovom okne *Vlastnosti*.

Po zobrazení navigačného panela krokovania konštrukcie (obr. 57) môžeme žiakom vysvetliť postup konštrukcie danej úlohy. Využitie uvedeného nástroja odporúčame aj pri kontrole samostatnej práce žiakov.

➤ UKÁŽKA 8

Pri tvorbe materiálov pomocou softvéru GeoGebra musíme často používať pomerne dlhé postupy konštrukcií, ktoré sa v rôznych výkresoch opakujú. V tejto ukážke (konštrukcia výšok a ortocentra v trojuholníku) vysvetlíme postup tvorby vlastného nástroja, ktorý nám môže pomôcť skrátiť čas venovaný tvorbe učebnej pomôcky.

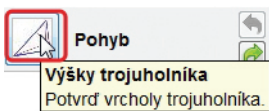
Charakteristika



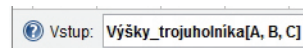
Obr. 60 Vytvoriť nový nástroj

Vlastný nástroj môžeme v GeoGebre vytvoriť na základe už existujúcej konštrukcie. Po potvrdení menu *Nástroje* → *Vytvoriť nový nástroj* (obr. 60) zobrazíme dialógové okno, kde vyberieme z otvorenej ponuky vstupné a výstupné objekty, nástroj pomenujeme, zadáme príkaz a ikonu.

Nový nástroj sa zobrazí v ponuke nástrojov (obr. 61), názov príkazu môžeme používať v príkazovom riadku (obr. 62).



Obr. 61 Nástroj – výšky trojuholníka

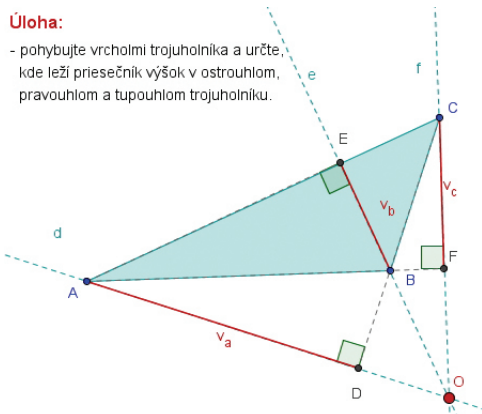


Obr. 62 Príkazový riadok – výšky trojuholníka

Aplikácia

Úloha:

- pohybujte vrcholmi trojuholníka a určte, kde leží priesečník výšok v ostrouhľom, pravouhľom a tupouhľom trojuholníku.



Obr. 63 Náhľad súboru ukazka_8.ggb

Na základe existujúcej konštrukcie (obr. 63) môžeme vytvoriť nástroj na zostrojenie výšok v trojuholníku. Po jeho uložení vo formáte ggt je k dispozícii na načítanie tohto nástroja v inej konštrukcii. Načítanie nástroja nezmení konštrukciu v aktuálne otvorenom výkrese.

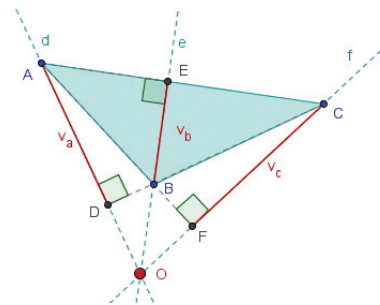
Postup

Znenie úlohy (Pohybujte vrcholmi trojuholníka a určte, kde leží priesečník výšok v ostrouhľom, pravouhľom a tupouhľom trojuholníku) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* ABC.

Pred využitím možnosti *Vytvoriť nový nástroj* je potrebné realizovať konštrukciu výšok v trojuholníku. Využili sme možnosť zadávania definícií do príkazového riadka:

$$A = (-2, -1)$$

$B = (2, 4)$
 $C = (4, 2)$
 $N_uholník[A, B, C]$
 $Kolmica[A, Priamka[B, C]]$
 $Kolmica[B, Priamka[A, C]]$
 $Kolmica[C, Priamka[A, B]]$
 $Priesečník[d, Priamka[B, C]]$
 $Úsečka[A, D]$
 $Priesečník[e, Priamka[A, C]]$
 $Úsečka[B, E]$
 $Priesečník[f, Priamka[A, B]]$
 $Úsečka[C, F]$
 $Priesečník[f, d]$
 $Úsečka[C, D]$
 $Uhol[B, D, A]$ (odstrániť zaškrtnutie položky povoliť doplnkový uhol v dialógovom okne *Vlastnosti*)
 $Úsečka[A, F]$
 $Uhol[C, F, A]$
 $Úsečka[A, E]$
 $Uhol[A, E, B]$

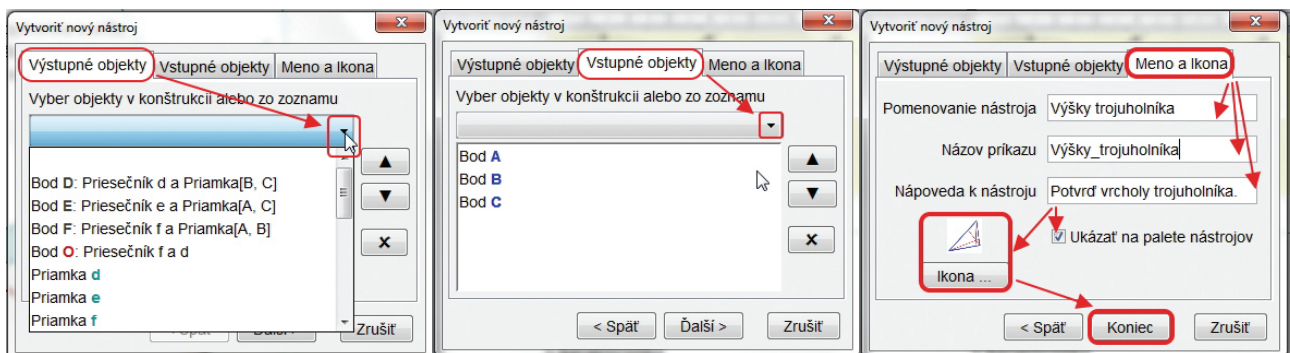


Obr. 64 Vlastnosti objektov ukazka_8

Následne v dialógovom okne *Vlastnosti* sme upravili vlastnosti objektov (obr. 64).

Po realizácii konštrukcie v menu *Nástroje* potvrdíme možnosť *Vytvoriť nový nástroj* (obr. 60).

Z ponuky už skonštruovaných nástrojov zadáme výstupné a vstupné objekty, v časti *Meno a ikona* uvedieme pomenovanie nástroja, názov príkazu, nápovedu k nástroju, zaškrtneme možnosť *Ukázať na palete nástrojov* a načítame ikonu k novovytvorenému nástroju (obr. 65).





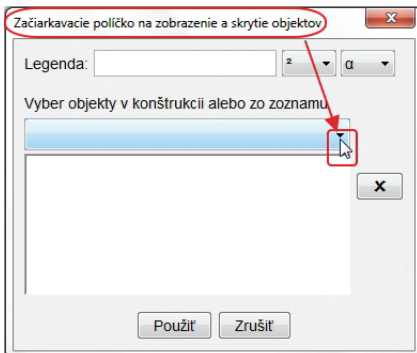
Obr. 65 Tvorba nového nástroja

V menu *Nástroje* → *Správa nástrojov* potvrdíme možnosť *Uložiť nástroj* a novovytvorený nástroj uložíme ako súbor s príponou ggt. Ako sme už uviedli, načítanie uvedeného súboru nezmení konštrukciu v aktuálne otvorenom výkrese.

☞ UKÁŽKA 9

Charakteristika



Softvér GeoGebra nám umožní zviditeľniť/skryť vybrané objekty pomocou výberového políčka – prepínača *Začiarkavacie políčko na zobrazenie a skrytie objektov*  .



Po aktivovaní nástroja a kliknutí do nákrrese pomenujeme políčko v časti *Legenda* a po rozrolovaní zoznamu objektov vyberieme tie, ktoré chceme skryť/zobraziť týmto prepínačom.

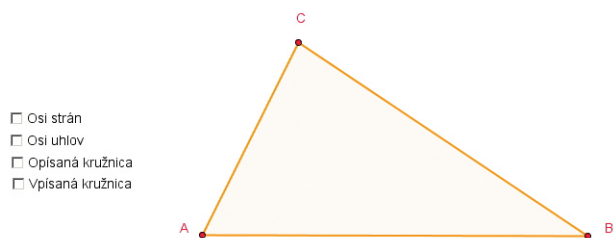
Obr. 66 Dialógové okno *Začiarkavacie políčko* ...

Aplikácia

Začiarkavacie políčka na zobrazenie a skrytie objektov   sme využili pri zobrazovaní/schovávaní opísanej a vpísanej kružnice trojuholníku ABC (obr. 67), ako aj príslušných osí. Aktuálne schované objekty sa nezobrazia ani pri prehrávaní konštrukcie.


Úloha:

- pohybné vrcholmi trojuholníka a sledujte polohu stredu
 - a) opísanej,
 - b) vpísanej kružnice.
- (Na sprehľadnenie výkresu použite začiarkovacie políčka).






Obr. 67 Náhľad súboru ukazka_9.ggb












Postup

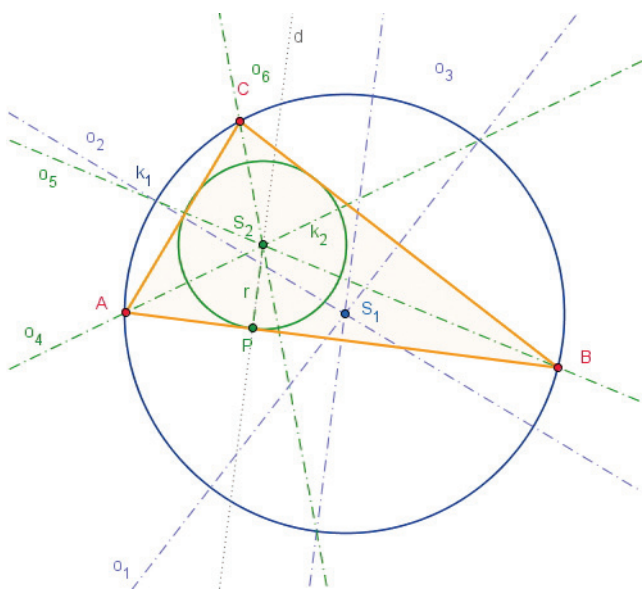
Znenie úlohy (Pohybné vrcholmi trojuholníka a sledujte polohu stredu a) opísanej, b) vpísanej kružnice. Na sprehľadnenie výkresu použite začiarkavacie políčka) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text*  ABC.

Postup konštrukcie (tab. 15), zobrazenej (bez stĺpca *Ikona*) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.

Tab. 15 Postup konštrukcie ukazka_9

Ikona	Názov	Definícia
	Trojuholník n-uholník1	N-uholník A, B, C
	Priamka o_1	Os úsečky a
	Priamka o_2	Os úsečky b

	Priamka o_3	Os úsečky c
	Bod S_1	Priesečník o_2 a o_3
	Kružnica k_1	Kružnica cez C so stredom S_1
	Priamka o_4	Os uhla B, A, C
	Priamka o_5	Os uhla C, B, A
	Priamka o_6	Os uhla A, C, B
	Bod S_2	Priesečník o_6 a o_5
	Priamka d	Priamka cez S_2 kolmá na c
	Bod P	Priesečník d a c
	Úsečka r	Úsečka $[S_2, P]$
	Kružnica k_2	Kružnica cez P so stredom S_2



Obr. 68 Vlastnosti objektov ukazka_9


Následne v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme vlastnosti objektov (obr. 68).

Text (– *pohybujte vrcholmi trojuholníka a sledujte polohu stredu*





a) *opísanej,*

b) *vpísanej kružnice.*



– *na sprehľadnenie výkresu použite začiarňavacie políčka*) vložíme po aktivovaní nástroja *Vložiť text* .

Pokračujeme aktivovaním nástroja *Začiarkavacie políčko* na zobrazenie a skrytie objektov . Kliknutím na náčrtku umiestnime jeho polohu. Do zobrazeného dialógového okna, časť *Legenda* vložíme pomenovanie políčka. Po rozrolovaní ponuky objektov aktuálneho súboru vyberieme tie, ktoré chceme začiarňavacím políčkom zobrazovať a schovávať. Následne polohu políčka v náčrtku fixujeme. V súbore sme umiestnili štyri začiarňavacie políčka (tab. 16):

Tab. 16 Začiarkavacie políčka

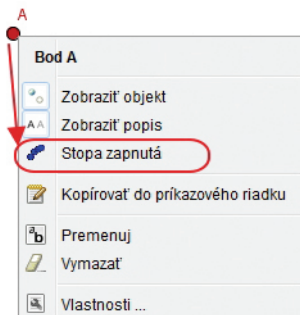
Ikona	Legenda	Objekty
	Osi strán	O_1, O_2, O_3
	Osi uhlov	O_4, O_5, O_6
	Opísaná kružnica	k_1, S_1
	Vpísaná kružnica	k_2, S_2, r


5.3 Množiny bodov s danou vlastnosťou

Pomocou stopy  môžeme v GeoGebre postupne zobraziť množinu bodov danej vlastnosti. Jej nevýhodou však je, že s ňou ďalej nemôžeme pracovať. Nemôžeme ňou hýbať ani voliť objekty na nej závislé. Pri využití nástroja *Množina bodov*  nemôžeme sledovať postupný vznik množiny, s objektom však môžeme ďalej pracovať.

⇒ UKÁŽKA 10

Charakteristika



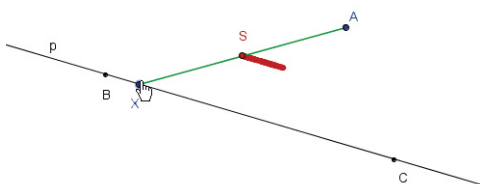
Ak v kontextovej ponuke príslušnej k danému objektu zvolíme možnosť *Stopa zapnutá* , pri pohybe objektu zobrazujeme trasu pohybu. Stopu môžeme zapnúť a vypnúť.

Obr. 69 Stopa objektu

Aplikácia

Úloha:

- je daná priamka p a bod A neležiaci na priamke p ,
- vyšetrite množinu stredov všetkých úsečiek AX , kde bod X leží na priamke p .



Obr. 70 Náhľad súboru ukazka_10.ggb








Možnosť vizualizácie trasy pohybu vybraného objektu môžeme využiť pri vyšetrowaní množiny stredov všetkých úsečiek AX , kde bod X leží na priamke p a bod A mimo nej (bod X sa po priamke p voľne pohybuje).

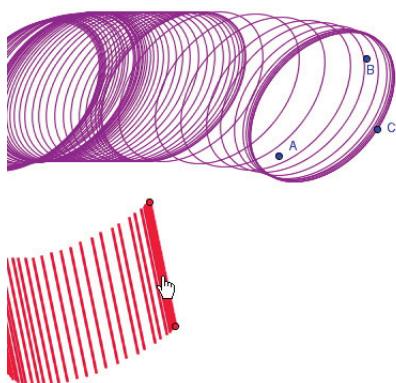
Postup

Znenie úlohy (Je daná priamka p a bod A neležiaci na priamke p . Vyšetrite množinu stredov všetkých úsečiek AX , kde bod X leží na priamke p .) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* ABC .

Postup konštrukcie (tab. 17), zobrazenej (bez stĺpca *Ikona*) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.

Tab. 17 Postup konštrukcie ukazka_10

<u>Ikona</u>	<u>Názov</u>	<u>Definícia</u>
	Bod A	
	Bod B	
	Bod C	
	Priamka p	Priamka cez B, C
	Bod X	Bod na p
	Úsečka a	Úsečka $[X, A]$
	Bod S	Stred a





Obr. 71 Stopa objektu

V dialógovom okne *Vlastnosti* následne upravujeme vlastnosti objektov. Hrúbka stopy a jej farba sú priamo závislé od vlastností objektu, ktorého stopu zobrazujeme (obr. 71).

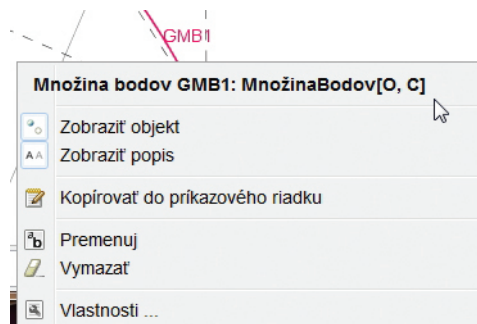
⇒ UKÁŽKA 11

Charakteristika

Nástrojom *Množina bodov*  zostrojíme množinu bodov danej vlastnosti (GMB1, obr. 72), s ktorou vieme ďalej pracovať. Jej vlastnosti upravujeme v dialógovom okne *Vlastnosti*.

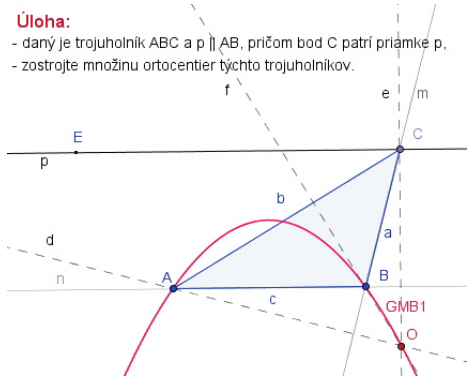
Po aktivovaní nástroja *Množina bodov*  najprv potvrdíme bod (napr. O), ktorému chceme zostrojiť geometrické miesto a ktorý závisí od ďalšieho bodu. Potom potvrdíme bod, na ktorom je závislý (napr.

C – musí ležať na objekte, napr. priamka, úsečka, kružnica).




Obr. 72 Množina bodov danej vlastnosti

Aplikácia




Obr. 73 Náhľad súboru ukazka_11.ggb








Nástroj *Množina bodov*  sme využili pri konštrukcii množiny ortocentier trojuholníka ABC. Bod C leží na priamke p rovnobežnej so stranou AB (obr. 73).







Pred využitím nástroja je vhodné zapnúť stopovanie bodu O (ortocentra) a pohybovať vrcholom C. Žiaci tak môžu sledovať postupné zobrazovanie množiny bodov. Následne stopovanie bodu O vypneme.

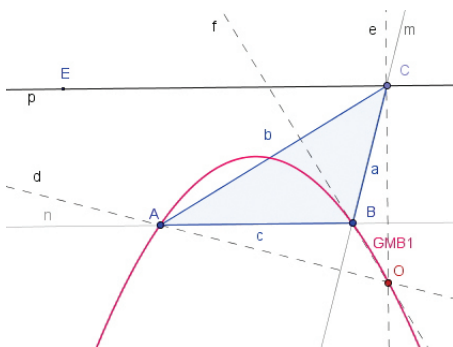
Postup

Znenie úlohy (Daný je trojuholník ABC a $p \parallel AB$, pričom bod C patrí priamke p , zostrojte množinu ortocentier týchto trojuholníkov.) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* . Postup konštrukcie (tab. 18), zobrazenej (bez stĺpca *Ikona*) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.


Tab. 18 Postup konštrukcie ukazka_11

Ikona	Názov	Definícia
	Bod A	
	Bod B	
	Priamka n	Priamka cez A, B
	Bod E	
	Priamka p	Priamka cez E rovnobežná s n
	Bod C	Bod na p
	Trojuholník n-uholník1	N-uholník ABC

	Priamka m	Priamka cez B, C
	Priamka d	Priamka cez A kolmá na m
	Priamka e	Priamka cez C kolmá na n
	Priamka f	Priamka cez B kolmá na b
	Bod O	Priesečník f a e
	Množina bodov GMB1	Množina bodov [O, C]



Obr. 74 Vlastnosti objektov ukazka_11

Po realizovaní konštrukcie v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme vlastnosti objektov (obr. 74). Pomenovania priamok (okrem priamky p), ako aj strán trojuholníka môžeme skryť . Pri zmene polohy vrcholu C na priamke p môžeme sledovať pohyb bodu O (ortocentra) po množine bodov danej vlastnosti – $GMB1$.

5.4 Funkcie

Študenti sa často snažia pochopiť vzťahy medzi symbolmi, rovnicami a grafickým znázornením funkcií. Animácie poskytujú študentom príležitosť vizualizovať vzťah medzi zmenou parametrov funkcie a zmenou priebehu grafu a tým uvedený vzťah skôr pochopiť.

⇒ UKÁŽKA 12

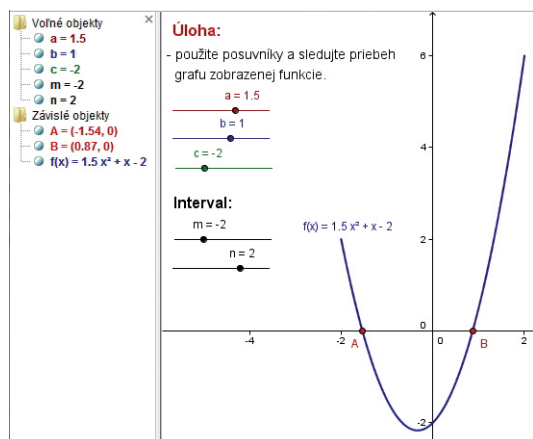
Charakteristika

GeoGebra ponúka v časti *Algebraický vstup* položku *Funkcia* (obr. 75). Zápis: *Funkcia*[funkcia f , číslo a , číslo b]. Funkcia f je definovaná len na intervale $[a, b]$ (nie je definovaná mimo intervalu $[a, b]$). Softvér zobrazí graf danej funkcie v geometrickom okne.



Obr. 75 Algebraický vstup – Funkcia

Aplikácia

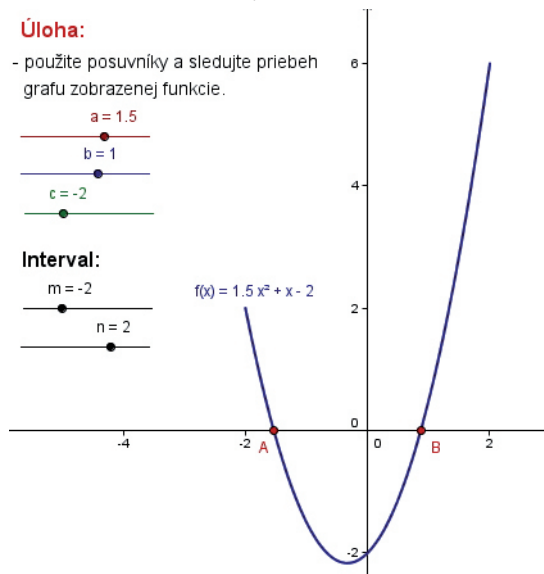


Obr. 76 Náhľad súboru ukazka_12.ggb

Ak zobrazíme posuvníkmi hodnoty a , b , c , m , n a funkciu zadáme v tvare $Funkcia[ax^2 + bx + c, m, n]$, môžeme pomocou posuvníkov plynule meniť priebeh funkcie, ako aj interval, v ktorom je zobrazená (obr. 76).

Postup

Znenie úlohy (Použite posuvníky a sledujte priebeh grafu zobrazenej funkcie) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* \boxed{ABC} . Po aktivovaní nástroja *Posuvník* $\frac{a=2}{\bullet}$ vložíme do nákrrese posuvníky a , b , c , m , n .



Obr. 77 Funkcia $ax^2 + bx + c$

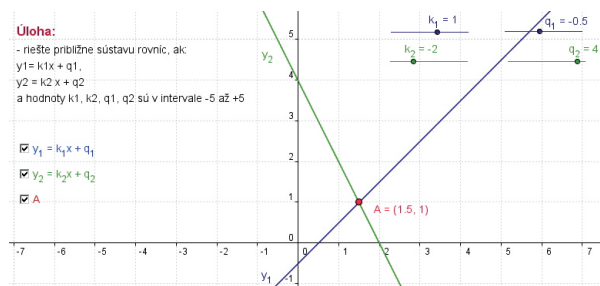
Na zobrazenie funkcie sme využili možnosť zadávania definícií do príkazového riadka:

$Funkcia[ax^2 + bx + c, m, n]$. Po realizovaní konštrukcie v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme vlastnosti objektov (obr. 77).

Vytvorený materiál ponúka možnosť experimentovania s grafom, ak koeficienty a , b , c nadobúdajú vybrané hodnoty. Priebeh funkcie v špeciálnych prípadoch, ak $a > 0$, resp. $a < 0$, prípadne $b = 0$, alebo $c = 0$, je priamo demonštrovaný zmenou koeficientov.

➤ UKÁŽKA 13



Aplikácia



Obr. 78 Náhľad súboru ukazka_13.ggb

Možnosť zápisu funkcie do algebraického vstupu môžeme tiež využiť na zobrazenie približného riešenia sústavy dvoch lineárnych rovníc (obr. 78). V súbore využijeme aj začiarkavacie políčka na zobrazenie alebo skrytie vybraných objektov.


Postup


Znenie úlohy (Riešte približne sústavu rovníc, ak: $y_1 = k_1 x + q_1$, $y_2 = k_2 x + q_2$ a hodnoty k_1, k_2, q_1, q_2 sú v intervale -5 až $+5$) vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* . Po aktivovaní nástroja *Posuvník*  vložíme do nákrasne posuvníky k_1, q_1, k_2, q_2 .

Funkcie y_1 a y_2 zobrazíme zadaním definície do príkazového riadka nasledovne:

$$y_1: \text{Funkcia}[k_1 x + q_1, -\infty, \infty]$$

$$y_2: \text{Funkcia}[k_2 x + q_2, -\infty, \infty]$$

Priesečník funkcií y_1 a y_2 zobrazíme po aktivovaní nástroja *Priesečník objektov*  a potvrdení príslušných grafov funkcií, prípadne zadaním definície do algebraického okna: *Priesečník*[y_1, y_2].

Pomocou nástroja *Začiarkavacie políčko na zobrazenie a skrytie objektov*  vložíme ovládacie prvky na zobrazenie/skrytie:

- grafu funkcie y_1 ,
- grafu funkcie y_2 ,
- bodu A (priesečník funkcií y_1 a y_2) (obr. 79).

$y_1 = k_1 x + q_1$

$y_2 = k_2 x + q_2$

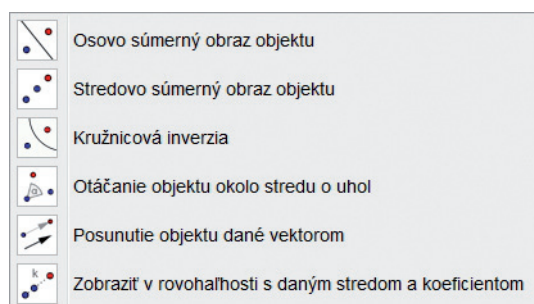
A

Obr. 79 Začiarkavacie políčka ukazka_13

Materiál môžeme využiť aj na demonštrovanie vzťahu medzi koeficientmi k a q a priebehom grafu lineárnej funkcie.

5.5 Zobrazenia

GeoGebra v časti Geometrické transformácie (*Nápoveda*) ponúka nasledovné nástroje na konštrukciu objektov pomocou podobných a zhodných zobrazení (obr. 80).



Obr. 80 Skupina nástrojov I

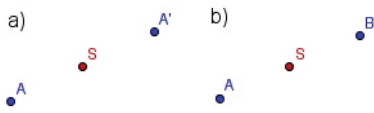
Časť uvedených nástrojov využijeme pri riešení konštrukčných úloh v nasledujúcich ukázkach.

☞ UKÁŽKA 14

Charakteristika

Nástrojom *Stredovo súmerný obraz objektu*  zostrojíme obraz objektu potvrdením vzoru a príslušného stredú.

Príklad:



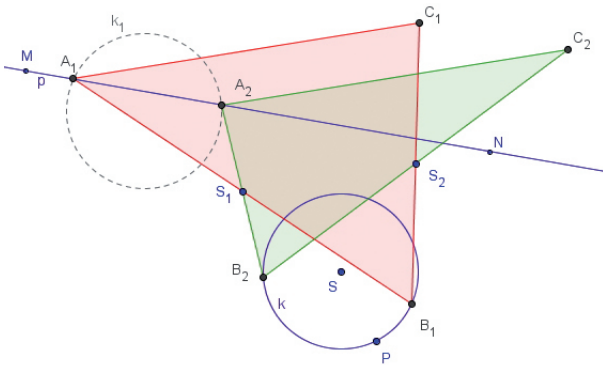
Obr. 81 Stredová súmernosť, použitie nástroja a algebraického vstupu

- k bodu A po použití uvedeného nástroja softvér predvolene zobrazí bod A' ,
- ak obraz vopred potrebujeme pomenovať ako bod B , namiesto uvedeného nástroja použijeme príkazový riadok, kde zadáme príkaz: $B = \text{Súmernosť}[A, S]$.

Aplikácia


Úloha:

- daná je priamka p , kružnica k a navzájom rôzne body S_1 a S_2 ,
- zostrojte trojuholník ABC tak, aby bod A ležal na priamke p , bod B na kružnici k ,
- body S_1, S_2 boli po rade stredy strán AB, BC .




Obr. 82: Náhľad súboru ukazka_14.ggb

Nástroj *Stredovo súmerný obraz objektu* využijeme v konštrukčnej úlohe s nasledovným zadaním:




- daná je priamka p , kružnica k a navzájom rôzne body S_1 a S_2 ,
 - zostrojte trojuholník ABC tak, aby bod A ležal na priamke p , bod B na kružnici k , bod S_1 bol stredom strany AB a S_2 bol stredom strany BC .
- Dané prvky sú v nákrese konštruované tak, aby bolo možné meniť pomocou nástroja *Pohyb*  ich vzájomnú polohu, ako aj dĺžku polomeru kružnice k (obr. 82) a sledovať počet riešení tejto úlohy.















Postup

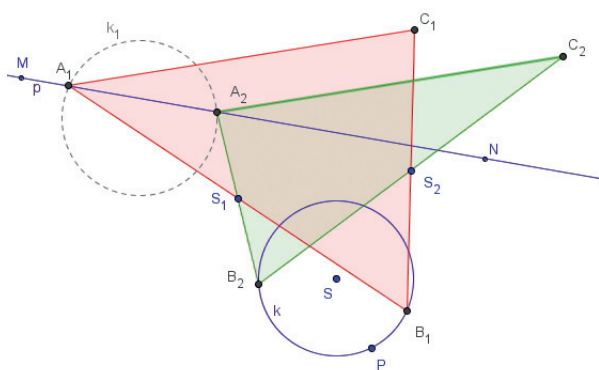
Znenie úlohy vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text*  ABC .

Postup konštrukcie (tab. 19), zobrazenej (bez stĺpca Ikona) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.

Tab. 19 Postup konštrukcie ukazka_14

Ikona	Názov	Definícia
	Bod M	
	Bod N	
	Priamka p	Priamka cez M, N

	Bod S	
	Bod P	
	Kružnica k	Kružnica cez P so stredom S
	Bod S_1	
	Bod S_2	
	Kružnica k_1	k je súmerné vzhľadom na S_1
	Bod A_1	Priesečník k_1 a p
	Bod A_2	Priesečník k_1 a p
	Bod B_1	A_1 je súmerné vzhľadom na S_1
	Bod B_2	A_2 je súmerné vzhľadom na S_1
	Bod C_1	B_1 je súmerné vzhľadom na S_2
	Bod C_2	B_2 je súmerné vzhľadom na S_2
	Trojuholník n-uholník1	N-uholník A_1, B_1, C_1
	Trojuholník n-uholník2	N-uholník A_2, B_2, C_2



Po realizovaní konštrukcie v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme vlastnosti objektov (obr. 83).

Obr. 83 Vlastnosti objektov ukazka_14

⇒ UKÁŽKA 15

Charakteristika

Nástrojom *Posunutie objektu dané vektorom*  zostrojíme obraz objektu potvrdením vzoru a príslušného vektora.

Príklad:



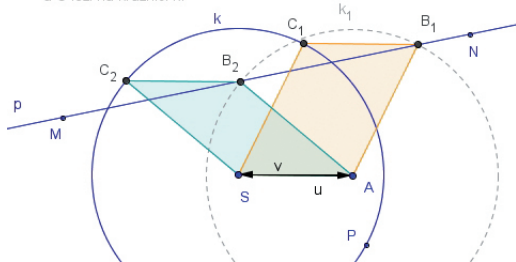
- k bodu A po použití uvedeného nástroja softvér predvolene zobrazí bod A' ,
- ak obraz vopred potrebujeme pomenovať ako bod B , namiesto uvedeného nástroja použijeme príkazový riadok, kde zadáme príkaz: $B = \text{Posunutie}[A, v]$.

Obr. 84 Posunutie, použitie nástroja a algebraického vstupu

Aplikácia

Úloha:

- je daný bod A , kružnica k a priamka p ,
- zostrojte rovnobežník $SABC$, ak B leží na priamke p a C leží na kružnici k .



Obr. 85 Náhľad súboru ukazka_15.ggb

Nástroj *Posunutie objektu dané vektorom* využijeme v konštrukčnej úlohe s nasledovným zadáním:

- je daný bod A , kružnica $k(S, r)$ a priamka p ,
- zostrojte rovnobežník $SABC$, ak B leží na priamke p a C leží na kružnici k .

Dané prvky sú v nákrese konštruované tak, aby bolo možné meniť pomocou nástroja *Pohyb* ich vzájomnú polohu (obr. 85) a sledovať počet riešení tejto úlohy.









Postup

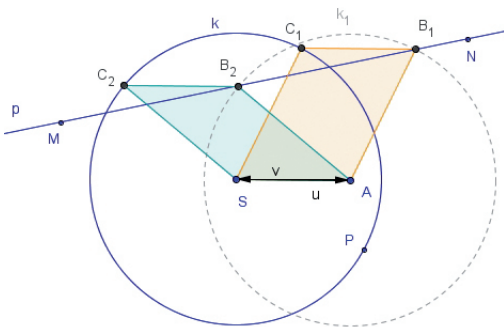
Znenie úlohy vložíme do geometrického okna pomocou nástroja *Vložiť text* ABC.

Postup konštrukcie (tab. 20), zobrazenej (bez stĺpca *Ikona*) potvrdením menu *Vzhľad* → *Postup konštrukcie*, sme realizovali pomocou nástrojov v geometrickom okne.

Tab. 20 Postup konštrukcie ukazka_15

Ikona	Názov	Definícia
	Bod M	
	Bod N	
	Priamka p	Priamka cez M, N
	Bod S	
	Bod P	
	Kružnica k	Kružnica cez P so stredom S
	Bod A	
	Vektor u	Vektor[S, A]

	Kružnica k_1	Posunutie k s u
	Bod B_2	Priesečník k_1 a p
	Bod B_1	Priesečník k_1 a p
	Vektor v	Vektor $[A, S]$
	Bod C_1	Posunutie B_1 s v
	Štvorstranný n-uholník1	N-uholník S, A, B_1, C_1
	Bod C_2	Posunutie B_2 s v
	Štvorstranný n-uholník2	N-uholník S, A, B_2, C_2



Po realizovaní konštrukcie v dialógovom okne *Vlastnosti* upravíme vlastnosti objektov (obr. 86).

Obr. 86 Vlastnosti objektov ukazka_15

ZÁVER

V tomto učebnom zdroji sme sa snažili poskytnúť podrobný textový i obrazový materiál slúžiaci ako podporný materiál pre účastníkov inovačného programu kontinuálneho vzdelávania GeoGebra v edukačnom procese. Jednotlivé podrobne spracované ukážky môžete priamo používať vo vyučovaní a sú v plne funkčnej forme k dispozícii aj v elektronickej podobe. Veríme, že softvér vás zaujme natoľko, že sa mu budete venovať aj vo svojom voľnom čase, aby ste sa v práci s ním zdokonalili a tvorili si svoje vlastné materiály. Náročná príprava učiteľov je v konečnom efekte odmenená vyššou kvalitou vedomostí.

Nesmieme zabúdať, že aj keď IKT nepochybne prispievajú ku skvalitneniu a zefektívneniu vzdelávania, úloha učiteľa ostáva neoddeliteľnou súčasťou edukačného procesu. Jeho úloha je totiž nezastupiteľná.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

FATYKOVÁ, H., KOVÁČIKOVÁ, M. 2009. *Programový manuál k Operačnému programu Vzdelávanie*. [online]. [cit. 1. 9. 2011]. Dostupné na internete: <<http://www.asfeu.sk/uploads/media/30.pdf>>

GeoGebra. [online]. [cit. 3. 9. 2011]. Dostupné na internete: <<http://www.geogebra.org/cms/>>

GeoGebra – príručka. [online]. [cit. 1. 9. 2011]. Dostupné na internete: <<http://www.geogebra.org/book/intro-en/>>

GeoGebra – nápoveda.

JODAS, V., KOREŇOVÁ, L. 2002. *Metodická príručka pre používanie didaktického softvéru v „Cabri geometrii“ vo vyučovaní matematiky*. [online]. [cit. 2. 9. 2011]. Dostupné na internete: <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/files/DSVM/cd_cabri/mc_cabri2.pdf>

LEISCHNER, P. *Obsahy*, [online]. [cit. 1. 9. 2011]. Dostupné na internete: <<http://www.pf.jcu.cz/p-mat/texty/LEISCH/obsahy.htm>>

Obrazový materiál

Osová súmernosť. [online]. [cit. 22. 8. 2011]. Dostupné na internete: <<http://www.detskeomalovanky.cz/476/mys/>>

PRÍLOHA A – LOGICKÉ OPERÁCIE

V GeoGebre môžeme používať nasledujúce logické operácie:

	Operácia	Príklad	Typy objektov
rovná sa	\cong alebo $==$	$a \cong b$ alebo $a == b$	čísla, body, priamky, kužeľosečky a, b
nerovná sa	\neq alebo $!=$	$a \neq b$ alebo $a != b$	čísla, body, priamky, kužeľosečky a, b
menšie ako	$<$	$a < b$	čísla a, b
väčšie ako	$>$	$a > b$	čísla a, b
menšie alebo sa rovná	\leq alebo $<=$	$a \leq b$ alebo $a <= b$	čísla a, b
väčšie alebo sa rovná	\geq alebo $>=$	$a \geq b$ alebo $a >= b$	čísla a, b
a	\wedge	$a \wedge b$	logické a, b
alebo	\vee	$a \vee b$	logické a, b
negácia	\neg alebo $!$	$\neg a$ alebo $!a$	logické a
rovnobežnosť	\parallel	$a \parallel b$	priamky a, b
kolmost'	\perp	$a \perp b$	priamky a, b

Zdroj: GeoGebra Nápoveda 3.0

PRÍLOHA B – ARITMETICKÉ OPERÁCIE

Operácie dostupné v GeoGebre:

Operácia	Vstup
sčítanie	+
odčítanie	-
násobenie	* alebo <i>medzerník</i>
skalárny súčin	* alebo <i>medzerník</i>
delenie	/
umocnenie	^ alebo 2
faktoriál	!
Gamma funkcia	gamma()
zátvorky	()
x-ová súradnica	x()
y-ová súradnica	y()
absolútna hodnota	abs()
znamienková funkcia -- signum	sgn()
druhá odmocnina	sqrt()
tretia odmocnina	cbirt()
náhodné číslo medzi 0 a 1	random()
exponenciálna funkcia	exp() alebo e^x
logaritmus (prirodzený, so základom e)	ln() alebo log()
logaritmus so základom 2	ld()
logaritmus so základom 10	lg()
kosínus	cos()
sínus	sin()
tangens	tan()
arkus kosínus	acos()
arkus sínus	asin()
arkus tangens	atan()
kosínus hyperbolický	cosh()
sínus hyperbolický	sinh()
tangent hyperbolický	tanh()
kosínus antihyperbolický	acosh()
sínus antihyperbolický	asinh()
tangent antihyperbolický	atanh()
najväčšie celé číslo menšie alebo =	floor()
najmenšie celé číslo väčšie alebo =	ceil()
zaokrúhľovanie	round()

Zdroj: GeoGebra Nápoveda 3.0

PRÍLOHA C – LATEX–OVSKÉ VZORCE

V programe GeoGebra môžeme písať aj vzorce.

LaTeX vstup	Výsledok
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	\sqrt{x}
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}
<code>x^{2}</code>	x^2
<code>a_{1}</code>	a_1
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_{a}^{b} x dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

Zdroj: GeoGebra Nápoveda 3.0