**Matematická olympiáda**

**Planimetrické vlastnosti**

1. Rovnoramenný trojuholník, uhly pri základni. [Kurz](https://lms.umb.sk/mod/book/view.php?id=162388&chapterid=4683)
2. Vlastnosť vonkajšieho uhla trojuholníka - Je rovný súčtu protiľahlých vnútorných uhlov. Applet.
3. Os vnútorného uhla v trojuholníku a os protiľahlej strany sa pretínajú na opísanej kružnici. Applet.
4. Obvodový a stredový uhol. [Kurz](https://lms.umb.sk/mod/book/view.php?id=162397&chapterid=4611)
5. Tetivový štvoruholník. Súčty protiľahlých uhlov - Proposition 22, Book 3.
6. Body súmerné s ortocentrom podľa strany a stredu strany ležia na opísanej kružnici. MO kat. A, 19/20, U2, krok 1 +2 ... applet
7. Apolloniova kružnica

**Množiny bodov danej vlastnosti**

1. Daná je kružnica a jej tetiva . Určte množinu stredov všetkých tetív.
2. Daná je kružnica a vnútri nej bod .
   * Určte množinu stredov všetkých tetív kružnice , ktoré prechádzajú bodom .
   * Určte množinu bodov, ktoré sú stredom nejakej jej tetivy, ktorá neobsahuje bod .
3. V rovine je daný ostrouhlý trojuholník AKL. Uvažujme ľubovoľný pravouholník ABCD, ktorý je trojuholníku AKL opísaný tak, že bod K leží na strane BC a bod L leží na strane CD. Určte množinu priesečníkov S uhlopriečok AC, BD všetkých takých pravouholníkov ABCD.

(Kat. A; 2004/2005; celoštátne kolo; úloha 4) [[[Tu](https://skmo.sk/dokument.php?id=244)](https://skmo.sk/dokument.php?id=161)](https://skmo.sk/dokument.php?id=161)

1. V rovine je daný rovnoramenný trojuholník so základňou . Uvažujme ľubovoľné dve kružnice a , ktoré majú vonkajší dotyk a ktoré sa dotýkajú priamok a postupne v bodoch a . Určte množinu dotykových bodov všetkých takých kružníc a

(Kat. A; 2004/2005; celoštátne kolo; úloha 4) [[Tu](https://skmo.sk/dokument.php?id=158)](https://skmo.sk/dokument.php?id=244)

**Riešenie**:

Applet neriešený

1. V rovine sú dané dve kružnice , pričom . Nájdite množinu všetkých bodov , ktoré neležia na priamke a majú tú vlastnosť, že úsečky , pretínajú postupne kružnice v bodoch, ktorých vzdialenosti od priamky sa rovnajú.

(Kat. A; 2013/2014; krajské kolo; úloha 2) [[[Tu](https://skmo.sk/dokument.php?id=244)](https://skmo.sk/dokument.php?id=2154)](https://skmo.sk/dokument.php?id=997)

**Riešenie**:

Applet Tu

**Úlohy s použitím rovnoľahlosti**

1. Označme stred kružnice vpísanej pravouhlému trojuholníku s pravým uhlom pri vrchole . Ďalej označme a stredy úsečiek a . Dokážte, že priamka je dotyčnicou kružnice opísanej trojuholníku .

(Kat. A; 2020/2021; celoštátne; úloha 2

**Riešenie**:

Applet + návodná úloha Tu

1. V rovine sú dané dva rôzne body a . Určte množinu ortocentier všetkých trojuholníkov , pre ktoré je bod stredom kružnice opísanej.

(Kat. A; 2019/2020; domáce kolo; úloha 2)

**Riešenie**:

Applet Tu

1. Dané sú dve rôznobežky prechádzajúce bodom a bod , ktorý na nich neleží. Zostrojte pravouholník s vrcholmi a postupne na priamkach a .

(Kat. B; 2011/2012; domáce kolo; úloha 4)

**Riešenie**: rovnoľahlosť + súmernosť , riešenie [Tu](https://skmo.sk/dokument.php?id=452)

Applet + návodná úloha Tu

1. Je daný́ lichobežník so základňami 𝐴𝐵 a 𝐶𝐷. Označme 𝑘 a 𝑙 kružnice s priemermi 𝐵𝐶 a 𝐴𝐷. Ďalej označme 𝑃 priesečník priamok 𝐵𝐶 a 𝐴𝐷. Dokážte, že dotyčnice z bodu 𝑃 ku kružnici 𝑘 zvierajú́ rovnaký́ uhol ako dotyčnice z bodu 𝑃 ku kružnici 𝑙.

(Kat. A; 2021/2022; ; domáce kolo; úloha 2)

Návodné úlohy - odkaz na web MO [Tu](https://skmo.sk/dokument.php?id=3912)

* + Uhlopriečky lichobežníka 𝐴𝐵𝐶𝐷 so základňami 𝐴𝐵, 𝐶𝐷 sa pretínajú́ v bode 𝑃 a priamky 𝐴𝐷, 𝐵𝐶 v bode 𝑄. Dokážte, že stredy základní́ 𝐴𝐵, 𝐶𝐷 ležia na priamke 𝑃𝑄.

**Riešenie**:

Bod 𝑃 je vnútorným stredom rovnoľahlosti úsečiek 𝐴𝐵 a 𝐶𝐷, bod 𝑄 je vonkajším stredom ich rovnoľahlosti. V oboch rovnoľahlostiach si stredy úsečiek 𝐴𝐵, 𝐶𝐷 zodpovedajú́, takže ležia so stredmi rovnoľahlostí́ 𝑃, 𝑄 na tej istej priamke.

1. V rovine ω sú dané dva rôzne body a . Nájdite množinu vrcholov všetkých trojuholníkov, ktoré ležia v rovine ω a majú ťažisko v bode a stred opísanej kružnice v bode .

(Kat. A; 2008/2009; celoštátne kolo; úloha 6)

**Riešenie**:

Applet Tu

1. V rovine je daný ostrouhlý trojuholník . Uvažujme ľubovoľný pravouholník , ktorý je trojuholníku opísaný tak, že bod leží na strane a bod leží na strane . Určte množinu priesečníkov uhlopriečok všetkých takých pravouholníkov .

(Kat. A; 2004/2005; celoštátne.; úloha 4)

**Riešenie**: [Tu](http://oi.sk/rocenky/rocenka54.pdf)

Applet + návodná úloha Tu