**Daná je úsečka** $AA\_{0}$ **a priamka** $p$**. Zostrojte trojuholník s vrcholom** $A$ **a výškou** $AA\_{0}$**, ktorého ťažisko a stred kružnice opísanej ležia na priamke** $p$**.**

***Rozbor - analýza***.

Strana $BC$ hľadaného trojuholníka leží na priamke $q$, ktorá prechádza bodom $A\_{0}$ a je kolmá na výšku $AA\_{0}$. Na tejto priamke leží aj stred $D$ strany $BC$.

Ťažisko $T$ je obrazom bodu $D$ v rovnoľahlosti so stredom$ A $a koeﬁcientom $^{2}/\_{3}$, leží preto na priamke $q'$, ktorá je obrazom priamky $q $v uvedenej rovnoľahlosti[[1]](#footnote-1).

Stred $S$ opísanej kružnice leží na osi o strany $BC$, čiže na priamke, ktorá prechádza bodom $D$ a je rovnobežná s výškou $AA\_{0}$.



***Postup konštrukcie***.

1. Bodom $A\_{0}$ vedieme priamku $q$ kolmú na úsečku $AA\_{0}$.
2. Zostrojíme obraz $q'$ priamky $q$ v rovnoľahlosti so stredom $A$ a koeﬁcientom $^{2}/\_{3}$.
3. Označíme $T$ priesečník priamky $q'$ s priamkou $p$ a $D$ priesečník priamky $AT$ s priamkou $q$.
4. Bodom $D$ vedieme rovnobežku $o$ s $AA\_{0}$ a jej priesečník s priamkou $p$ označíme $S$.
5. Priesečníky kružnice $k$ so stredom $S$ a polomerom $|SA|$ s priamkou $q$ sú vrcholy $B$ a $C $hľadaného trojuholníka.

***Dôkaz. .***.. prenechávame na čitateľa ...

***Diskusia***

1. Ak priamka $p$ nie je rovnobežná s úsečkou $AA\_{0}$ ani nie je na ňu kolmá, sú body $T$ a $S$ jednoznačne určené. V tom prípade
	1. má úloha práve jedno riešenie, ak kružnica $k$ pretína priamku $q$ v dvoch rôznych bodoch
	2. ak kružnica $k$ nepretína priamku $p$ v dvoch rôznych bodoch, nemá úloha riešenie.
2. Ak je úsečka $AA\_{0}$ časťou priamky $p$, nie je bod $S$ jednoznačne určený. Zrejme vyhovujú všetky rovnoramenné trojuholníky so základňou $BC$, ktorá má stred v bode $A\_{0}$.
3. Ak je úsečka $AA\_{0}$ rovnobežná s priamkou $p$, ale neleží na nej, nemá úloha riešenie.
4. Ak je priamka $p$ kolmá na úsečku $AA\_{0}$, má úloha riešenie len vtedy, keď sú priamky $q'$ a $p$ totožné. To nastane vtedy, keď priamka $p $pretína úsečku $AA\_{0}$ v bode $V $, pre ktorý platí $|AV| = 2|A0V|$. V takom prípade môžeme bod $T$ zvoliť na $p$ kdekoľvek a úloha má nekonečne veľa riešení.
1. **Rovnoľahlosť (Homotétia)**: Nech je dané ľubovoľné reálne číslo $h\ne 0$ a ľubovoľný bod S roviny. Rovnoľahlosťou

 $H=(S,h)$ budeme nazývať zobrazenie v rovine, ktoré každému bodu $X$ roviny priradí bod $X´$ tej istej roviny tak, že:

Ak $X=S$, potom $H(X)=X$

Ak $X\ne S$, potom $H(X)=X´$

ak $h>0$ potom $X´$ leží na polpriamke $SX$ tak, že $|SX´|=h.|SX|$

ak $h<0$, potom $X´$ leží na polpriamke opačnej ku polpriamke $SX$ tak, že $|SX´|=|h|.|SX|$. [↑](#footnote-ref-1)