

233.839

Matematika

pre 6.ročník základných škôl • 1. časť



Slovenské pedagogické nakladateľstvo

Ondrej Šedivý • Ľudovít Bálint • Soňa Čeretková • Mária Malperová

Matematika

pre 6. ročník základných škôl

1. časť

Matematika pre 6. roč. ZŠ. 1. časť



233839 PFMAT

75.00 Brož.



UK UMB Banská Bystrica



285001000000659

UNIVERZITNÁ KNIŽNICA

Slovenské pedagogické nakladateľstvo
Univerzita Mateja Bela
Banská Bystrica

Autori © Prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.
PhDr. Ľudovít Bálint, CSc.
PaedDr. Soňa Čeretková
PaedDr. Mária Malperová, 1998

Lektorovali: RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc.
(Slovenská matematická spoločnosť, sekcia JSMF)
Anna Ištoková
RNDr. Emília Petrovajová
Mgr. Ingrid Stupáková
Mgr. Eva Šišková

Illustrations © akademická maliarka Táňa Žitňanová, 1998
Design © Igor Imro, 1998

Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky rozhodnutím z 13. mája 1998
pod číslom 1869/98-41
ako alternatívnu učebnicu matematiky pre 6. ročník ZŠ, 1. časť.

Prvé vydanie, 1998

Všetky práva vyhradené.

Toto dielo ani žiadnu jeho časť nemožno reprodukovat' bez súhlasu majiteľa práv.

ISBN 80-08-02677-4

OBSAH

1	OPAKOVANIE A PREHL'BYENIE UČIVA MATEMATIKY Z 5. ROČNÍKA	5
1.1	Prirodzené čísla	5
1.2	Desatinné čísla	8
1.3	Porovnávanie a zaokrúhľovanie prirodzených a desatinných čísel	13
1.4	Sčítanie a odčítanie prirodzených a desatinných čísel	17
1.5	Násobenie a delenie prirodzených a desatinných čísel	20
1.6	Obvod a obsah štvorca a obdĺžnika	25
1.7	Uhol, veľkosť uhla v stupňoch a minútach. Porovnávanie uhlov, súčet a rozdiel uhlov	29
	Vyskúšajte sa!	35
2	CELÉ ČÍSLA, OPERÁCIE S CELÝMI ČÍSLAMI	36
2.1	Kladné a záporné čísla	36
2.2	Čísla navzájom opačné	41
2.3	Absolútna hodnota celého a desatinného čísla	45
2.4	Usporiadanie celých a desatinných čísel	49
2.5	Sčítovanie a odčítovanie celých a desatinných čísel	54
2.6	Násobenie a delenie celých a desatinných čísel	67
	Vyskúšajte sa!	75
3	OBJEM A POVRCH KVÁDRA A KOCKY	77
3.1	Objem telesa	77
3.2	Jednotky objemu a ich premena	81
3.3	Voľné rovnobežné premietanie. Obraz kvádra a kocky vo voľnom rovnobežnom premietaní (<i>rozširujúce učivo</i>)	86
3.4	Objem kvádra a kocky	91
3.5	Povrch kvádra a kocky	97
3.6	Úlohy na použitie objemu a povrchu kvádra a kocky	100
	Vyskúšajte sa!	102
4	DELITEĽNOSŤ PRIRODZENÝCH ČÍSEL	104
4.1	Násobok a deliteľ	104
4.2	Znaky deliteľnosti prirodzených čísel. Deliteľnosť dvoma, piatimi a desiatimi	108
4.3	Prvočísla a zložené čísla	117
4.4	Najmenší spoločný násobok	121
4.5	Najväčší spoločný deliteľ	124
	Vyskúšajte sa!	127
	ROZUM DO HRSTI	128
	Výsledky úloh a cvičení	132
	Rozum do hrsti (výsledky)	138



Regiomontanus

(vlastným menom J. Müller)
(1436 až 1476)

Nemecký matematik a astronóm. Bol významnou vedeckou osobnosťou 15. storočia, šíril diela starogréckych matematikov. Zaslúžil sa o vylepšenie kalendára. Svojim dielom „Päť kníh o trojuholníkoch“ prispel najmä k rozvoju trigonometrie. Pôsobil aj v Academii Istropolitane, predchodkyni Univerzity Komenského v Bratislave.

V učebnici používame tieto symboly:



– príklad



– problém



– riešenie



– zapamätať si
– zhrnutie alebo poučka



– úloha



– cvičenia



– vyskúšajte sa



– poznámka



– rozširujúce učivo

Milí šiestaci!

Vítame vás po prázdninách opäť v škole na hodine matematiky.

Pripravili sme pre vás problémy, príklady a úlohy o celých číslach, o kocákach, kvádroch a iných zaujímavých telesách, ktoré z nich môžeme poskladať. Naučíte sa rozoznávať čísla podľa znakov deliteľnosti.

Čakajú na vás i nevyriešené cvičenia, na ktorých si môžete vyskúšať svoje vedomosti. V učebnici nájdete aj dostatok úloh z praxe, ktoré vám ukážu, aká je matematika v živote dôležitá.

Autori

1 OPAKOVANIE A PREHLBENIE UČIVA MATEMATIKY Z 5. ROČNÍKA



1.1 Prirodzené čísla

ZOPAKUJME SI



Prirodzené čísla v desiatkovej číselnej sústave zapisujeme pomocou číslic (cifier): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Každá číslica stojí na mieste určitého číselného rádu.

(Platí: 0196 = 196)

miliardy	stomilióny	desaťmilióny	milióny	stotisíciky	desaťtisíciky	tisíciky	stovky	desiatky	jednotky
8	1	0	4	5	7	9	2	6	3

Čítame: osem miliárd stoštyri miliónov päťstosedemdesiatdeväť tisíc dvešesťdesiattri



ÚLOHA 1

Prečítajte čísla. Určte počet jednotiek, desiatok, stoviek atď.

7 459 59 612 5 321 004
81 243 703 000 18 243 105



ÚLOHA 2

Vypočítajte a správne prečítajte vypočítané číslo. Zistite, ktoré z príkladov predstavujú rozvinutý zápis čísla v desiatkovej číselnej sústave.

a) $5 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 1 =$

b) $7 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10 + 7 \cdot 1 =$

c) $8 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 =$

d) $2 \cdot 1\,000\,000 + 1 \cdot 100\,000 + 0 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 0 \cdot 1 =$



PRÍKLAD 1

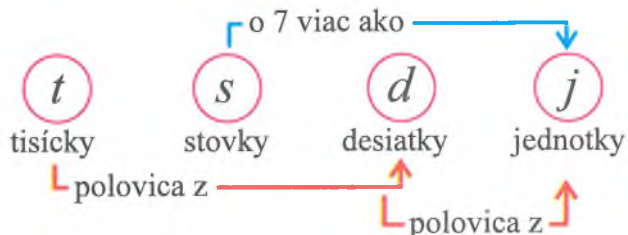
Zapíšte štvorciferné číslo, pre ktoré platí: hodnota číslice na mieste jednotiek je o 7 väčšia ako hodnota číslice na mieste stoviek, hodnota číslice na mieste desiatok je polovica hodnoty číslice na mieste jednotiek a hodnota číslice na mieste tisícok je polovica hodnoty číslice na mieste desiatok.



RIEŠENIE

Príklad rieši Martinka.

Hľadané číslo si viem znázorniť, napríklad takto:



t môže byť 1, 2, ..., 9

t nemôže byť 0, lebo by to nebolo štvorciferné číslo

s, d, j môžu byť číslice 0, ..., 9

Platí: $s + 7 = j$

pre s mám tieto možnosti:

$0 + 7 = 7$ hľadané číslo $t \ 0 \ d \ 7$

$1 + 7 = 8$ $t \ 1 \ d \ 8$

$2 + 7 = 9$ $t \ 2 \ d \ 9$

$3 + 7 = 10$ nemôže byť, lebo to už nie je číslica v desiatkovej sústave

pre d platí: $d = j : 2$

$7 : 2 = 3$ zv. 1 nevyhovuje

$8 : 2 = 4$ zv. 0 vyhovuje

$9 : 2 = 4$ zv. 1 nevyhovuje

máme: $t \ 1 \ 4 \ 8$

pre t platí: $t = d : 2$

$t = 4 : 2$

Hľadané číslo je: 2 148.



ÚLOHA 3

Napište všetky päťciferné čísla, v ktorých je číslica predchádzajúceho rádu o 1 menšia ako číslica nasledujúceho rádu (číslo čítame zľava doprava: 12 345 je prvé také číslo).



ÚLOHA 4

Napište aspoň tri čísla od 3 000 do 3 500 také, kde je počet tisícok rovnaký ako počet jednotiek a počet desiatok a stoviek je tiež rovnaký.



Súčet všetkých číslic prirodzeného čísla nazývame **ciferný súčet**.
Napríklad číslo 256 má ciferný súčet 13 lebo $2 + 5 + 6 = 13$.



ÚLOHA 5

Vypočítajte spamäti ciferné súčty čísel:

a) 5 263 318

c) 1 000 000

e) 20 202 022

b) 9 231 226

d) 526 986

f) 999 999



ÚLOHA 6



Pani učiteľka ukazuje žiakom kartičky s číslicami:
0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

Úlohou bude utvoriť z nich:

- a) všetky dvojciferné čísla, ktoré majú ciferný súčet 10,
- b) všetky trojciferné čísla, ktoré majú ciferný súčet 10.



CVIČENIA

1. Zoradte jednotlivé súčiny v daných súčtoch tak, aby predstavovali zápis čísla v desiatkovej číselnej sústave. Potom číslo vypočítajte.

a) $1 \cdot 10 + 9 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10\,000$

b) $4 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 10\,000$

c) $5 \cdot 10 + 6 \cdot 100 + 3 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 1 + 7 \cdot 10\,000$

d) $8 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 9 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 10\,000$

- 2. Z číslic 1, 2, 3, zostavte:
 a) všetky párne dvojciferné čísla
 b) všetky nepárne trojciferné čísla
 (Číslice v číslach sa neopakujú.)



- 3. Určte ciferné súčty týchto čísel:
 a) 234 510 b) 1 010 010 c) 8 263 201

- 4. Presvedčte sa, že premiestnením číslic v číslach sa ciferný súčet nezmení. Ku každému číslu z cvičenia 3 napíšte aspoň troch kamarátov – čísla, ktoré sa skladajú z tých istých číslic, ale zapísaných v inom poradí.

- 5. Napíšte všetky štvorciferné čísla takto: začnite číslicou na mieste jednotiek a každá nasledujúca číslica má hodnotu o 2 väčšiu ako je hodnota predchádzajúcej číslice. (Číslo 6 420 je prvé také číslo.)

- 6. Ktoré číslice môžeme doplniť do čísla 1 * * 1, aby malo taký istý ciferný súčet ako číslo 4 570?

- 7. Aký najväčší a aký najmenší ciferný súčet majú:
 a) dvojciferné čísla, b) šesťciferné čísla.

1.2 Desatinné čísla

ZOPAKUJME SI Zápis desatinného čísla v desiatkovej číselnej sústave.

celá časť				desatinná časť				
tisíciky	stovky	desiatky	jednotky	desatiny	stotiny	tisíciny	desaťtisíciny	stotitisíciny
			5	0	5	6	1	
			0	1	2	3	0	5
		2	9	6				
9	8	4	4	2	3	7		
základné rády				desatinné rády				

desatinná čiarka

Zapisujeme: 5,056 1; 0,123 05; 29,6; 9 844,237.



Každé desatinné číslo môžeme napísať v tvare desatinného zlomku (s menovateľom 10, 100, 1 000) a naopak.



ÚLOHA 1

a) Vypíšte z týchto zlomkov tie, ktoré sú desatinné:

$$\frac{7}{10}, \frac{5}{101}, \frac{4}{100}, \frac{261}{20}, \frac{261}{1\,000}, \frac{127}{5}, \frac{562}{100}, \frac{361}{10}$$

b) Desatinné zlomky prepíšte do tvaru desatinných čísel.



ÚLOHA 2

Zapíšte desatinné čísla a určte, koľko desatinných miest má každé z nich:

- osem celých jedenásť stotín,
- deväťdesiat celých päť desatín,
- sedemdesiatdva celých šesťdesiatpäť tisícín,
- dvanásť celých päť tisícín,
- sto celých dvadsaťpäť stotín,
- nula celých stodvadsaťštyri tisícín.

ZOPAKUJME SI

Základná jednotka dĺžky je 1 m – **jeden meter**

$$1\text{ m} = 10\text{ dm} = 100\text{ cm} = 1\,000\text{ mm}$$

Jednotka dĺžky väčšia ako 1 m:

$$1\text{ km} = 1\,000\text{ m}$$



ÚLOHA 3

Vyjadrite v m: 1 dm, 1 cm, 1 mm.



ÚLOHA 4

Vyjadrite:

- v metroch: 32 dm, 5 m 64 cm, 8 250 mm, 3 cm, 256 dm, 10 240 mm,
- v centimetroch: 3,5 m, 4 m 82 cm, 552 mm, 2 cm 8 mm, 25 dm 1 mm,
- v milimetroch: 1,2 cm; 8,45 dm; 6 cm 8 mm; 0,42 cm.

ZOPAKUJME SI



Základná jednotka hmotnosti je 1 kg – **jeden kilogram**

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag} = 1\,000 \text{ g} = 1\,000\,000 \text{ mg}$$

Jednotky hmotnosti väčšie ako 1 kg:

$$1 \text{ q} = 100 \text{ kg}, \quad 1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$$



ÚLOHA 5

Vyjadrite v kg: 1 dag; 1 g; 0,5 q; 1,2 q; 5 t; 0,075 t.



ÚLOHA 6

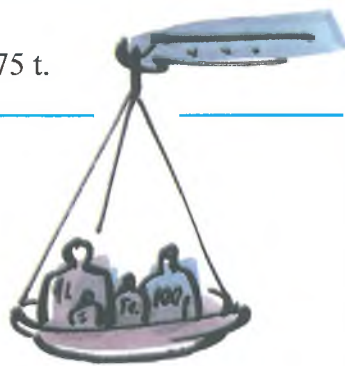
Vypočítajte:

a) koľko kg je:

$$293 \text{ g}; 15 \text{ g}; 2 \text{ kg } 63 \text{ g}; 3 \text{ kg } 14 \text{ g};$$

b) koľko g je:

$$2,635 \text{ kg}; 0,025 \text{ kg}; 3 \text{ kg } 7 \text{ g}; 1,25 \text{ kg}.$$



PROBLÉM

Mirko si v novinách prečítal:

Počet obyvateľov v štátoch strednej Európy je:

Slovenská republika	Česká republika	Poľsko	Maďarsko
5,3 mil.	10,3 mil.	38,5 mil.	10,3 mil.

Dá sa vyjadriť prirodzeným číslom, koľko obyvateľov majú tieto štáty?



RIEŠENIE

Mirko uvažuje takto:

Slovenská republika:

desatinné číslo 5,3 mil znamená 5,3 milióna



5 , 3

celá časť desatinná časť

5 miliónov + 0,3 milióna

5 + 0,3 · 1 000 000

5 + 300 000

spolu: 5 300 000

platí: 5,3 milióna = 5 300 000

Slovenská republika má 5 300 000 obyvateľov.

Mirko už vie ľahko vyjadriť ďalšie čísla. Skontrolujte jeho výpočty.

Česká republika: 10,3 mil. = 10 300 000

Poľsko: 38,5 mil. = 38 500 000

Maďarsko: 10,3 mil. = 10 300 000



V desiatkovej číselnej sústave platí:

Každá jednotka nasledujúceho rádu sa skladá z **desiatich** jednotiek predchádzajúceho rádu.

číslo	prvá číslica má rád	má význam
1 jedna	0	1 jednotka
10 desať	1	10 jednotiek
100 sto	2	10 desiatok
1 000 tisíc	3	10 stoviek
10 000 desaťtisíc	4	10 tisícok
100 000 stotisíc	5	10 desaťtisícok
1 000 000 milión	6	10 stotisícok
1 000 000 000 miliarda	9	1 000 miliónov



POZNÁMKA

Pri číselných údajoch, ktoré predstavujú veľmi veľké čísla sa pre **milión** používa skratka **mil.** a pre **miliardu** skratka **mld.**



ÚLOHA 7

Koľkokrát je číslo, ak jeho prvá číslica zľava znamená:

- a) 5 tisícok, b) 6 stotisícok, c) 4 stomilióny?



ÚLOHA 8

Prečítajte a vyjadrite prirodzeným číslom nasledujúce číselné údaje:

- a) 1,5 mil. 0,14 mil. 28,53 mil.
b) 2,8 mld. 1,25 mld. 32,6 mld.



Číslo, ktoré má za jednotkou 12 núl sa nazýva **bilión**.

15 núl sa nazýva **biliarda**.

18 núl sa nazýva **trilión**.



POZNÁMKA

Zápisy veľmi veľkých čísel sú dlhé a neprehľadné. Zapisovať ich skrátene a aj počítať s nimi sa naučíme neskôr.



CVIČENIA

1. Prečítajte a zapíšte iným spôsobom. Určte, koľko desatinných miest má zapísané číslo. ($\frac{12}{100} = 0,12$ dve desatinné miesta; $0,541 = \frac{541}{1000}$ tri desatinné miesta)

a) $\frac{86}{10}$; $\frac{32}{100}$; $\frac{50}{1000}$; $\frac{28}{100}$; $\frac{14}{10}$; $\frac{356}{100}$; $\frac{5291}{10}$; $\frac{361}{10}$;
 b) 0,012; 6,131; 0,85; 20,01; 0,000 6; 1,08; 13,13.

- 2. a) Vyjadrite v tvare desatinného čísla (v Sk) tieto sumy:
 5 Sk 20 h, 365 Sk 50 h, 9 Sk 75 h, 11 Sk 90 h.

- b) Ktoré čísla predstavujú celú sumu v korunách?
 5 620 h, 12 105 h, 350 h, 1 025 h, 2 000 h.

- 3. Skontrolujte, či sú údaje v tabuľkách správne; nesprávne výsledky opravte a zapíšte si ich ako príklady
 (20,1 m = 2 010 cm; 20,1 m = 20 100 mm)

a)

m	cm	mm
20,1	2010	20 010
0,56	5,6	56
8,02	802	80,2
150,41	504	15 040

b)

kg	g	mg
3,8	3 800	380 000
0,2	20	200
51,15	5 115	5 115 000
46,2	46 200	46 200 000

- 4. Na poštových poukážkach zapisujeme sumu v korunách jedným slovom. Zapíšte tieto sumy tak ako na poštové poukážky:
 a) 324 Sk, b) 8 082 Sk, c) 1 050 Sk, d) 10 623 Sk.

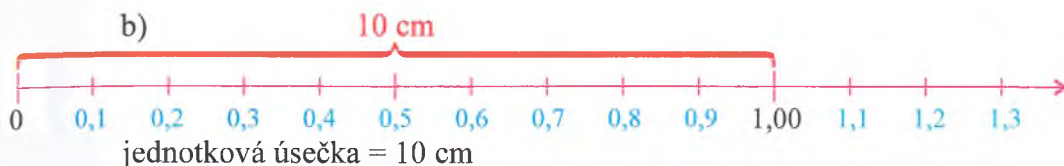
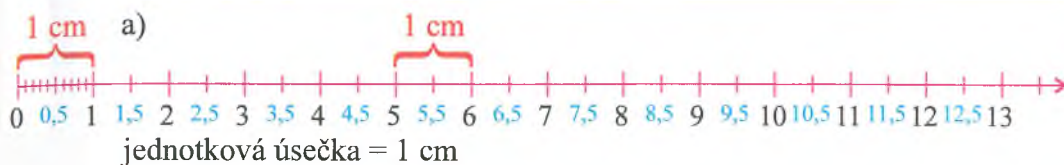
- 5. Číselné údaje v nasledujúcich textoch nahraďte prirodzenými číslami:
 a) Zdravotná poisťovňa uhradila svojim poistencom za zdravotnú starostlivosť viac ako 2,5 miliardy korún. Z toho na ambulatnú starostlivosť to boli výdavky vo výške 570 miliónov Sk, na vyšetrovacie a liečebné zložky 180 miliónov Sk, na lieky 0,735 miliardy Sk a na zdravotné pomôcky 126 miliónov Sk. Za kúpeľnú starostlivosť uhradila 21,3 milióna Sk a za liečenie v zahraničí 3,2 milióna Sk.
 b) Telo novorodenca sa skladá z dvoch triliónov buniek, telo dospelého človeka ich má tridsaťkrát viac. Každý deň v tele dospelého človeka odumrie alebo sa zmení 600 biliónov buniek.
 c) Vyhl'adajte v novinách, časopisoch alebo v encyklopédiách podobné údaje s veľkými číslami.

1.3 Porovnávanie a zaokrúhľovanie prirodzených a desatinných čísel

ČÍSELNÁ OS

Začiatok číselnej osi je číslo 0.

Vzdialenosť bodov, ktoré sú obrazmi prirodzených čísel 0 a 1, 1 a 2, 2 a 3, 3 a 4 atď. je vždy rovnaká a nazýva sa **jednotková úsečka**.



Jednotkovú úsečku vyznačíme na číselnej osi ako úsečku, ktorá predstavuje

vzdialenosť obrazu čísla 0 (začiatok) a obrazu čísla 1

vzdialenosť medzi obrazmi dvoch za sebou idúcich prirodzených čísel



ÚLOHA 1

Narysujte číselnú os s jednotkovou úsečkou 1 cm. Vyznačte na nej začiatok a nájdite body, ktoré sú obrazmi čísel:

- a) 1; 2,5; 0,4; 4,2; 10,1; 12,5;
b) 3; 3,3; 6,3; 9,3; 12,3.



ÚLOHA 2

Narysujte číselnú os s jednotkovou úsečkou 10 cm. Vyznačte na nej začiatok a nájdite body, ktoré sú obrazmi čísel:

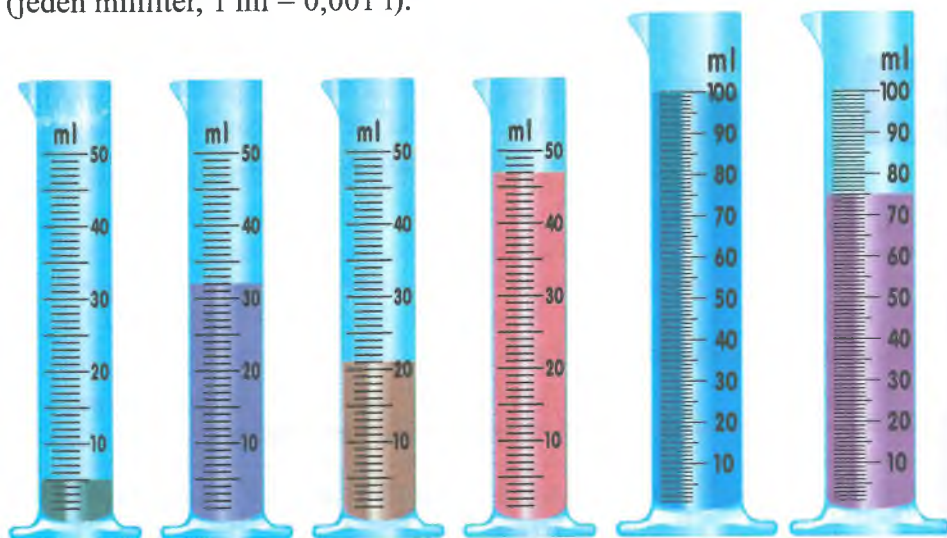
0,02; 0,2; 0,33; 0,6; 0,99; 1,09; 1,3.





ÚLOHA 3

Zapíšte, koľko tekutiny je v odmerných valcoch. Stupnica na odmernom valci je číselná os, ktorá má jednotkovú úsečku 1 ml (jeden mililiter, $1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$).



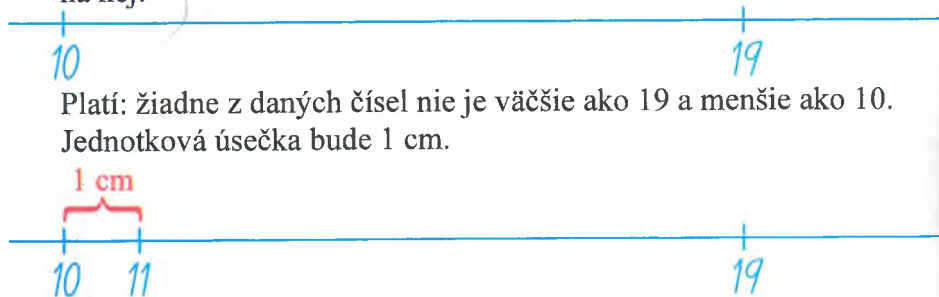
PRÍKLAD 1

- Pomocou číselnej osi usporiadajte čísla od najmenšieho po najväčšie: 12,1; 10,2; 15,3; 13,5; 15; 18,3; 17,1.
- Usporiadajte tie isté čísla v opačnom poradí od najväčšieho po najmenšie.

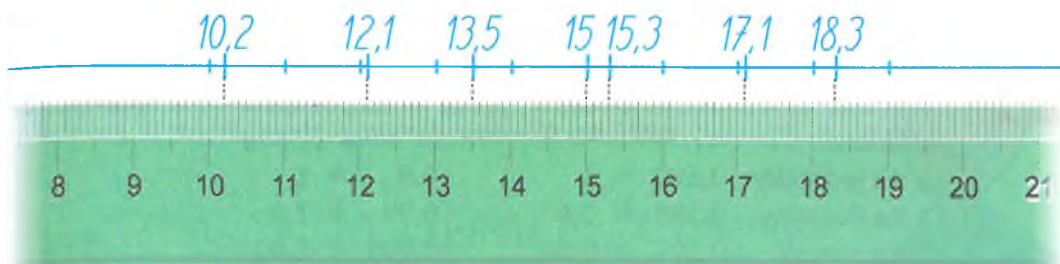


RIEŠENIE

- Jakubovi pomôže dlhé pravítko (lineár). Narysuje priamku a vyznačí na nej:



Platí: žiadne z daných čísel nie je väčšie ako 19 a menšie ako 10. Jednotková úsečka bude 1 cm. Jakub vyznačí obrázky čísel 10 a 11, ktoré predstavujú jednotkovú úsečku a obrázky ostatných čísel nájde presne podľa lineára.



Jakub zapíše:

Usporiadané čísla od najmenšieho po najväčšie:

10,2; 12,1; 13,5; 15, 15,3; 17, 1; 18,3

Platí: $10,2 < 12,1 < 13,5 < 15 < 15,3 < 17,1 < 18,3$

b) Dáša sa pozrie na Jakubovo riešenie a zistí, že usporiadať čísla od najväčšieho po najmenšie znamená zapísať ich v opačnom poradí, takto:

18,3; 17,1; 15,3; 15; 13,5; 12,1; 10,2

Platí: $18,3 > 17,1 > 15,3 > 15 > 13,5 > 12,1 > 10,2$

Čísla sú usporiadané

vzostupne
od najmenšieho
po najväčšie
< (menší)



medzi nimi je znak

zostupne
od najväčšieho
po najmenšie
> (väčší)

ÚLOHA 4

Porovnajete dvojice čísel. Zapíšte medzi čísla znaky $<$, $>$ a $=$.

a) 0,58 5,8
74 174

b) 91,01 90,11
62,8 628

c) 5 241 5 422
54,12 54,12

Pri zaokrúhľovaní čísel rozhoduje číslica bezprostredne **za miestom**, na ktoré zaokrúhľujeme. Ak je rozhodujúca číslica:

0, 1, 2, 3, 4, číslica na zaokrúhľovanom mieste **sa nemení**
— zaokrúhľujeme **nadol**.

5, 6, 7, 8, 9, číslica na zaokrúhľovanom mieste bude **o 1 väčšia**
— zaokrúhľujeme **nahor**.

ÚLOHA 5

Čísla 21,574 2; 2,929 1 a 0,198 9 zaokrúhlite na:

a) stotiny

b) desatiny

c) jednotky



PROBLÉM

Zamyslite sa a skúste odôvodniť, prečo sú nasledujúce čísla správne zaokrúhlené:

na jednotky	$0,599 \doteq 1$	$0,9 \doteq 1$
na desatiny	$0,599 \doteq 0,6$	$0,99 \doteq 1,0$
na stotiny	$0,599 \doteq 0,60$	$0,999 \doteq 1,00$



CVIČENIA

- Narysujte číselnú os s jednotkovou úsečkou 1 cm. Vyznačte na nej začiatok a nájdite body, ktoré sú obrazmi čísel:
 - 1; 0,8; 8,3; 13,1; 6,5; 2,5;
 - 0,4; 2,4; 3,4; 4,4; 10,4; 8,4.
- Na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 10 cm nájdite obrazy čísel: 0,23; 0,35; 0,59; 0,82; 0,99; 0,61.
- Dané čísla vyznačte na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm a usporiadajte vzostupne aj zostupne.
 - 1,2; 0,6; 5,8; 9; 12,6; 4,2;
 - 41; 38,2; 39; 40,1; 45,5; 35,1;
 - 102; 102,5; 105,3; 103,8; 101,1; 107,9.
- Nájdite najmenšie a najväčšie z týchto čísel:
 - 8,284; 8,262; 8,221; 8,280; 8,186; 8,288;
 - 0,005 0; 0,055 0; 0,505 5; 0,555; 0,550 5.
- Pravdivé zápisy opíšte. Nepravdivé opravte a zapíšte správne.

a) $15,0 > 150$	d) $45,06 > 45,66$
b) $2,62 = 2,620$	e) $12,733 < 12,373$
c) $102,28 < 120,28$	f) $5,6291 > 5,63$
- Zaokrúhlite čísla 8,453; 0,926; 52,384; 201,949 postupne na:
 - jednotky,
 - dve desatinné miesta,
 - desatiny.
- Doplňte namiesto hviezdíčiek číslice tak, aby zápisy boli správne. Ak je riešenie viac, nájdite aspoň tri.

a) $2,893 < 2,8*6$	c) $23,05 = 2*,*5$
b) $3,5*4 > 3,5*3$	d) $64,*8 > 64,78$



233 839

8. Napíšte si číslo: 148 759 638 456.

Škrtnite v ňom štyri číslice tak, aby z neho vzniklo:

- a) najväčšie možné osemciferné číslo,
b) najmenšie možné osemciferné číslo.



UNIVERZITNÁ KNIEŽICA
Univerzita Mateja Bela
Banská Bystrica

1.4 Sčítanie a odčítanie prirodzených a desatinných čísel

ZOPAKUJME SI

SČÍTANEC + SČÍTANEC = SÚČET

$$6 + 9 = 15$$

$$0,6 + 0,9 = 1,5$$



ÚLOHA 1

Počítajte spamäti:

$$15 + 0,3$$

$$6 + 1,15$$

$$0,9 + 4$$

$$4,25 + 25$$

$$0,1 + 5,1$$

$$2,6 + 40,31$$

slovo SÚČET označuje

výsledok sčítania

číslo 22 je súčet

čísel 17 a 5

zápis sčítania

číselný výraz $6 + 12,66 + 3$

nazývame súčet troch sčítancov



ÚLOHA 2

Vypočítajte samostatne súčty troch sčítancov.

Výsledok najskôr odhadnite.

a) $34,50$

$$27,77$$

$$\underline{3,59}$$

b) $9,26$

$$13,8$$

$$\underline{52,01}$$

c) $94,6$

$$21$$

$$\underline{33,08}$$

Súčet sa nezmení, ak sčítance

zameníme

$$a + b = b + a$$

združíme

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$0,9 + 4,2 = 4,2 + 0,9$$

$$0,2 + (0,8 + 1,5) = (0,2 + 0,8) + 1,5$$



ÚLOHA 3

Zapíšte pod seba a sčítajte. Urobte aj skúšku správnosti vhodnou záme-
nou alebo združením sčítancov. Výsledok overte vypočítaním príkladu
na kalkulačke.

- a) $24,63 + 5,91 + 16,27$ c) $15 + 262,3 + 18,54 + 3,2$
b) $2,916 + 8,053 + 22,957$ d) $0,62 + 1,9 + 10,08 + 9$

ZOPAKUJME SI

MENŠENEC	–	MENŠITEL	=	ROZDIEL	<i>Skúška:</i>
20	–	6	=	14	$14 + 6 = 20$
0,20	–	0,06	=	0,14	$0,14 + 0,06 = 0,20$



slovo ROZDIEL označuje

výsledok odčítania

číslo 9 je rozdiel

čísel 14 a 5

zápis odčítania

číselný výraz $14 - 5$

nazývame rozdiel čísel 14 a 5



ÚLOHA 4

Vypočítajte spamäti:

- $1 - 0,2$ $9 - 0,7$ $5 - 0,06$
 $2,8 - 1$ $11,3 - 4$ $140 - 5,5$



ÚLOHA 5

Počítajte samostatne. Príklad môžete zapísať pod seba. Urobte aj skúšku
správnosti. Výsledok overte vypočítaním príkladu na kalkulačke.

- a) $5,80 - 2,9$ c) $25,92 - 14,73$ e) $0,123 - 0,023$
b) $62,28 - 2,3$ d) $54,56 - 19,28$ f) $18 - 0,987$



ÚLOHA 6

Majú nasledujúce príklady rovnaké výsledky?

- a) $50 - 3,5 + 20 - 10,4$
b) $50 - (3,5 + 20) - 10,4$
c) $(50 - 3,5) + (20 - 10,4)$
d) $50 - (3,5 + 20 - 10,4)$





ÚLOHA 7

Vypočítajte pomocou kalkulačky a výsledok zaokrúhlite na desatiny:

- a) $0,629 + 3,845 - 2,28$ c) $505,12 - (4,126 + 114,52)$
b) $99,52 - (6,92 - 3,64)$ d) $265,1 + 115,61 - 100,951$



CVIČENIA

1. Pokúste sa vypočítať spamäti:

- a) $54\,326 + 11\,111$ c) $45\,206 + 10\,101$
b) $22\,630 + 10\,100$ d) $10\,000 + 9\,995$

..... 2. Vypočítajte s výhodou:

- a) $24 + 72 + 78 + 22$ c) $0,525 + 5,25 - 0,125$
b) $1,5 + 1,6 + 1,5 - 0,6$ d) $0,5 + 3,7 + 1 + 0,5 + 6,3$

..... 3. Určte súčet a rozdiel čísel:

- a) 503 a 305 c) 12,5 a 12,05 e) 0,022 a 0,002
b) 265 a 0 d) 1,9 a 1,6 f) 19,42 a 10,58

..... 4. Sčítajte. Vymyslite si podobné príklady. Môžete použiť kalkulačku.

- a) $3 + 3,3 + 30,03 + 300,003$ b) $147 + 14,7 + 1,47 + 0,147$

..... 5. Vypočítajte:

- a) $18 - 9 - 3$ d) $0,1 - 0,01 - 0,001$
b) $18 - (9 - 3)$ e) $0,1 - (0,01 - 0,001)$
c) $(18 - 9) - 3$ f) $(0,1 - 0,01) - 0,001$

..... 6. Dané sú tri čísla. Vypočítajte spamäti:

1. rozdiel najväčšieho a najmenšieho z nich,

2. súčet dvoch najmenších z nich:

- a) 0,8; 5,5; 1,6 c) 1; 11; 1,1
b) 10,28; 10,27; 10,2 d) 9,05; 9,55; 95,5

..... 7. Vypočítajte pomocou kalkulačky:

- a) $(3,7 - 2,5) - (0,8 - 0,5) - (1 - 0,1)$
b) $3,77 - (2,55 - 0,88) - (0,11 - 0,01)$



..... 8. Romanovi zostalo v paňaženke 15,60 Sk. V samoobsluže kúpil nákup za 76,80 Sk a v kníhkupectve knihu za 59,90 Sk. Koľko korún mal Roman pred nákupom?

- 9. Hotovosť v pokladni bola 526,50 Sk. Počas dňa pokladník prijal 148,20 Sk, potom vydal 255,30 Sk, dvakrát prijal 105 Sk a dvakrát vydal 191 Sk. O koľko sa zmenšila alebo zväčšila hotovosť v pokladni?
- 10. Nové potrubie na prívod vody do obce má mať dĺžku 1,8 km. Ukladajú ho z dvoch strán. Z jednej strany je uložené 0,492 km potrubia, z druhej strany 629 m potrubia. Koľko metrov potrubia treba ešte položiť?
- 11. Mamička kúpila Martine a Nataši zimné čižmy. Martinine boli o 35 korún lacnejšie ako Natašine. Vypočítajte cenu oboch párov čižiem, ak mamička kúpila ešte dva páry ponožiek po 25 Sk a za celý nákup zaplatila 2 085 Sk.



1.5 Násobenie a delenie prirodzených a desatinných čísel

ZOPAKUJME SI

ČINITEL	.	ČINITEL	=	SÚČIN
8	.	4	=	32
0,8	.	0,4	=	0,32



ÚLOHA 1

Počítajte spamäti:

$$6 \cdot 0,9$$

$$0,5 \cdot 2$$

$$7 \cdot 0,08$$

$$1,1 \cdot 10$$

$$5 \cdot 0,4$$

$$0,3 \cdot 0,07$$

$$15 \cdot 0,2$$

$$1,50 \cdot 0,2$$

$$0,15 \cdot 2$$



ÚLOHA 2

Vynásobte písomne pod seba a porovnajzte, ako sa zmenili výsledky vo dvojiciach príkladov:

a) $17 \cdot 28$

$1,7 \cdot 28$

b) $535 \cdot 48$

$5,35 \cdot 48$

c) $108 \cdot 703$

$10,8 \cdot 70,3$

slovo **SÚČIN** označuje

výsledok násobenia

číslo 56 je súčin
čísel 7 a 8

zápis násobenia

číselný výraz $5 \cdot 0,2 \cdot 6 \cdot 0,91$
nazývame súčin štyroch činiteľov

ÚLOHA 3

Vynásobte:

- a) $5 \cdot 0,1$; b) $100 \cdot 92,5$; c) $123 \cdot 0,001$; d) $6,82 \cdot 10$.

Súčin sa nezmení, ak činitele

zameníme

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$1,2 \cdot 4 = 4 \cdot 1,2$$

zdužíme

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$5 \cdot (3,2 \cdot 0,2) = (5 \cdot 3,2) \cdot 0,2$$

ÚLOHA 4

Vynásobte, využite pravidlá o zámene a združovaní činiteľov:

- a) $0,2 \cdot 6,1 \cdot 0,05$ b) $0,025 \cdot 8 \cdot 0,4 \cdot 0,5$

ÚLOHA 5

Vypočítajte, môžete použiť kalkulačku:

- a) $12 \cdot (25 + 17)$ c) $7 \cdot (5,4 - 2,8)$
b) $(1,05 + 65) \cdot 2,4$ d) $(11,1 - 0,22) \cdot 5,1$

ÚLOHA 6

Vynásobte výhodne:

(napr. $16 \cdot 99 = 16 \cdot (100 - 1) = 1\,600 - 16 = 1\,584$)

- a) $16 \cdot 99$ c) $1\,010 \cdot 5,6$
b) $101 \cdot 22$ d) $11 \cdot 1,9$



ÚLOHA 7

Vynásobte, môžete použiť kalkulačku:

- a) $0,23 \cdot 5,678$ c) $0,001\,6 \cdot 0,083$
b) $37 \cdot 521,4$ d) $5,002\,109 \cdot 305$

ZOPAKUJME SI

DELENIE BEZ ZVYŠKU

DELENEC : DELITEĽ = PODIEL

$$15 : 3 = 5$$

$$0,15 : 0,3 = 0,5$$

Skúška:

$$5 \cdot 3 = 15$$

$$0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$



ÚLOHA 8

Vydeľte a urobte skúšku správnosti. Pokúste sa odhadnúť, v ktorých príkladoch dostanete rovnaké výsledky:

a) $42 : 6$

c) $42,0 : 60$

b) $420 : 6$

d) $4,2 : 6$



ÚLOHA 9

Upravte príklad tak, aby deliteľ bol prirodzené číslo a vypočítajte:

a) $0,125 : 0,5$

c) $0,18 : 0,03$

b) $44,8602 : 0,02$

d) $3,2 : 0,005$



slovo **PODIEL** označuje

výsledok delenia

číslo 6 je podiel

čísel 18 a 3

zápis delenia

číselný výraz $125 : 5$

je podiel čísel 125 a 5



ÚLOHA 10

Vydeľte na kalkulačke a o správnosti výsledku sa presvedčte skúškou:

a) $37\,156 : 7$

b) $79\,914 : 19$

c) $1\,705 : 155$

$37,156 : 0,7$

$799,14 : 1,9$

$170,5 : 15,5$

DELENIE SO ZVYŠKOM

DELENEC : DELITEĽ = NEÚPLNÝ PODIEL

ZVYŠOK

Skúška:

$$16 : 3 = 5$$

zvyšok 1

$$5 \cdot 3 = 15$$

$$15 + 1 = 16$$



ÚLOHA 11

Určte neúplný podiel a zvyšok:

a) $35 : 9$,

b) $25 : 8$,

c) $48 : 11$,

d) $178 : 23$.

- 7. Vypočítajte:
- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| a) $(0,45 + 0,5) \cdot 4$ | c) $(2,6 - 1,08) : 0,4$ |
| b) $0,6 \cdot (6,5 - 3,25)$ | d) $9,6 : 0,3 - 22,2$ |
- 8. Poľnohospodári zožali z 21,9 ha 94,17 t pšenice. Aký bol priemerný hektárový výnos pšenice?
- 9. V pekárni napiekli 3 250 rožkov, ktoré mali spolu hmotnosť 104 kg.
- Do koľkých debničiek s nosnosťou 8 kg ich rozdelia?
 - Koľko rožkov bude v jednej debničke?
- 10. Do veľkoobchodu priviezli tri nákladné autá zemiaky. Prvý náklad mal hmotnosť 12,1 t, druhý mal o 0,9 t menej a tretí náklad mal o 1,8 t viac ako prvý. Celý náklad vo veľkoobchode predali po 4,50 Sk za kilogram. Koľko korún utržil za zemiaky?



- 11. Z balu látky ušijú v krajčírskkej dielni 40 nohavíc. Na každé nohavice spotrebujú 1,2 m látky. Koľko sukni by ušili z toho istého balíka, ak na jednu sukňu treba 0,75 m látky?
- 12. a) Akú hrúbku má list tejto učebnice? (Odmerajte hrúbku 50 listov.)
b) Akú hrúbku by mala táto učebnica, keby mala 450 strán?
- 13. Na školský výlet sa chystá 31 detí. Pani učiteľka vyberá od každého 470 Sk. Spolu už vybrala 8 460 Sk. Koľko detí ešte nezaplatilo za výlet?
- 14. Do školy chcú zakúpiť 25 kalkulačiek. Jeden odchod ich predáva po 216 Sk. V druhom obchode stoja tie isté kalkulačky 220 Sk, ale ak kúpi zákazník 10 kalkulačiek, dostane jedenástu zdarma. V ktorom obchode je výhodnejšie kalkulačky kúpiť a koľko tým škola ušetrí?
- 15. Z jedného sendviča s hmotnosťou 0,45 kg nakrájame 30 chlebičkov.
- Koľko gramov má jeden chlebiček?
 - Koľko sendvičov musí Monika kúpiť, ak chce na svoje narodeniny pohostiť 16 hostí a počíta s tým, že každý skonzumuje asi 4 chlebičky?

1.6 Obvod a obsah štvorca a obdĺžnika

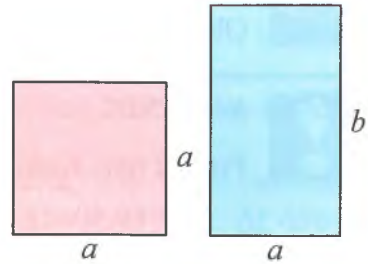
ZOPAKUJME SI

Obvod štvorca $o = 4 \cdot a$

Obvod obdĺžnika $o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

Obsah štvorca $S = a \cdot a = a^2$

Obsah obdĺžnika $S = a \cdot b$



Obvod útvaru meriame v dĺžkových jednotkách.
Obsah útvaru meriame v štvorcových jednotkách.



PRÍKLAD 1

Pozemok tvaru obdĺžnika má obsah 600 m^2 a jedna jeho strana je dlhá 30 m . Koľko stĺpikov bude majiteľ pozemku potrebovať na oplatenie pozemku, ak má byť vzdialenosť medzi stĺpikmi $2,5 \text{ m}$?



RIEŠENIE

$$S = 600 \text{ m}^2$$

$$a = 30 \text{ m}$$

$$b = \dots \text{ m}$$

$$S = a \cdot b$$

$$600 = 30 \cdot b$$

$$b = 20$$

$$b = 20 \text{ m}$$

$$a = 30 \text{ m}$$

$$b = 20 \text{ m}$$

$$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$o = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 20$$

$$o = 100$$

$$o = 100 \text{ m}$$

Počet stĺpikov vypočítame, keď obvod vydáme číslom $2,5$

$$100 : 2,5 = 40$$

Odpoveď:

Majiteľ pozemku bude potrebovať na oplatenie pozemku 40 stĺpikov.





PRÍKLAD 2

Obvod štvorca je 69,40 m. Aký je jeho obsah?



RIEŠENIE

Príklad rieši Katka.

$$o = 69,40 \text{ m}$$

$$S = \dots \text{ m}^2$$

$$o = 4 \cdot a$$

$$69,40 = 4 \cdot a$$

$$a = 69,40 : 4$$

$$a = 17,35$$

$$a = 17,35 \text{ m}$$

$$a = 17,35 \text{ m}$$

$$S = \dots \text{ m}^2$$

$$S = a \cdot a$$

$$S = 17,35 \cdot 17,35$$

$$S = 301,0225$$

$$S = 301,0225 \text{ m}^2$$

$$S \approx 301 \text{ m}^2$$



Odpoveď: Obsah štvorca je približne 301 m².



PRÍKLAD 3

Chodba v našom byte má tvar obdĺžnika s rozmermi 3 m a 4,5 m. Chceme ju vydláždiť dlaždicami tvaru obdĺžnika s rozmermi 7,5 cm a 15 cm.

a) Koľko dlaždíc spotrebujeme na vydláždenie chodby? Dlažbu ukladáme podľa obrázka.

b) Musí dláždič dlaždice rezať?



RIEŠENIE

a) Ocko si najprv vypočíta obsah chodby:

$$a = 3 \text{ m}$$

$$b = 4,5 \text{ m}$$

$$S = \dots \text{ m}^2$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = 3 \cdot 4,5$$

$$S = 13,5$$

$$S = 13,5 \text{ m}^2$$

Potom vypočíta obsah jednej dlaždice:

$$a_1 = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$$

$$b_1 = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$S_1 = \dots \text{ m}^2$$

$$S_1 = a_1 \cdot b_1$$

$$S_1 = 0,075 \cdot 0,15$$

$$S_1 = 0,01125$$

$$S_1 = 0,01125 \text{ m}^2$$

Počet dlaždíc dostane, keď vydeli obsah chodby S obsahom jednej dlaždice S_1 .

$$13,5 : 0,01125 = 1200$$

Odpoveď: Na vydláždenie chodby spotrebujeme 1200 kusov dlaždíc.

- b) Chceme zistiť, či bude potrebné dlaždice rezať. $3\text{ m} = 300\text{ cm}$. Číslo 300 je deliteľné číslom 15 bez zvyšku; $4,5\text{ m} = 450\text{ cm}$. Aj 450 je deliteľné číslom 15 bez zvyšku. Preto dláždič nemusí pri dokončovaní rezať dlaždice, (za predpokladu, že nenecháva medzery).

ZOPAKUJME SI

1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

1 m² = 100 dm²
1 dm² = 100 cm²
1 cm² = 100 mm²



CVIČENIA

1. Doplňte tabuľku:

a)

m	dm	cm	mm
3			
	20		
			756
		135	
4,7			

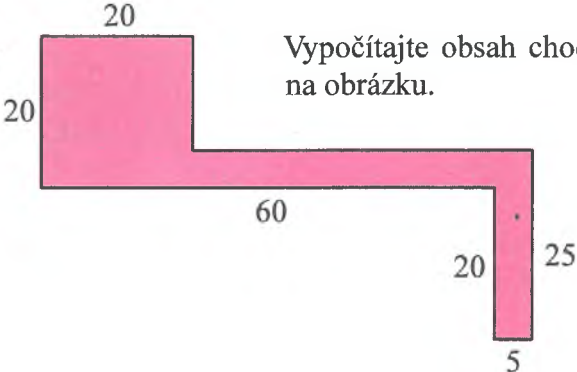
b)

m ²	dm ²	cm ²	mm ²
5			
		20 000	
	20		
			2 000 000
0,5			

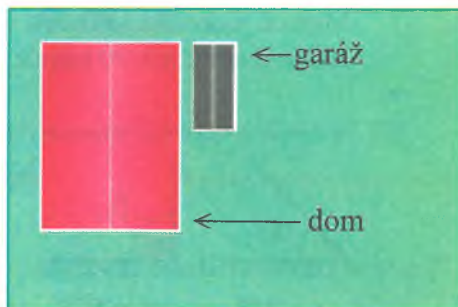
- 2. Strana štvorcovej dlaždice meria 11,5 cm. Určte koľko dlaždíc treba na vydláždenie plochy s obsahom 39,675 dm².
- 3. V bufete je šesť stolíkov s doskou tvaru štvorca. Strana štvorca meria 45,5 cm. Koľko dm² umakartu treba na pokrytie všetkých týchto stolíkov? Aká dlhá musí byť lišta na orámovanie všetkých týchto stolíkov?
- 4. Aká veľká je predajná plocha pultu (v m²), keď dĺžka pultu je 4,5 m a šírka je 75 cm?

- 5. Aká veľká skladovacia plocha (v m^2) bude potrebná pre 56 kartónov, keď dĺžka jedného kartónu je 4 dm a šírka 25 cm? Kartóny sa nemôžu skladovať položené na seba.
- 6. Plocha skla vo výkladnej skrini je $4,2 m^2$. Vypočítajte celkovú dĺžku orámovania skla, keď šírka výkladnej skrine je 240 cm.
- 7. Koberiec tvaru štvorca je olemovaný 14 m dlhým pruhom. Vypočítajte hmotnosť koberca, keď časť koberca s plošným obsahom $1 m^2$ má hmotnosť 1 025 g.
- 8. Veľkonočné čokoládové vajce bolo zabalené do škatule, ktorej všetky steny mali tvar štvorca a strana štvorca mala dĺžku 15 cm. Vypočítajte, koľko m stuhy treba na ozdobné previazanie škatule, keď na mašľu treba navyše 60 cm stuhy.
- 9. Chodbu dlhú 4,5 m a širokú 225 cm chceme vydláždiť štvorcovými dlaždicami so stranou 15 cm. Koľko dlaždíc bude potrebných na vydláždenie chodby?
- 10. Koľko debien dlhých 82,5 cm a širokých 6 dm uložíme na nákladné auto s ložnou plochou dlhou 2,4 m a širokou 165 cm?
- 11. Steny predajne potravín, ktorej dĺžka je 22,5 m a šírka 96 dm, sa majú natrieť olejovým náterom do výšky 200 cm. Vypočítajte náklady na náter, keď $1 m^2$ stojí 117,50 Sk.
- 12. Na paletu s rozmermi $800 mm \times 1\,200 mm$ naložili tovar s celkovou hmotnosťou 920 kg. Vypočítajte zaťaženie palety v kilogramoch na cm^2 .

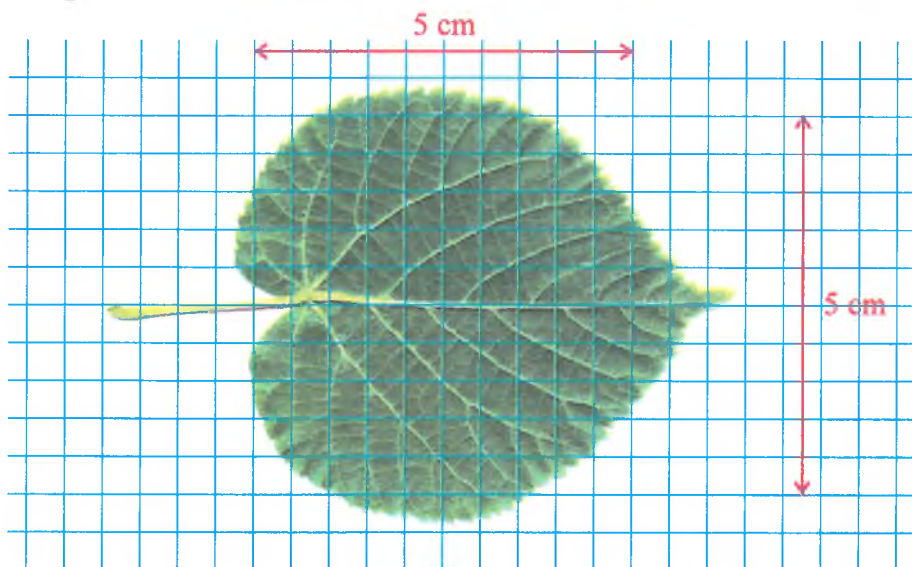


- 13.  Vypočítajte obsah chodby, ktorá je znázornená na obrázku.
- Rozmery sú v metroch.

- 14. Na pozemku s rozmermi 20 m a 30 m je postavený dom s rozmermi 12,5 m a 9,20 m a garáž s rozmermi 5,75 m a 2,80 m. Aká časť pozemku (v m²) môže slúžiť na okrasnú a úžitkovú záhradu?



- 15. List lipy je umiestnený v štvorcovej sieti. Zistíte približne obsah listu. Vypočítajte obsah listovej zelene stredne vysokej lipy, keď strom má približne 50 000 listov.

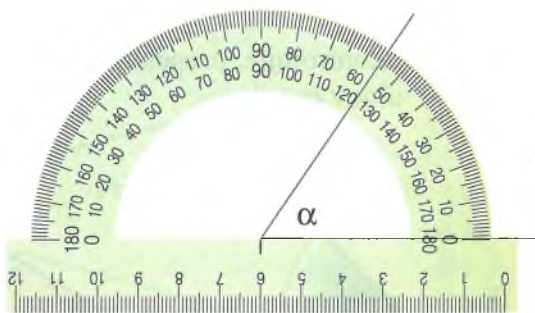


1.7 Uhol, veľkosť uhla v stupňoch a minútach. Porovnávanie uhlov, súčet a rozdiel uhlov

ZOPAKUJME SI

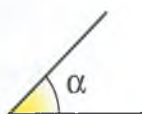
Uhly meriame uhlomerom, jednotkou veľkosti je **stupeň** (uhlový stupeň), označujeme 1°.

$$\alpha = 56^\circ$$



Menšia jednotka veľkosti uhla je **minúta** (uhlová minúta), zapisujeme 1'. Jeden stupeň má 60 minút.

$$1^\circ = 60'$$



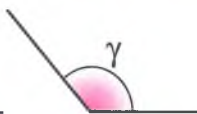
$$\alpha < 90^\circ$$

ostrý uhol



$$\beta = 90^\circ$$

pravý uhol



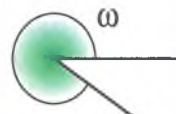
$$90^\circ < \gamma < 180^\circ$$

tupý uhol



$$\delta = 180^\circ$$

priamy uhol



$$\omega > 180^\circ$$

uhol väčší ako priamy



PRÍKLAD 1

Vyjadrite v minútach: $2^\circ 35'$.



RIEŠENIE

Zápis $2^\circ 35'$ znamená $2^\circ + 35'$.

Potom

$$2^\circ 35' = 2 \cdot 60' + 35' = 120' + 35' = 155'$$



PRÍKLAD 2

Veľkosť uhla $\alpha = 142'$. Vyjadrite v stupňoch a minútach.



RIEŠENIE

Pretože 1° má 60', vypočítame $142 : 60 = 2$
22

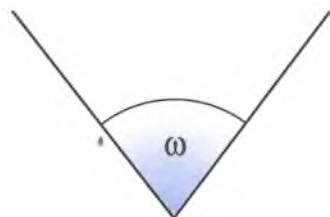
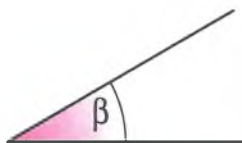
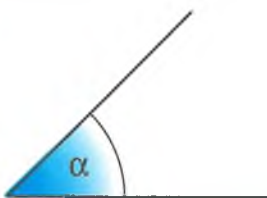
Podiel určuje počet stupňov a zvyšok počet minút.

Teda $142' = 2^\circ 22'$.



ÚLOHA 1

Skontrolujte, prenesením uhlov do zošita, či uhol ω je grafickým súčtom uhlov α a β .





ÚLOHA 2

Uhol $\omega = 125^\circ 42'$.

Zistite výpočtom, či uhol ω je súčtom uhlov $\alpha = 72^\circ 20'$ a $\beta = 53^\circ 22'$.



PRÍKLAD 3

Vypočítajte veľkosť uhla α , ktorý je grafickým rozdielom uhlov γ a β , keď

a) $\gamma = 79^\circ 29'$, $\beta = 45^\circ 12'$;

b) $\gamma = 112^\circ 15'$, $\beta = 62^\circ 24'$.



RIEŠENIE

a) Podľa zadania sa $\gamma = \alpha + \beta$

$$79^\circ 29' = \alpha + 45^\circ 12'$$

$$\alpha = 79^\circ 29' - 45^\circ 12' \quad \alpha = \gamma - \beta$$

$$\alpha = 34^\circ 17'$$

Uhol α má veľkosť $34^\circ 17'$.

b) $\gamma = \alpha + \beta$

$$112^\circ 15' = \alpha + 62^\circ 24'$$

$$\alpha = 112^\circ 15' - 62^\circ 24'$$

$$\alpha = 111^\circ 75' - 62^\circ 24'$$

$$\alpha = 49^\circ 51'$$

$$\text{Skúška: } 49^\circ 51' + 62^\circ 24' = 111^\circ 75' = 112^\circ 15'$$

$$\begin{array}{r}
 112^\circ \quad 15' \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 111^\circ \quad 60' + 15' = 111^\circ 75'
 \end{array}$$



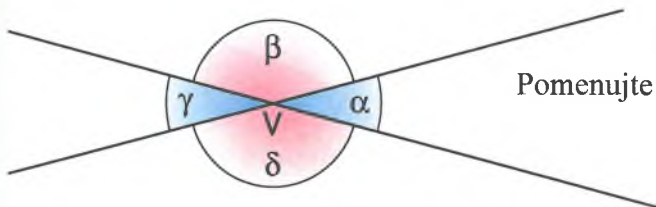
Pri odčítaní veľkostí uhlov vyjadrených v stupňoch a minútach odčítame osobitne stupne a osobitne minúty.

Ak je v menšenci menší počet minút ako v menšiteli, menšencia upravíme tak, aby sme mohli odčítať minúty.



ÚLOHA 3

Na obrázku sú štyri uhly α , β , γ , δ .

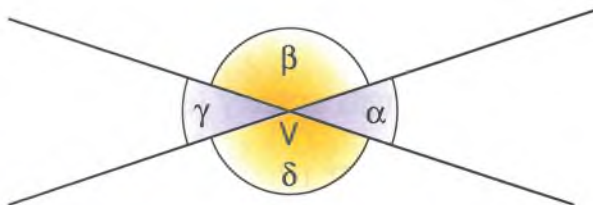


Pomenujte dvojice uhlov: α a γ ,
 α a β ,
 β a δ ,
 α a δ .



PRÍKLAD 4

Na obrázku sú opäť štyri uhly α , β , γ , δ , veľkosť uhla α je $36^\circ 45'$. Vypočítajte veľkosti ostatných uhlov a odôvodnite svoj postup.



RIEŠENIE

α , β – susedné uhly

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$36^\circ 45' + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 36^\circ 45'$$

$$\beta = 143^\circ 15'$$

Uhol β má veľkosť $143^\circ 15'$.

α , γ – vrcholové uhly

$$\gamma = 36^\circ 45'$$

Uhol γ má veľkosť $36^\circ 45'$.

β , δ – vrcholové uhly

$$\delta = 143^\circ 15'$$

Uhol δ má veľkosť $143^\circ 15'$.



PRÍKLAD 5

Uhly α , β , γ , δ , ω majú takéto veľkosti:

$$\alpha = 135^\circ 40', \beta = 15^\circ 26', \gamma = 15^\circ 57', \delta = 135^\circ 2', \omega = 192^\circ 15'.$$

Porovnajte tieto uhly.



RIEŠENIE

Z dvoch uhlov je menší ten, ktorého veľkosť je menšia. Preto platí

$$\beta < \gamma < \delta < \alpha < \omega$$

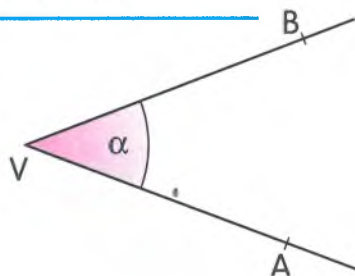


ÚLOHA 4

Na obrázku je uhol α .

Odmerajte jeho veľkosť.

Narysujte dvojnásobok uhla α .





PRÍKLAD 6

Na obrázku je uhol β , ktorý je dvojnásobkom uhla α .
Určte veľkosť uhla β , ak $\alpha = 40^\circ 36'$.



RIEŠENIE

Veľkosť dvojnásobku uhla sa rovná dvojnásobku veľkosti daného uhla.

$$\beta = 2 \cdot \alpha$$

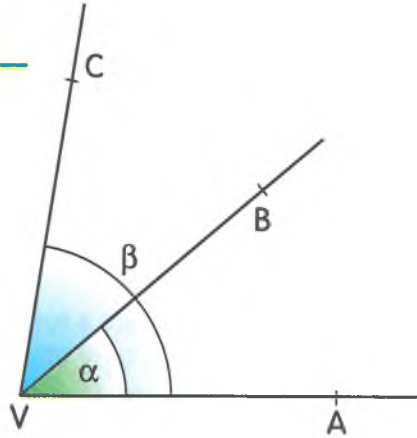
$$\beta = 2 \cdot 40^\circ 36'$$

$$\beta = 2 \cdot 40^\circ + 2 \cdot 36'$$

$$\beta = 80^\circ + 72'$$

$$\beta = 81^\circ 12'$$

Uhol β má veľkosť $81^\circ 12'$.



Pri násobení veľkosti uhla dvoma, násobíme osobitne minúty a osobitne stupne.
Výsledok podľa potreby upravíme.



PRÍKLAD 7

Na obrázku je uhol β polovicou uhla α .
Určte veľkosť uhla β , ak $\alpha = 76^\circ 48'$.



RIEŠENIE

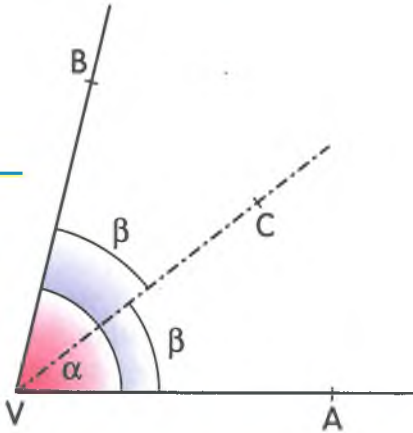
$$\alpha = 2 \cdot \beta$$

$$76^\circ 48' = 2 \cdot \beta$$

$$\beta = 76^\circ 48' : 2$$

$$\beta = 38^\circ 24'$$

Uhol β má veľkosť $38^\circ 24'$.

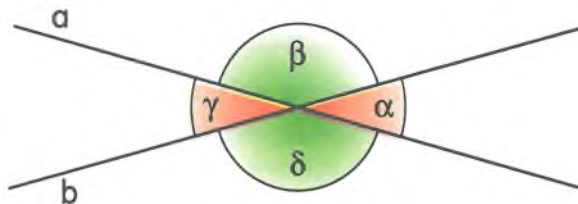


Pri delení veľkosti uhla dvoma, delíme osobitne stupne a osobitne minúty.



CVIČENIA

1. Vyjadrite veľkosť uhla α v minútach:
a) $\alpha = 6^\circ 45'$; b) $\alpha = 2^\circ 15'$; c) $\alpha = 5^\circ 22'$.
- 2. Vyjadrite veľkosť uhla α v stupňoch a minútach:
a) $\alpha = 136'$; b) $\alpha = 361'$; c) $\alpha = 427'$; d) $\alpha = 63'$.
- 3. Vypočítajte $\alpha + \beta$ a $\alpha - \beta$, ak:
a) $\alpha = 56^\circ 20'$, $\beta = 23^\circ 15'$ c) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 35^\circ 15'$
b) $\alpha = 47^\circ 30'$, $\beta = 24^\circ 30'$ d) $\alpha = 78^\circ 45'$, $\beta = 40^\circ 55'$
- 4. Vypočítajte a rozhodnite, či veľkosť dvojnásobku daného uhla je ostrý alebo tupý uhol:
a) $\alpha = 36^\circ 15'$; b) $\alpha = 47^\circ 55'$; c) $\alpha = 89^\circ 20'$.
- 5. Vypočítajte veľkosť polovice uhla α , keď uhol α má veľkosť
a) $\alpha = 56^\circ 20'$; b) $\alpha = 90^\circ$; c) $\alpha = 49^\circ 40'$; d) $\alpha = 136^\circ 26'$.
- 6. Na obrázku priamky a , b určujú štyri uhly α , β , γ , δ , pričom uhol $\gamma = 31^\circ 30'$. Vypočítajte veľkosti uhlov α , β , δ .



- 7. Bez uhlomeru, s použitím osi uhla, zostrojte uhol α s veľkosťou:
a) $\alpha = 45^\circ$; b) $\alpha = 30^\circ$; c) $\alpha = 15^\circ$.
- 8. Sú dané uhly α a β . Ich veľkosti sú:
a) $\alpha = 56^\circ 40'$, $\beta = 62^\circ 15'$; c) $\alpha = 46^\circ 20'$, $\beta = 47^\circ 20'$;
b) $\alpha = 5^\circ 45'$, $\beta = 5^\circ 47'$; d) $\alpha = 165^\circ 20'$, $\beta = 180^\circ$.
Ktorý z dvojice uhlov je väčší?
- 9. Narysujte uhol β , ktorý je dvojnásobkom uhla $\alpha = 72^\circ$.
- 10. Narysujte uhol β , ktorý je polovicou uhla $\alpha = 72^\circ$.

2 CELÉ ČÍSLA, OPERÁCIE S CELÝMI ČÍSLAMI

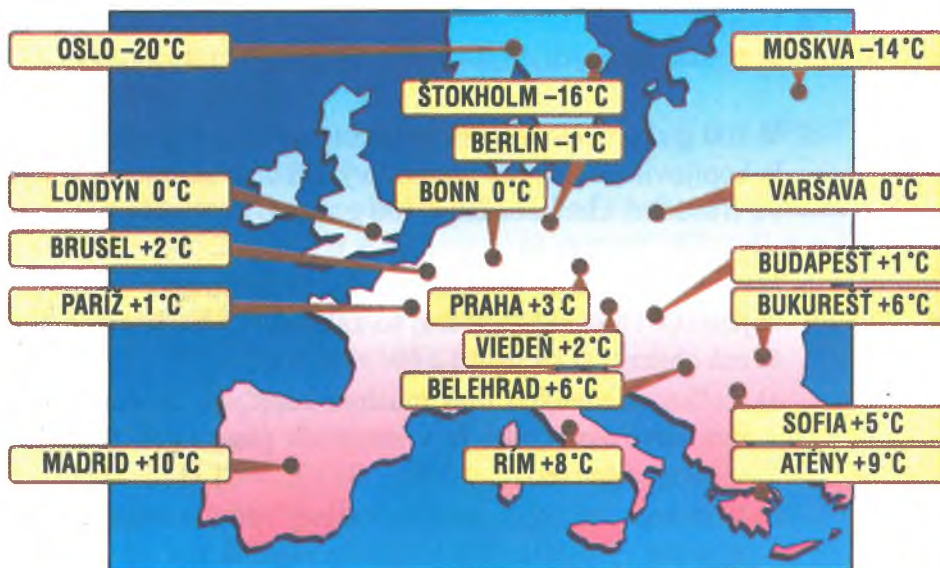
2.1 Kladné a záporné čísla



PROBLÉM 1

Martin a Peter našli cez vianočné prázdniny v novinách mapu Európy:

TEPLOTA VZDUCHU V EURÓPSKYCH MESTÁCH O 6.00 HODINE RÁNO



Martin číta a Peter zapisuje teploty vzduchu v jednotlivých mestách.

Martin diktuje

Oslo **mínus dvadsať** stupňov Celzia
Štokholm **mínus šesťnásť** stupňov Celzia
Moskva **mínus štrnásť** stupňov Celzia
Berlín **mínus jeden** stupeň Celzia
Varšava }
Londýn } **nula** stupňov Celzia
Bonn }
Praha **plus tri** stupne Celzia
Brusel **plus dva** stupne Celzia
Paríž **plus jeden** stupeň Celzia

Peter píše

Oslo -20 °C
Štokholm -16 °C
Moskva -14 °C
Berlín - 1 °C
Varšava 0 °C
Londýn 0 °C
Bonn 0 °C
Praha + 3 °C
Brusel + 2 °C
Paríž + 1 °C

Pokračujte ďalej, čítajte a zapisujte teploty vzduchu!



PRÍKLAD 1

Vyznačte teploty v mestách: Atény, Praha, Varšava, Moskva a Oslo podľa obrázka z predchádzajúceho problému na modeli okenného teplomera.

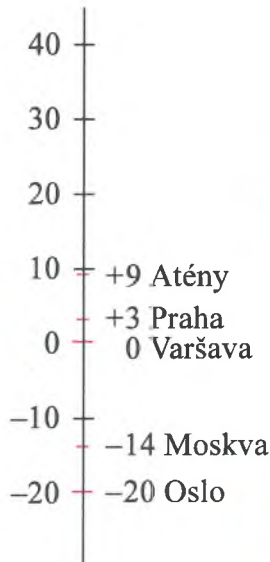
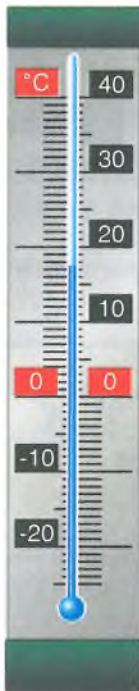


RIEŠENIE

Martinovi a Petrovi prišla na pomoc Lucia. Priniesla okenný teplomer a podľa neho narysovala zvislú os.

Ďalej čítali a vyznačovali na číselnú os:

mesto	teplota	čítame	vyznačíme
Atény	+9 °C	plus 9 °C	9 stupňov nad nulou
Praha	+3 °C	plus 3 °C	3 stupne nad nulou
Varšava	0 °C	0 °C	presne nula stupňov
Moskva	-14 °C	mínus 14 °C	14 stupňov pod nulou
Oslo	-20 °C	mínus 20 °C	20 stupňov pod nulou



ÚLOHA 1

Vyznačte na zvislej číselnej osi teploty v ostatných mestách Európy podľa obrázka z problému 1.



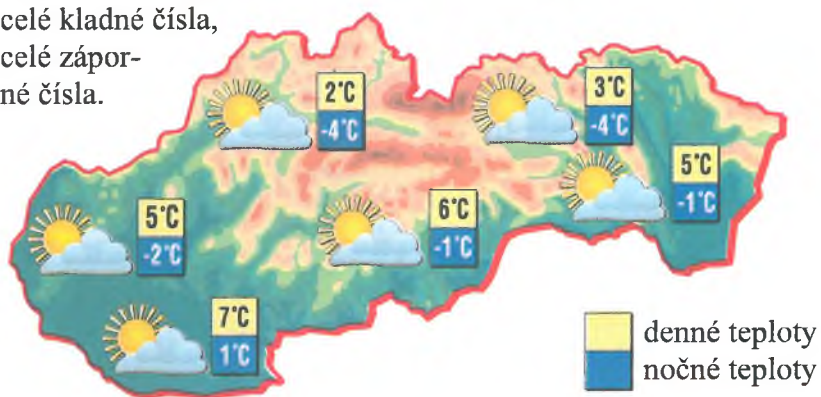
Čísla $+1, +2, +3, \dots$ sú celé kladné čísla.
 Píšeme ich so znamienkom $+$.
 Čísla $-1, -2, -3, \dots$ sú celé záporné čísla.
 Píšeme ich so znamienkom $-$.
 Číslo 0 nie je ani kladné ani záporné.
 Nemá žiadne znamienko.



ÚLOHA 2

Z mapky Slovenska vypíšte teploty, ktoré predstavujú:

- celé kladné čísla,
- celé záporné čísla.



PROBLÉM 2

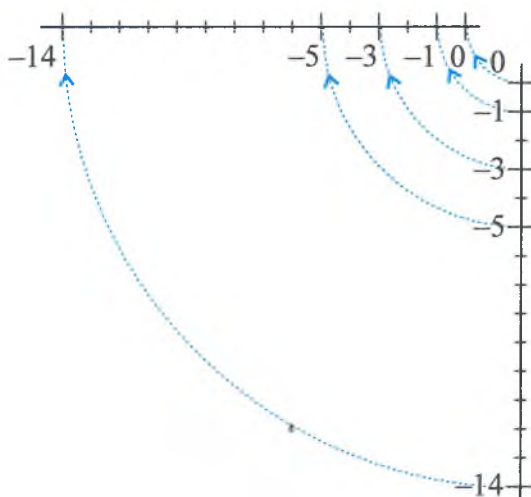
Ako a kde vyznačíme na vodorovnej číselnej osi záporné celé čísla: $-1, -3, -5, -14$?

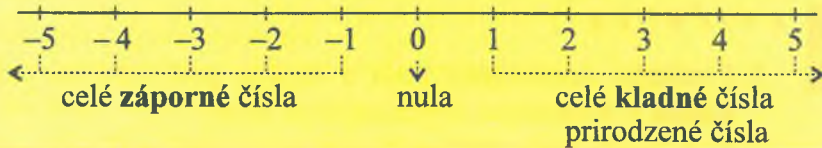


RIEŠENIE

Jakub vie, že číselná os je priamka. Môžeme ju predĺžovať doprava a znázorňovať čísla väčšie, ale aj doľava, až za číslo 0 . Ako keby sme zvislú os z problému 2 preklopili.

Jakub rysuje: \rightarrow





PRÍKLAD 2

Normálny stav hladiny rieky je zvyčajná výška vody od dna a označuje sa číslom 0. Počas šiestich mesiacov hladina rieky takto kolísala (údaje sú v metroch):

+0,2; -0,1; -0,05; +0,15; -0,18; -0,13

Vyjadrite údaje v decimetroch a vyznačte ich na vodorovnej číselnej osi.



RIEŠENIE

Mirka najskôr číselné údaje vyjadrí v decimetroch:

premieňame m → dm

+0,2 m = +2 dm

-0,1 m = -1 dm

-0,05 m = -0,5 dm

násobíme $\boxed{10}$

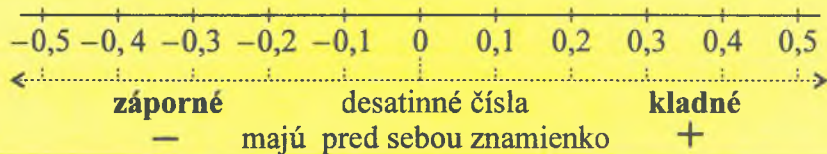
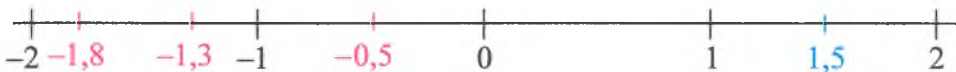
+0,15 m = +1,5 dm

-0,18 m = -1,8 dm

-0,13 m = -1,3 dm

Mirka vyznačí tieto údaje na číselnej osi.

Jednotkovú úsečku si zvolí takto: 3 cm na osi = 1 dm v skutočnosti.



POZNÁMKA

Pri zápise celých kladných čísel a kladných desatinných čísel môžeme znamienko + vynechať. Napríklad: $+9 = 9$; $+1,25 = 1,25$



ÚLOHA 3

Na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm vyznačte obrazy týchto čísel:

a) 0; 2; -5; 5; -4; 6; -1

b) 0,8; 0; -0,5; 1; -1; 5,5; -3,5



CVIČENIA

1. Prečítajte nasledujúce čísla a zapíšte pod seba do jedného stĺpca kladné a do druhého stĺpca záporné čísla:

a) $+2, -25, +94, -102, +45, -99, +66, -459, +87, -11, -561$

b) $+0,2; -0,02; +1; -15,2; -5,23; +9,48; -0,67; -102,6; +601,2$

c) $-1,2; 8; 15,3; -5,4; -41,6; 16; 4,1; -65,22$

..... 2. Nájdite v nasledujúcej tabuľke normálny stav vodnej hladiny a prečítajte odchýlky (údaje sú v cm).

Výška hladiny	195	198	200	205	199	201	189
Odchýlka od normálu	-5	-2	0	+5	-1	+1	-11

..... 3. Narysujte si číselnú os podľa obrázka a vyznačte na nej obrazy daných čísel:

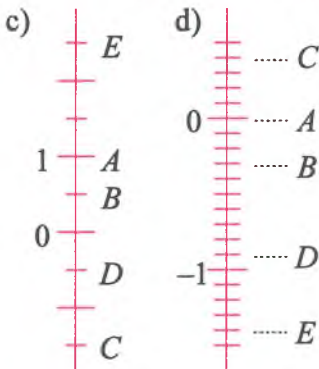


a) $2, -4, 6, 0, -1, 10, 1$

b) $-0,7; 0; 4,6; -6,3; 1,0; -2,5; 2,5$

c) $0,9; 0; -5,8; -0,9; 5,8; 4; -4$

..... 4. Zapíšte, obrazy ktorých čísel sú vyznačené na číselnej osi bodmi A, B, C, D, E. (Napríklad $A = -4$)



..... 5. Nájdite iné príklady zo života, v ktorých číselné údaje vyjadrujeme záporným číslom.

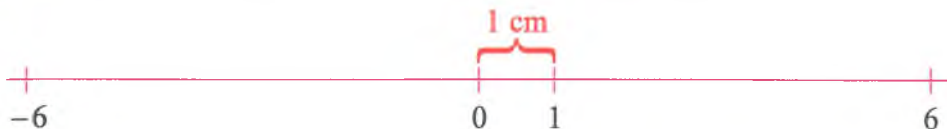
..... 6. Ako inak nazývame celé kladné čísla?

2.2 Čísla navzájom opačné



PRÍKLAD 1

Janko si narysoval číselnú os a na nej vyznačil dve čísla:



Čím je táto dvojica čísel zaujímavá?



RIEŠENIE

Janko meria:

Vzdialenosť obrazu čísla 6 od obrazu čísla 0 je 6 cm.

Vzdialenosť obrazu čísla -6 od obrazu čísla 0 je 6 cm.

Obrazy týchto čísel sú rovnako vzdialené od obrazu čísla 0 a ležia na opačných častiach číselnej osi vzhľadom na obraz čísla 0.

Číslo -6 je opačné k číslu 6. Platí to aj obrátene:

Číslo 6 je opačné k číslu -6 .



Obrazy navzájom opačných celých čísel ležia na navzájom opačných častiach číselnej osi, sú rovnako vzdialené od obrazu čísla 0.




PRÍKLAD 2

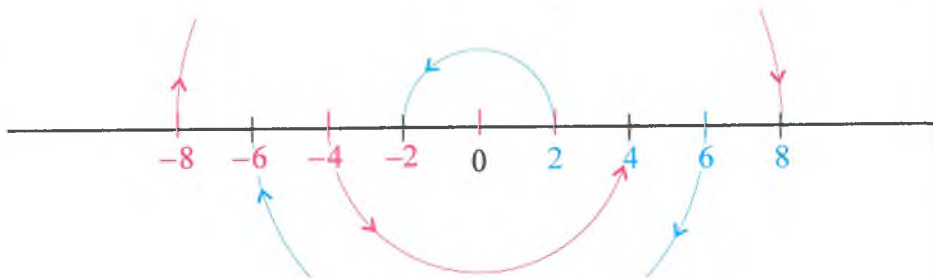
Nájdite opačné čísla k daným celým číslam:

2, 6, -8 , -4



RIEŠENIE

Marek si pomôže podobne ako Janko číselnou osou. Najskôr vyznačí obraz čísla 0 a obrazy čísel 2, 6, -8 a -4 . Obrazy čísel k nim opačných hľadá pomocou kružidla. Hrot kružidla zabodne do bodu 0 a postupne prenáša obrazy vyznačených čísel okolo neho na opačnú časť číselnej osi, na opačnú polpriamku. 



Navzájom opačné dvojice čísel: 2 a -2 , 6 a -6 , -8 a 8, -4 a 4.

Zuzka to skúša iba pomocou znamienok:

Čísla 2 a 6 sú *kladné*, platí: $2 = +2$; $6 = +6$

Čísla k nim *opačné sú záporné*, majú znamienko $-$.

Platí:

číslo -2 je opačné k číslu 2 alebo k číslu 2 je opačné číslo -2

číslo -6 je opačné k číslu 6 alebo k číslu 6 je opačné číslo -6

Čísla -8 a -4 sú *záporné*.

Čísla k nim *opačné sú kladné*, majú znamienko $+$.

Platí:

číslo 8 je opačné k číslu -8 alebo k číslu -8 je opačné číslo 8

číslo 4 je opačné k číslu -4 alebo k číslu -4 je opačné číslo 4



Opačné číslo ku kladnému číslu je záporné číslo.
Opačné číslo k zápornému číslu je kladné číslo.



ÚLOHA 1

Nájdite na číselnej osi obrazy opačných celých čísel k daným číslam. Zapíšte nájdené dvojice navzájom opačných čísel.



ÚLOHA 2

K daným celým číslam nájdite opačné čísla:

12, -5 , -45 , 6, -100 , 102, -56 , 8, -18



PROBLÉM

Aké číslo je opačné k číslu nula?



RIEŠENIE

Paľko narysuje číselnú os a vyznačí obraz čísla 0.



Paľko uvažuje:

Zápisy $+0$ a -0 nemajú zmysel.

Obraz čísla 0 sa nedá preniesť na opačnú časť číselnej osi, lebo je to začiatok číselnej osi.

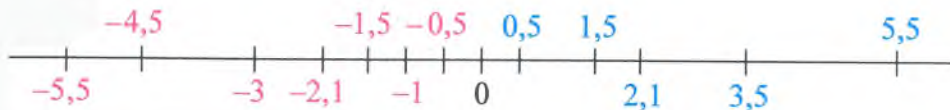


Číslo 0 nie je ani kladné, ani záporné číslo.
K číslu 0 je opačné číslo 0.



PRÍKLAD 3

Na číselnej osi sú vyznačené obrazy kladných a záporných desatinných čísel. Zistite, či sú medzi nimi dvojice navzájom opačných čísel.



RIEŠENIE

Silvia prezerá číselnú os zľava doprava. Navzájom opačné dvojice čísel:

$$-5,5 \text{ a } 5,5 \quad 1,5 \text{ a } -1,5$$

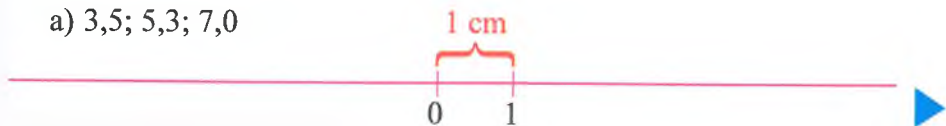
$$-2,1 \text{ a } 2,1 \quad -0,5 \text{ a } 0,5$$



ÚLOHA 3

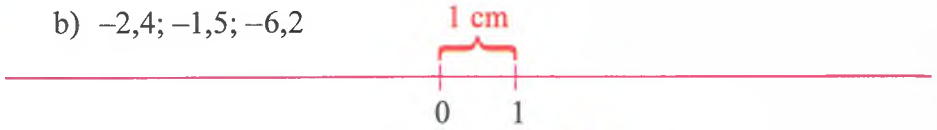
Narysujte číselnú os podľa obrázka, vyznačte na nej obrazy daných čísel a nájdite obrazy čísel k nim opačných.

a) 3,5; 5,3; 7,0





b) $-2,4; -1,5; -6,2$



c) $0,2; -0,5; 1,25; -1,75$

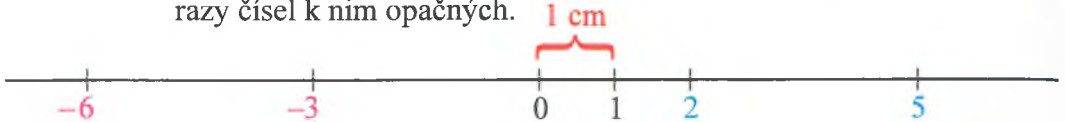


CVIČENIA

1. K daným celým číslam napíšte čísla opačné:

- a) 25, 60, 14, 587, 1 025, 5, 75, 12
 b) $-15, -96, -4, -78, -102, -8 759, -35$
 c) 4, $-8, 2, -58, -16, 16, 48, -84, -234, 324$

..... 2. Prekreslite si do zošita číselnú os a nájdite k vyznačeným číslam obrazy čísel k nim opačných.



..... 3. Vypíšte z tabuľky všetky dvojice navzájom opačných čísel.

a)

8	-2	2
6	4	10
-10	-8	12

b)

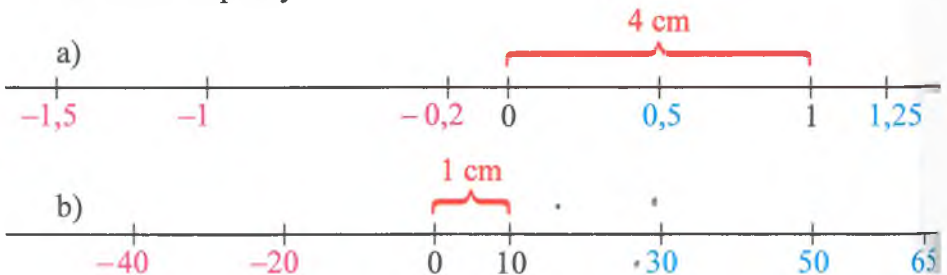
1,6	-0,4	0,8
0,2	-1,6	-0,8
1,2	0	0,4



..... 4. K daným desatinným číslam napíšte čísla opačné:

- a) 0,6; 1,23; 6,5; 1,44; 3,965; 0,001
 b) $-1,56; -21,36; -0,547; -87,002; -90,5$
 c) 0,4; $-6,2; 4,8; -12,3; 9,55; 45,01; -10,75; -100,01$

..... 5. Prekreslite do zošita číselnú os a nájdite k vyznačeným číslam obrazy čísel k nim opačných.



2.3 Absolútna hodnota celého a desatinného čísla



PRÍKLAD 1

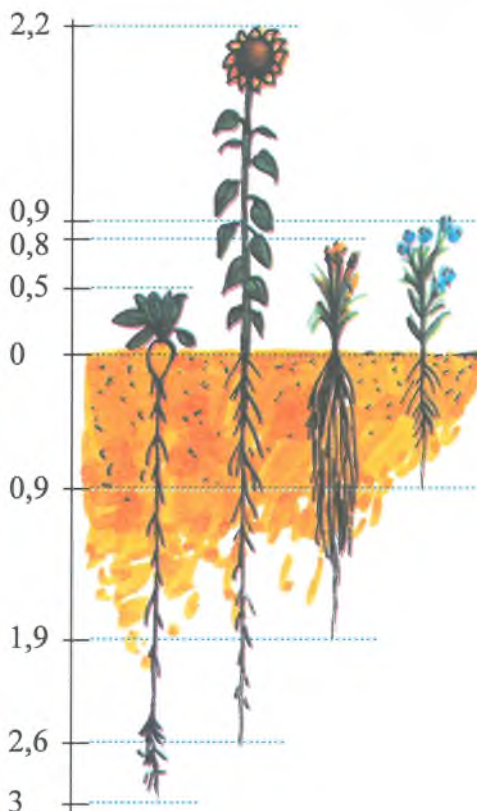
Danka a Martin si spomenuli na obrázok z učebnice prírodopisu, kde boli nakreslené niektoré rastliny aj s koreňmi a načrtnutá zvislá číselná os. Do akej hĺbky siahajú korene cukrovej repy, slnečnice, pšenice a ľanu? Aká ja celková výška týchto rastlín?



RIEŠENIE

Danka si pomáha číselnou osou, počíta v metroch:

Rastlina	Koreň	Nadzemná časť	Spolu (m)
Cukrová repa	3	0,5	3,5
Slnečnica	2,6	2,2	4,8
Pšenica	1,9	0,8	2,7
Ľan	0,9	0,9	1,7



Danka vysvetľuje Martinovi:

Dĺžku koreňa určíme ako veľkosť úsečky, ktorá má jeden krajný bod v bode nula a druhý na konci koreňa. Údaje sú v prvom stĺpci tabuľky. Dĺžku nadzemnej časti rastliny určíme ako veľkosť úsečky, ktorá má jeden krajný bod v bode nula a druhý na vrchole rastliny, je to druhý stĺpec tabuľky. Celková výška rastliny je súčet dĺžok týchto dvoch úsečiek zapísaný v treťom stĺpci tabuľky.



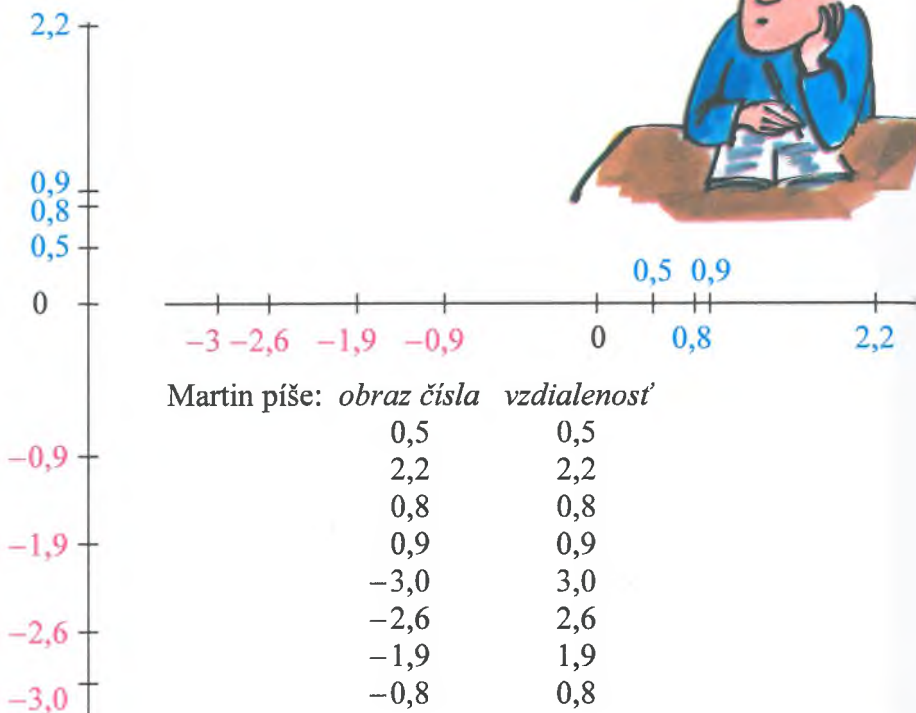
PROBLÉM

Martin vie, že správne by mali byť číselné údaje na zvislej číselnej osi pod nulou zapísané ako záporné čísla. Znázorní ich tak a narysuje aj vodorovnú číselnú os s tými istými údajmi.

Ako určíme vzdialenosť medzi obrazom daného čísla a obrazom čísla nula?



RIEŠENIE



Vzdialenosť sa rovná počtu jednotkových úsečiek číselnej osi, ktoré ležia medzi obrazom čísla 0 a obrazom daného čísla. Táto vzdialenosť nikdy nemôže byť záporná, pretože predstavuje časť priamky – úsečku a úsečka so zápornou dĺžkou neexistuje. Napríklad: dĺžku koreňa rastliny vieme odmerať a je to vždy číslo kladné, napriek tomu, že koreň rastie pod zemou.



Vzdialenosť obrazu čísla na číselnej osi od obrazu čísla nula nazývame **absolútna hodnota**. Je to vždy **kladné číslo**.

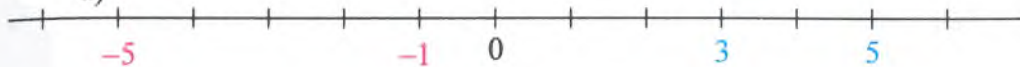
zapíšeme $|4| = 4$ $|-4| = 4$
 $|2,5| = 2,5$ $|-2,5| = 2,5$



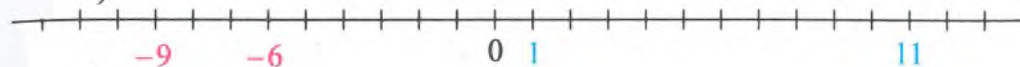
ÚLOHA 1

Určte a zapíšte absolútne hodnoty čísel vyznačených na číselnej osi:

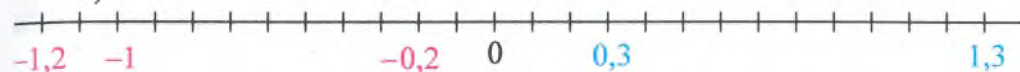
a)



b)



c)



Dve navzájom opačné čísla majú rovnaké absolútne hodnoty.



ÚLOHA 2

Určte a zapíšte absolútne hodnoty daných čísel a čísel k nim opačných:

a) 9, 5, -4, 2, 6, -11, 50, -87

b) 0,22; -0,49; 12,1; -14,5; 148,3; 456,5; -54,8



Absolútna hodnota nuly je nula.

$$|0| = 0$$



PRÍKLAD 2

Nájdite všetky čísla a , b , pre ktoré platí:

$$|a| = 2$$

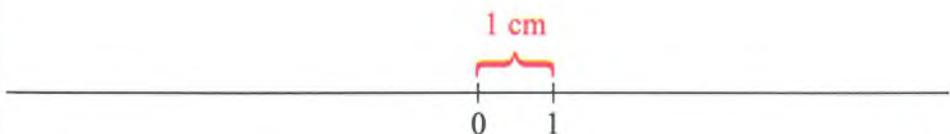
$$|b| = 5,3$$

Nájdite ich obrazy na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm.



RIEŠENIE

Marek narýsuje číselnú os a vyznačí na nej jednotkovú úsečku:



$|a| = 2$ znamená, že obraz čísla a je od obrazu čísla 0 vzdialený 2 jednotkové úsečky.



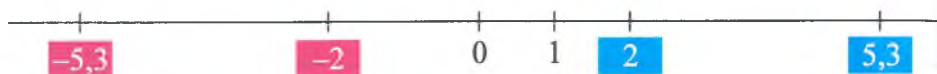
Vo vzdialenosti 2 od bodu 0 ležia obrazy práve dvoch navzájom opačných celých čísel: 2 a -2 .

Platí: ak $|a| = 2$, tak $a = 2$ alebo $a = -2$

$|b| = 5,3$ znamená, že obraz čísla b je od obrazu čísla 0 vzdialený 5,3 jednotkovej úsečky.

Vo vzdialenosti 5,3 od bodu 0 ležia obrazy práve dvoch navzájom opačných čísel: 5,3 a $-5,3$.

Platí: ak $|b| = 5,3$, tak $b = 5,3$ alebo $b = -5,3$



ÚLOHA 3

Na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm nájdite obrazy všetkých čísel x, y, z, v , pre ktoré platí:

a) $|x| = 3$ $|y| = 7$

b) $|z| = 1,5$ $|v| = 4,8$

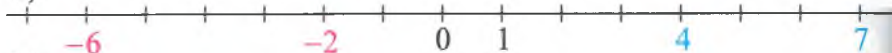


CVIČENIA

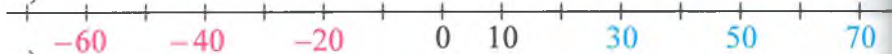
1. Prečítajte nasledujúce zápisy a skontrolujte, či sú absolútne hodnoty čísel správne určené. $|-5| = 5$ $|-0,25| = 25$ $|12| = 12$
 $|1,5| = 1,5$ $|-1| = 1$ $|-4,8| = 4,8$

- 2. Určte a zapíšte absolútne hodnoty čísel vyznačených na číselnej osi:

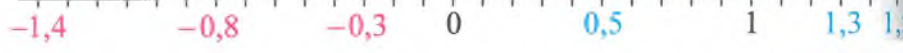
a)



b)



c)



- 3. Dané sú čísla:

6; -18 ; 12,5; $-47,8$; 7,11; $-9,36$; $-3,66$; 54; $-8,45$

Napíšte k nim opačné čísla a zapíšte ich absolútne hodnoty.

- 4. Na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm nájdite obrazy všetkých čísel p, q, s, t , pre ktoré platí:

a) $p = 1$ $q = 5$

b) $s = 2,5$ $t = 6,3$

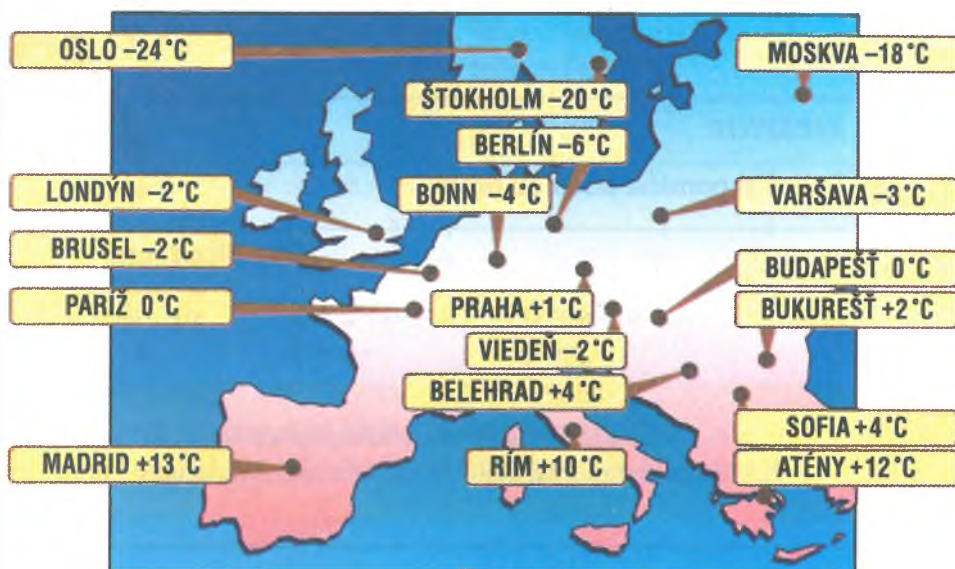
2.4 Usporiadanie celých a desatinných čísel



PRÍKLAD 1

Martin vymyslel pre Petra úlohu:

Na mape Európy nájdí tri mestá, v ktorých bola teplota vzduchu najnižšia a tri mestá, v ktorých bola teplota vzduchu najvyššia.



RIEŠENIE

Peter číta teploty v mestách na severe Európy a píše:

Najnižšia teplota: Oslo $-24\text{ }^{\circ}\text{C}$, Štokholm $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, Moskva $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Na juhu býva teplejšie, ležia tam mestá: Madrid $+13\text{ }^{\circ}\text{C}$, Rím $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$, Atény $+12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Vyznačme teploty na číselnej osi.



Obraz **väčšieho** čísla leží na číselnej osi **napravo** od obrazu menšieho čísla.



ÚLOHA 1

Usporiadajte teploty vzduchu v európskych mestách od najnižšej po najvyššiu a vyznačte ich na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 0,5 cm.



PROBLÉM 1

Ako porovnávame celé záporné čísla?
Doplňte znaky nerovnosti.

- a) -1 0 -5 0
 b) -2 1 -6 3
 c) -7 -3 -12 -10



RIEŠENIE

Ľuboš si pomáha číselnou osou:



- platí: a) $-1 < 0$ b) $-2 < 1$ c) $-7 < -3$
 $-5 < 0$ $-6 < 3$ $-12 < -10$



Každé celé záporné číslo je menšie ako nula.
 Každé celé záporné číslo je menšie ako každé celé kladné číslo.



ÚLOHA 2

Porovnajte podľa veľkosti čísla:

- a) 6 a 0 c) -8 a 6 e) 0 a -9
 b) -6 a 0 d) 8 a -6 f) 10 a -15



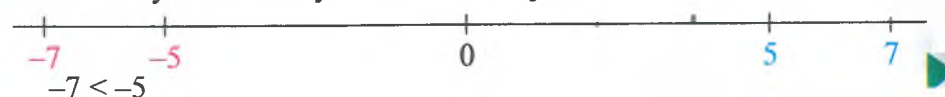
PROBLÉM 2

Pre prirodzené čísla 5 a 7 platí nerovnosť:
 $5 < 7$ čo je to isté, ako $7 > 5$
 Aký vzťah platí pre čísla k nim opačné?



RIEŠENIE

Vierka si vyznačí obrazy čísel na číselnej osi:



platí: $-5 > -7$ lebo $5 < 7$
 $-7 < -5$ lebo $7 > 5$

Ak pre prirodzené čísla a, b platí nerovnosť $a < b$,
tak pre opačné čísla (záporné čísla) $-a, -b$ platí nerovnosť $-a > -b$.

Ak pre prirodzené čísla a, b platí nerovnosť $a > b$,
tak pre opačné čísla (záporné čísla) $-a, -b$ platí nerovnosť $-a < -b$.

$-7 < -3$ lebo $7 > 3$
 $-18 < -10$ lebo $18 > 10$
 $-11 > -12$ lebo $11 < 12$
 $-235 > -300$ lebo $235 < 300$



ÚLOHA 3

Porovnajte podľa veľkosti čísla:

- a) -6 a -4 c) -12 a -5 e) -13 a -23
b) -4 a -6 d) -1 a -7 f) -5 a -12



Kladné a záporné desatinné čísla porovnávame podľa tých istých pravidiel ako kladné a záporné celé čísla.



PRÍKLAD 2

Skontrolujte zápisy Jurka a Adama a pri každom zápise povedzte pravidlo, podľa ktorého sme desatinné čísla porovnali.

$-0,9 < 0$ $-15,1 < 4$ $-2,8 < -2$
 $-12,23 < 0$ $-102,01 < 1,02$ $-4,14 < -1,1$
 $0 > -1,1$ $5,5 > -5,5$ $-21,3 > -30$
 $0 > -200,5$ $10,2 > -10$ $-12,8 > -18,2$



ÚLOHA 4

Porovnajte podľa veľkosti čísla:

- a) 0 a -1 c) $-6,4$ a $4,6$ e) $-10,24$ a $-0,86$
b) $-0,1$ a 0 d) $-4,6$ a $6,4$ f) $-0,4$ a $-0,5$



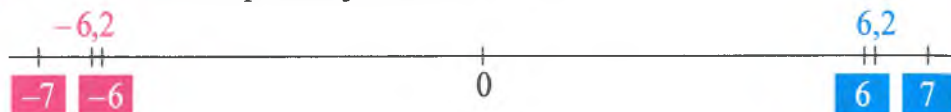
PRÍKLAD 3

Určte, medzi ktorými dvoma po sebe idúcimi celými číslami ležia čísla 6,2 a $-6,2$ a výsledky zapíšte pomocou nerovností.



RIEŠENIE

Betka a Kvetka si pomáhajú číselnou osou:



Betka povie: číslo 6,2 leží medzi celými kladnými číslami 6 a 7

zapíše: $6 < 6,2 < 7$

prečíta:

číslo 6,2 je väčšie ako číslo 6 a zároveň menšie ako číslo 7

Kvetka povie: číslo $-6,2$ leží medzi celými zápornými číslami -7 a -6

zapíše: $-7 < -6,2 < -6$

prečíta:

číslo $-6,2$ je väčšie ako číslo -7 a zároveň menšie ako číslo -6



ÚLOHA 5

Určte a zapíšte pomocou nerovností, medzi ktorými dvoma po sebe idúcimi celými číslami ležia čísla:

a) 9,5 a $-9,5$

b) 24,8 a $-24,8$

c) $-215,6$ a 215,6



CVIČENIA

1. Usporiadajte čísla od najmenšieho po najväčšie (vzostupne):

a) $-5, 8, -14, -10, 0, 2, -3, -20, 5, -4$

b) $2,8; -1,2; 5,4; -4,3; -1,8; 6,5; -5,4$

c) $10; -5,5; 9,4; -12,5; -1; 1,1; -8,4$

..... 2. Doplňte znaky $<$, $>$, $=$ tak, aby ste dostali správne zápisy:

a) 4 7 c) 12 -12 e) -12 12 g) -8 -9

b) -4 -7 d) 0 -32 f) -8 -8 h) -8 -4

..... 3. Sú dané čísla: a) 10, b) -10 , c) -5 , d) -2 .

Napíšte päť celých čísel, ktoré

a) nasledujú bezprostredne za nimi,

b) im bezprostredne predchádzajú. Pomôžte si číselnou osou.

- 4. Porovnajte podľa veľkosti čísla:
 a) 15,7 a 17,5 c) 15,7 a -17,5 e) 0,5 a 0,3 g) 0,5 a -0,3
 b) -15,7 a 17,5 d) -15,7 a -17,5 f) -0,5 a 0,3 h) -0,5 a -0,3
- 5. Nájdite chybné zápisy:
 a) $0 > -5$ d) $-12 > -18$ g) $18,6 > -2,5$
 b) $-6 > 0$ e) $-18 < -20$ h) $-50,1 < -25,05$
 c) $-8 < 8$ f) $10,5 < -10,5$ i) $-3,4 < -4,3$
- 6. Z čísel -5,6; -5; -5,9; -5,4; -6; -6,1 vyberte tie, ktoré sú
 a) menšie ako -5,5; b) väčšie ako -5,7.
- 7. Určte a zapíšte pomocou nerovností, medzi ktorými dvoma za sebou idúcimi celými číslami ležia čísla:
 a) 1 a -1 b) 32,6 a -32,6 c) -111,1 a 111,1
- 8. Aká môže byť teplota vzduchu, ak predpoveď počasia hovorí:
 a) najvyššia denná teplota bude -2 až 2 stupne,
 b) najvyššia denná teplota vystúpi v popoludňajších hodinách na -6 až -2 stupne, na severe územia na -10 až -7 stupňov.
- 9. Úroveň hladiny rieky kolíše 55 cm pod a nad normálom. Aká môže byť minimálna a aká maximálna hĺbka vody, ak normál predstavuje 1,8 m? Vyjadrite v centimetroch.



2.5 Sčítovanie a odčítovanie celých a desatinných čísel

ZOPAKUJME SI

Doteraz sme sa učili sčítovať **prírodné** čísla a **kladné** desatinné čísla. **Prírodné** čísla nazývame aj **celé kladné** čísla.



Súčet dvoch **kladných** čísel je **kladné** číslo.

sčítanec + sčítanec = súčet

$$5 + 3 = 8$$

$$0,5 + 0,3 = 0,8$$



PROBLÉM 1

Jakub a Miško rozmýšľali:

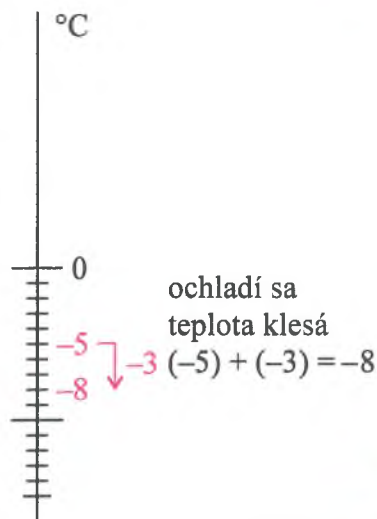
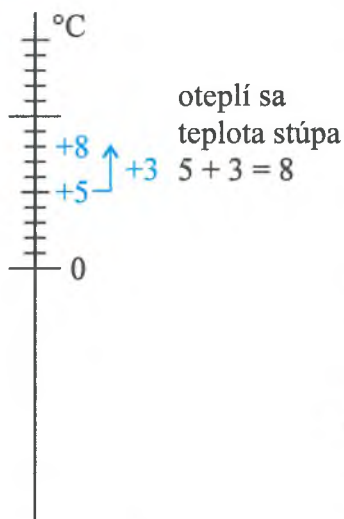
Ak je ráno teplota $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a počas dňa sa oteplí o $3\text{ }^{\circ}\text{C}$, aká je výsledná teplota?

Ak je večer teplota $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a v noci sa ochladí o $3\text{ }^{\circ}\text{C}$, aká je výsledná teplota?



RIEŠENIE

Jakub kreslí teplomer, Miško píše a počíta:



Odpoveď:

Cez deň je výsledná teplota $+8\text{ }^{\circ}\text{C}$, v noci je výsledná teplota $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Súčet dvoch **záporných** čísel je **záporné** číslo.

sčítanec + sčítanec = súčet

$$(-5) + (-3) = -8$$



POZNÁMKA

Sčítajeme dve celé kladné čísla.

Súčet $5 + 3$ môžeme písať $+5 + (+3)$ alebo $(+5) + (+3)$ alebo $+5 + 3$.

Tieto zápisy sú pre bežné počítanie neprehľadné.

Znamienko $+$, v zátvorke pred číslom, označuje kladné číslo, obyčajne ho vynechávame. Inak: ak pred celým číslom nie je v zátvorke napísané žiadne znamienko, je to **kladné** číslo.

Sčítajeme dve celé záporné čísla.

Súčet $(-5) + (-3)$ môžeme písať $-5 + (-3)$.

Ak je záporné číslo prvý sčítanec, zátvorku môžeme vynechať. Znamienko $-$ na začiatku príkladu alebo v zátvorke pred číslom nevynechávame, pretože označuje **záporné** číslo.



ÚLOHA 1

Napíšte súčty bez zbytočných znamienok a zátvoriek a sčítajte:

a) $(+7) + 6$

c) $(+12) + (+13)$

e) $(-8) + (-11)$

b) $(+5) + (+11)$

d) $(-6) + (-8)$

f) $(-12) + (-20)$



ÚLOHA 2

Vysvetlite, aký význam má znamienko plus v zápisoch:

$5 + 6$

$+5 + 6$

$+5\text{ }^{\circ}\text{C}$

$6 + (+5)$



ÚLOHA 3

Sčítajte:

a) $0,6 + 0,2$

c) $0,1 + 0,9$

e) $-0,6 + (-0,2)$

g) $-0,1 + (-0,9)$

b) $1,5 + 2,3$

d) $5,2 + 3,5$

f) $-1,5 + (-2,3)$

h) $-5,2 + (-3,5)$



PROBLÉM 2

Martin si zapisoval teplotu vzduchu počas troch dní. Ráno bola vždy $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Prvý deň bola najvyššia teplota o $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia, druhý deň o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia, tretí deň o $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia ako ráno.

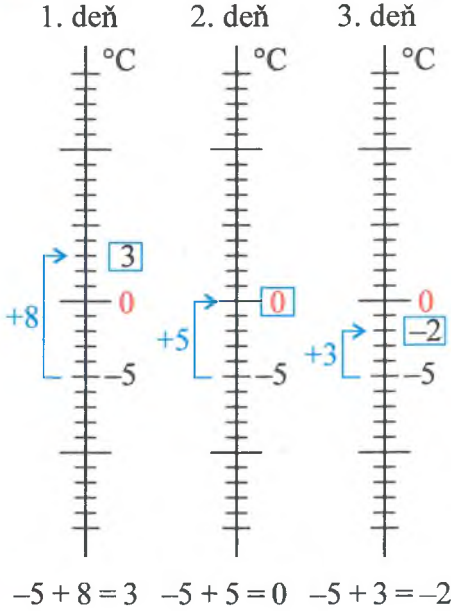
Aká najvyššia teplota bola každý deň?





RIEŠENIE

Martin si kreslí teplomer na každý deň:



Martin zapísal výsledky podľa teploty na teplomeroch.

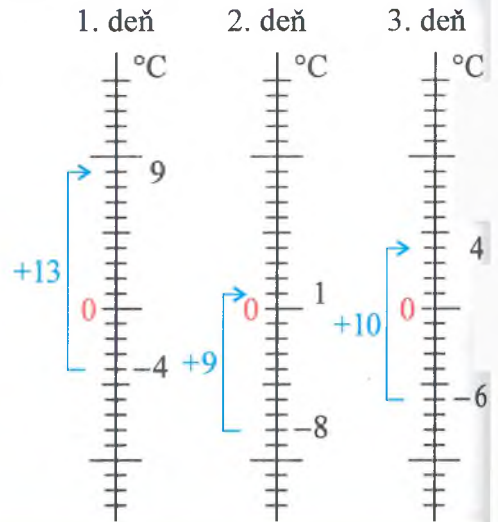
Odpoveď:

Prvý deň bola najvyššia teplota $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$, druhý deň $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a tretí deň $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$.



ÚLOHA 4

Zapište príklady a výsledné teploty podľa teplomerov:



Zámena sčítancov

Ak a, b sú dve ľubovoľné celé alebo desatinné čísla, platí

$$a + b = b + a$$

Súčet sa nezmení, ak zameníme poradie sčítancov.



PRÍKLAD 1

V nasledujúcich príkladoch sme využili pravidlo o zámene sčítancov. Prepíšte ich a skontrolujte výpočet podľa riešenia problému 2 a úlohy 4.

$$-5 + 8 = 8 + (-5) = 3$$

$$-4 + 10 = 10 + (-4) = 6$$

$$-5 + 5 = 5 + (-5) = 0$$

$$-7 + 7 = 7 + (-7) = 0$$

$$-5 + 3 = 3 + (-5) = -2$$

$$-12 + 3 = 3 + (-12) = -9$$



Súčet **kladného** a **záporného** čísla môže byť číslo
{
kladné
nula
záporné



ÚLOHA 5

Pokúste sa spamäti určiť nasledujúce súčty:

$$6 + (-6)$$

$$0,2 + (-0,2)$$

$$-4 + 4$$

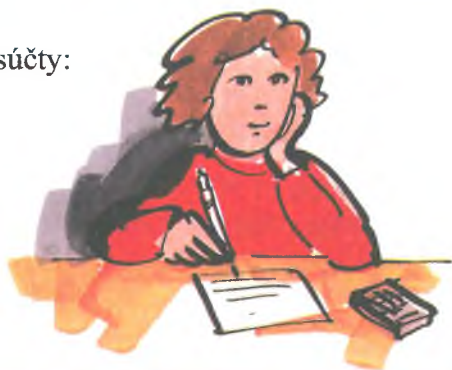
$$-5,8 + 5,8$$

$$100 + (-100)$$

$$32,5 + (-32,5)$$

$$-155 + 155$$

$$-116,4 + 116,4$$



Ak a je ľubovoľné celé alebo desatinné číslo, platí:

$$a + (-a) = 0$$

Súčet **dvoch navzájom opačných čísel** sa rovná **nule**.

ZOPAKUJME SI



menšeneč – menšiteľ = rozdiel

$$9 - 7 = 2$$

$$0,9 - 0,7 = 0,2$$



ÚLOHA 6

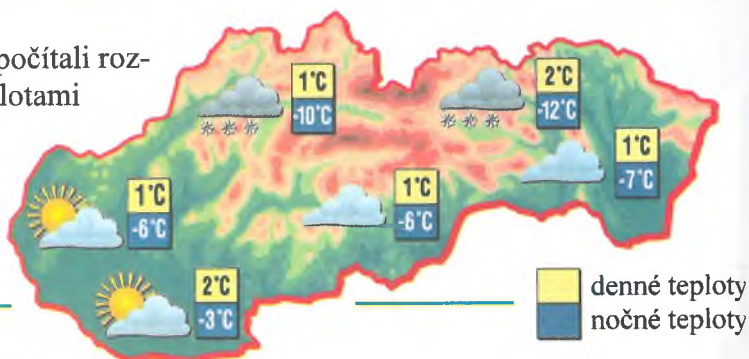
Aký význam má znamienko mínus v zápisoch

$$5 - 8, \quad 8 - (-5), \quad -8 - 5, \quad -8 - (-5) \quad \text{a} \quad -8^\circ\text{C}?$$



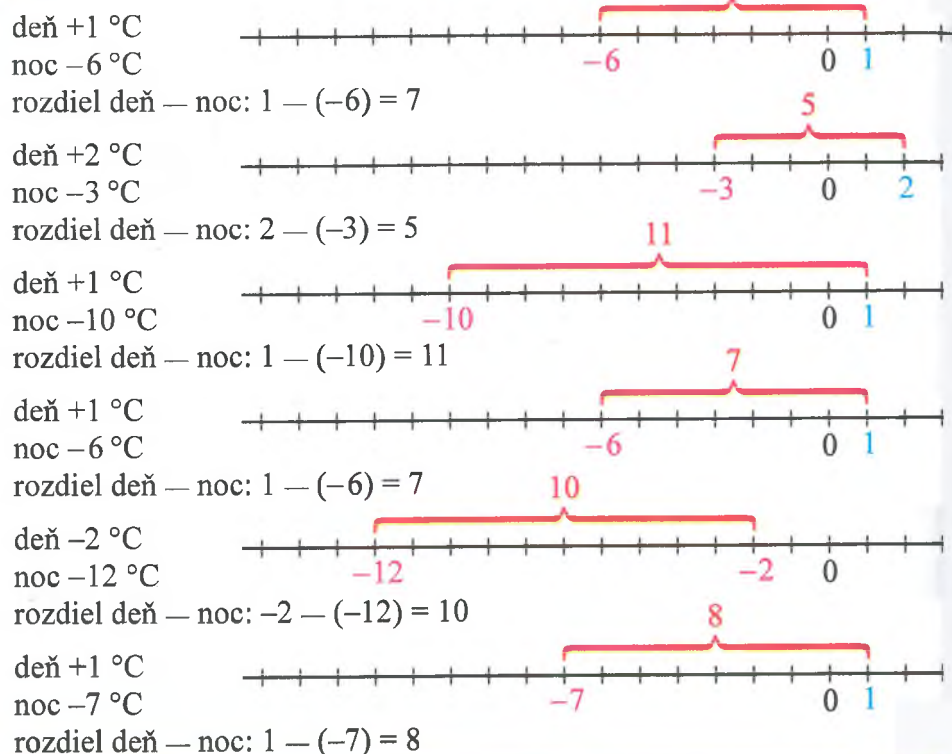
PROBLÉM 3

Katka a Lukáš počítali rozdiely medzi teplotami podľa predpovede počasia na mape Slovenska:



RIEŠENIE

Katka číta dvojice teplôt, Lukáš kreslí a zapisuje:



Odčítat' záporné číslo znamená pričítat' číslo opačné.

$$1 - (-6) = 1 + (+6) = 1 + 6 = 7$$

$$-2 - (-12) = -2 + (+12) = -2 + 12 = 10$$



POZNÁMKA

Podľa tohto pravidla môžeme každé **odčítanie** záporného čísla zameniť za **sčítanie**.



ÚLOHA 7

Zameňte odčítanie záporného čísla za sčítanie a vypočítajte:

- | | | |
|---------------|----------------|-------------------|
| a) $5 - (-2)$ | b) $12 - (-8)$ | c) $0,2 - (-0,6)$ |
| $7 - (-6)$ | $32 - (-16)$ | $1,5 - (-1,2)$ |
| $10 - (-7)$ | $100 - (-54)$ | $6,8 - (-3,2)$ |



POZNÁMKA

Sčítanie môžeme zameniť za **odčítanie** len vtedy, ak **pričítavame záporné číslo**.

$$10 + (-6) = 10 - 6 = 4$$

$$-10 + (-6) = -10 - 6 = -16$$



ÚLOHA 8

Zameňte pričítanie záporného čísla za odčítanie a vypočítajte:

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------|
| a) $6 + (-4)$ | b) $-16 + (-8)$ | c) $1,6 + (-0,8)$ |
| $8 + (-5)$ | $-22 + (-35)$ | $0,75 + (-0,35)$ |
| $10 + (-10)$ | $-105 + (-105)$ | $-1,05 + (-10,5)$ |
| $4 + (-1)$ | $-102 + (-64)$ | $-10,2 + (-6,4)$ |



Pre sčítanie a odčítanie celých a desatinných čísel platia tieto pravidlá:

$$a - (-b) = a + b$$

$$a + (-b) = a - b$$



PROBLÉM 4

Dáša a Milan počítajú príklady:

$$3 - 8 \quad 0,2 - 0,9$$

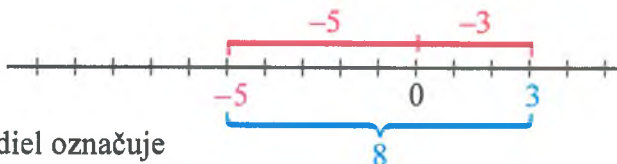
Odčítajú väčšie číslo od menšieho.



RIEŠENIE

Dáša počíta a kreslí:

$$3 - 8 = 3 - 3 - 5 = -5$$



Milan uvažuje: slovo rozdiel označuje príklad na odčítanie i výsledok odčítania

rozdiel: $3 - 8$

opačný rozdiel: $8 - 3 = 5$

platí: $3 - 8 = -(8 - 3) = -5$



Dáša:

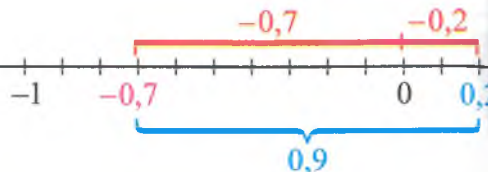
$$0,2 - 0,9 = 0,2 - 0,2 - 0,7 = -0,7$$

Milan:

$$\text{rozdiel: } 0,2 - 0,9$$

$$\text{opačný rozdiel: } 0,9 - 0,2 = 0,7$$

$$\text{platí: } 0,2 - 0,9 = -(0,9 - 0,2) = -0,7$$



Ak máme odčítať **väčšie číslo od menšieho** napíšeme znamienko **-** a vypočítame **opačný rozdiel**, t. j. odčítame menšie číslo od väčšieho.

$$10 - 12 = -(12 - 10) = -2$$

$$50 - 100 = -(100 - 50) = -50$$

$$0,5 - 0,8 = -(0,8 - 0,5) = -0,3$$



ÚLOHA 9

Vypočítajte:

a) $1 - 4$

b) $9 - 12$

c) $0,4 - 1,4$

$25 - 50$

$66 - 96$

$2,5 - 5$

$-40 + 10$

$-130 + 128$

$-2,5 + 1,5$

$-150 + 120$

$-605 + 505$

$-6,8 + 3,2$



PRÍKLAD 2

Petra chce vypočítať tieto príklady:

$-9 - 32$; $14 - 58$; $100 + (-64)$; $-105 + 47$



RIEŠENIE

Petra použije takýto postup:

1. určí **znamienko** výsledku:



2. vypočíta príklad:



Skontrolujte Petrin postup:

$$-9 - 32 = -(9 + 32) = -41$$

$$14 - 58 = -(58 - 14) = -44$$

$$100 + (-64) = 100 - 64 = 36$$

$$-107 + 47 = -(107 - 47) = -60$$



ÚLOHA 10

Určte znamienko výsledku:

a) $5 + (+6)$ b) $0,2 - 0,5$

$-1 + (-9)$ $10 + (-0,6)$

$-10 - 16$ $2,2 - 50$



ÚLOHA 11

Vypočítajte:

a) $15 - 9$; $9 - 15$; $-15 - 9$

b) $105 - 20$; $20 - 105$; $-20 - 105$; $-105 - 20$

c) $0,6 - 0,3$; $-0,6 - 0,3$; $0,3 - 0,6$; $-0,3 - 0,6$

d) $1,5 - 0,7$; $-0,7 - 1,5$; $-1,5 - 0,7$; $0,7 - 1,5$



PROBLÉM 5

Počítajte s Lacom príklady s nulou podľa predchádzajúcich pravidiel. Rozlišujte, kedy znamienko mínus predstavuje rozdiel, kedy záporné číslo.

$$12 + 0 = 12$$

$$12 - 0 = 12$$

$$0 + 12 = 12$$

$$0 - 12 = -(12 - 0) = -12$$

$$(-12) + 0 = -12$$

$$(-12) - 0 = -12$$

$$0 + (-12) = -12$$

$$0 - (-12) = 0 + (+12) = 12$$

$$1,2 + 0 = 1,2$$

$$1,2 - 0 = 1,2$$

$$0 + 1,2 = 1,2$$

$$0 - 1,2 = -(1,2 - 0) = -1,2$$

$$(-1,2) + 0 = -1,2$$

$$(-1,2) - 0 = -1,2$$

$$0 + (-1,2) = -1,2$$

$$0 - (-1,2) = 0 + (+1,2) = 1,2$$

Čo zaujímavé ste si všimli?

Počítanie s nulou

Pre každé celé a pre každé desatinné číslo a platí:

$$a + 0 = a \quad 0 + a = a$$

$$a - 0 = a \quad 0 - a = -a$$



PRÍKLAD 3

Vypočítajte:

a) $-3 + (-4) + (-5) - (+6)$

b) $9 - 8 - 7 - 6 - 5 + 4$

c) $9 + (8 - 7) - (6 + 5) - 4$



RIEŠENIE

a) rieši Zuzka:

$$-3 + (-4) + (-5) - (+6) =$$

$$-3 - 4$$

$$= -7 + (-5) - (+6) =$$

$$-7 - 5$$

$$= -12 - (+6) =$$

$$= -12 + (-6) = -12 - 6 =$$

$$= -18$$

zátvorky označujú kladné a záporné celé čísla, počítam zľava doprava majú rovnaké znamienka: $-(3 + 4)$

majú rovnaké znamienka: $-(7 + 5)$

odčítať číslo znamená pričítať opačné

majú rovnaké znamienka: $-(12 + 6)$

b) rieši Adam:

$$9 - 8 - 7 - 6 - 5 + 4 =$$

$$= 1 - 7 - 6 - 5 + 4 =$$

$$= -6 - 6 - 5 + 4 =$$

$$= -12 - 5 + 4 =$$

$$= -17 + 4 =$$

$$= -13$$

počítam zľava doprava

majú rovnaké znamienka $-(6 + 6)$

majú rovnaké znamienka $-(12 + 5)$

majú rôzne znamienka $-(17 - 4)$

c) rieši Zdenka:

$$9 + (8 - 7) - (6 + 5) - 4 =$$

$$= 9 + 1 - 11 - 4 =$$

$$= 10 - 11 - 4 =$$

$$= -1 - 4 =$$

$$= -5$$

operácia v zátvorke má prednosť

počítam zľava doprava

majú rôzne znamienka $10 - 11 = -(11 - 10)$

majú rovnaké znamienka $-(1 + 4)$



ÚLOHA 12

Vypočítajte:

a) $-12 - (-10) + (-8) - (+6)$

b) $20 - 6 + 12 - 25 + 10 - 8$

c) $-15 + 10 - 12 + (-6) - (-10)$

d) $-5 + 4 - 3 + 5 - 4 + 3$



ÚLOHA 13

Vypočítajte a porovnajte výsledky:

a) $10 - 9 - 8 - 7 + 6 - 5 + 4$

b) $10 - (9 - 8) - (7 + 6) - (5 + 4)$

c) $(10 - 9) - (8 - 7) + (6 - 5) + 4$

d) $(10 - 9) - 8 - (7 + 6) - (5 + 4)$

Vymyslite si podobné príklady so zátvorkami.



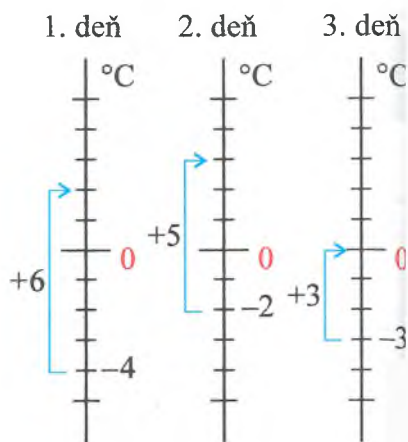
CVIČENIA

1. Vypočítajte výslednú teplotu, ak
- ráno je teplota vzduchu $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$ a počas dňa sa oteplí o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 - ráno je teplota vzduchu $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a počas dňa sa ochladí o $2\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 - večer je teplota vzduchu $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$ a v noci sa ochladí o $4\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 - večer je teplota vzduchu $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ a v noci sa ochladí o $6\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- 2. Vypočítajte hĺbku vody v jazere, ak normál predstavuje 260 cm a platí:
- hladina stúpala o 5 cm; 2,5 cm; 0,9 cm, 9 cm nad normál,
 - hladina klesla o 6 cm; 10,5 cm; 5,6 cm; 19 cm pod normál,
 - hladina bola 25 cm nad normálom a stúpala ešte o 6 cm,
 - hladina bola 11 cm pod normálom a klesla ešte o 4,5 cm.
- 3. Napíšte súčty bez zbytočných znamienok a zátvoriek a sčítajte:
- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $(+9) + 11$ | e) $(-5) + (-15)$ |
| b) $(+4) + (+45)$ | f) $(-45) + (-22)$ |
| c) $1,2 + (+8,5)$ | g) $(-4,5) + (-2,2)$ |
| d) $(+8) + (+20,2)$ | h) $(-0,5) + (-0,15)$ |
- 4. Počítajte dvojice príkladov a porovnajte výsledky. Príklady si môžete zapísať pod seba.
- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $2,5 + 6,5$ | $-2,5 + (-6,5)$ |
| b) $9,8 + 15,1$ | $-9,8 + (-15,1)$ |
| c) $66,24 + 12,58$ | $-66,24 + (-12,58)$ |
| d) $78,14 + 14,87$ | $-78,14 + (-14,87)$ |
| e) $101,11 + 202,12$ | $-101,11 + (-202,12)$ |
- 5. Sčítajte písomne:
- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| a) $1\ 145 + 4\ 780 + 6\ 981$ | e) $(-451) + (-782) + (-1\ 047)$ |
| b) $123 + 54\ 987 + 2\ 001$ | f) $(-105) + (-4\ 579) + (-47)$ |
| c) $3,15 + 2,54 + 8,59$ | g) $(-95,4) + (-88,8) + (-79,9)$ |
| d) $1,2 + 48 + 2,99$ | h) $(-12,08) + (-45,3) + (-55,35)$ |
- 6. Vypočítajte s výhodou:
- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) $2 + 7 + 8 + 3$ | c) $12 + 18 + (-18) + (-12)$ |
| b) $0,2 + 0,7 + 0,8 + 0,3$ | d) $0,456 + (-14) + (-0,456)$ |
- 7. Aká je výsledná teplota vzduchu, ak ráno je $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ a počas dňa sa zvýši o:
- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| a) $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ | b) $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ | c) $2\text{ }^{\circ}\text{C}$? |
|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
- Nakreslite si teplomer.

..... 8. Zapište príklady a výsledné teploty podľa teplomerov: →

..... 9. Zameňte odčítanie za sčítanie a vypočítajte. Príklady si môžete zapísať pod seba.

- a) $56 - (-89)$ b) $9,8 - (-41,5)$
 $115 - (-457)$ $11,5 - (-47,6)$
 $475 - (-954)$ $145,56 - (-0,09)$
 $1\ 014 - (-564)$ $954,21 - (-15,2)$



..... 10. Zameňte sčítanie za odčítanie a vypočítajte:

- | | | |
|-----------------|--------------------|-------------------|
| a) $15 + (-10)$ | b) $-12 + (-15)$ | c) $1,8 + (-0,8)$ |
| $9 + (-4)$ | $-100 + (-504)$ | $2,5 + (-1,5)$ |
| $22 + (-10)$ | $-487 + (-15)$ | $-0,12 + (-0,21)$ |
| $45 + (-12)$ | $-1\ 002 + (-548)$ | $-4,55 + (-3,45)$ |

..... 11. Upravte dvojice príkladov tak, aby mali iba jedno znamienko a vypočítajte. Využite výsledok prvého príkladu na určenie výsledku druhého príkladu.

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| a) $12 + (-8)$ | $1,2 + (-0,8)$ |
| b) $22 - (-55)$ | $2,2 - (-5,5)$ |
| c) $60 + (-45)$ | $0,6 + (-0,45)$ |
| d) $105 - (-87)$ | $1,05 - (-0,87)$ |
| e) $1\ 000 + (-568)$ | $1 + (-0,568)$ |
| f) $1\ 001 - (-1\ 234)$ | $1,001 - (-1,234)$ |



..... 12. Vypočítajte:

- | | |
|-----------------------------|---------------------|
| a) $28,05 + (-5,82)$ | c) $-0,009 + 9,001$ |
| b) $-1\ 005,12 + (-222,55)$ | d) $-3,14 - 2,782$ |

..... 13. Vypočítajte.

Využite výsledok zo stĺpca b) na určenie výsledkov stĺpca c):

- | | | |
|-------------|--------------------|------------------|
| a) $1 - 9$ | b) $654 - 721$ | c) $65,4 - 72,1$ |
| $33 - 60$ | $987 - 1\ 023$ | $98,7 - 102,3$ |
| $-50 + 15$ | $-8\ 547 + 6\ 548$ | $-85,47 + 65,48$ |
| $-100 + 25$ | $-4\ 751 + 9\ 222$ | $-4,751 + 9,222$ |

..... 14. Vypočítajte. Pokúste sa použiť pravidlá z príkladu 2 a najskôr určiť, či bude výsledok kladný alebo záporný.

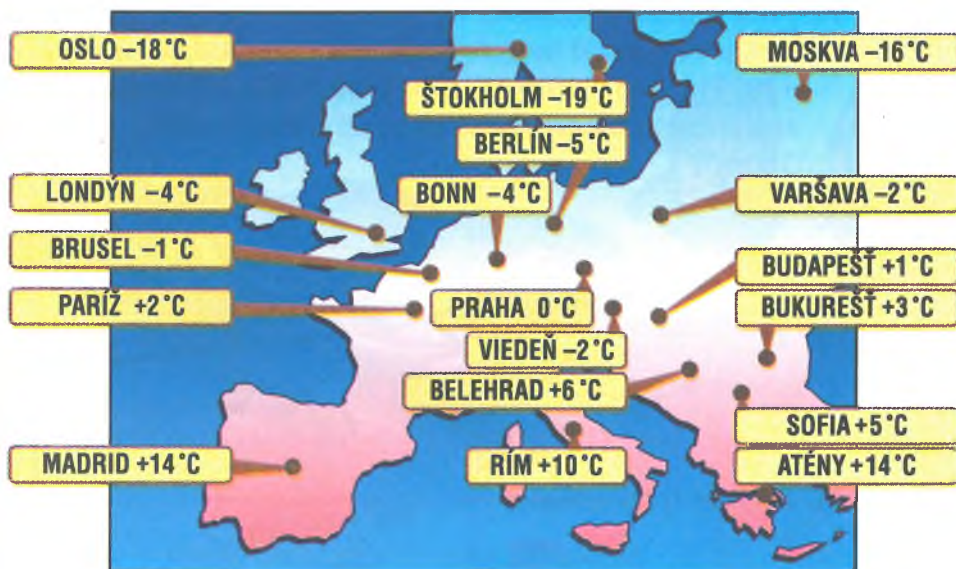
- | | | |
|---------------|-----------------|----------------------|
| a) $13 - 16$ | b) $0,7 + (-9)$ | c) $-0,15 - (-0,25)$ |
| $-13 + 16$ | $0,7 - (-9)$ | $-0,15 - (+0,25)$ |
| $-13 - (-16)$ | $-0,7 - (-9)$ | $-0,15 + (-0,25)$ |
| $13 - (-16)$ | $-0,7 - 9$ | $0,15 + (-0,25)$ |

..... 15. Najvyššie položená telefónna búdka na zemeguli je na Ľadovci v Indii vo výške 6 500 metrov nad hladinou mora. Najnižšia nameraná teplota na tomto mieste bola $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$, najvyššia bola o $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia. Aká bola najvyššia nameraná teplota na tomto mieste?

..... 16. Odčítajte:

- | | | |
|----------------|------------------|--------------------|
| a) $5 - 0,46$ | c) $4,8 - 125,8$ | e) $26,07 - 7,45$ |
| b) $1 - 86,25$ | d) $0,09 - 5,99$ | f) $112,8 - 414,7$ |

..... 17. Prezrite teplotnú mapku Európy.



a) Určte teplotné rozdiely medzi jednotlivými mestami. Napríklad Londýn $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$, Štokholm $-19\text{ }^{\circ}\text{C}$, v Štokholme bola teplota o $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ nižšia ako v Londýne, rozdiel Štokholm — Londýn $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$, v Londýne bola teplota o $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia ako v Štokholme, rozdiel Londýn — Štokholm $+15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

b) Určte teplotný rozdiel medzi mestami, kde bola teplota najnižšia a najvyššia.

c) Určte teplotné rozdiely postupne medzi Prahou, Bruselom, Buda-
pešťou a ostatnými mestami.

d) Nájdite všetky dvojice miest, ktoré mali rovnakú teplotu.

e) Nájdite aspoň tri dvojice miest, kde boli teplotné rozdiely rovnaké.

..... 18. Vypočítajte:

a) $16 + 11 - 13 + 18 - 25 - 30$ b) $-35 - 20 + 15 - 30 + 85 - 45 + 20$

$1,6 + 1,1 - 1,3 + 1,8 - 2,5 - 3$ $-3,5 - 2 + 1,5 - 3 + 8,5 - 4,5 + 2$

..... 19. Vypočítajte a výsledky usporiadajte podľa veľkosti vzostupne.

a) $-15 + 14 - 13 + 12 - 11 + 10$

b) $-15 - (-14) + (-13) + (-12) - 11 - (-10)$

c) $-15 - (14 + 13) + (12 - 11) + 10$

d) $-(15 - 14) - (13 + 12) - (11 + 10)$

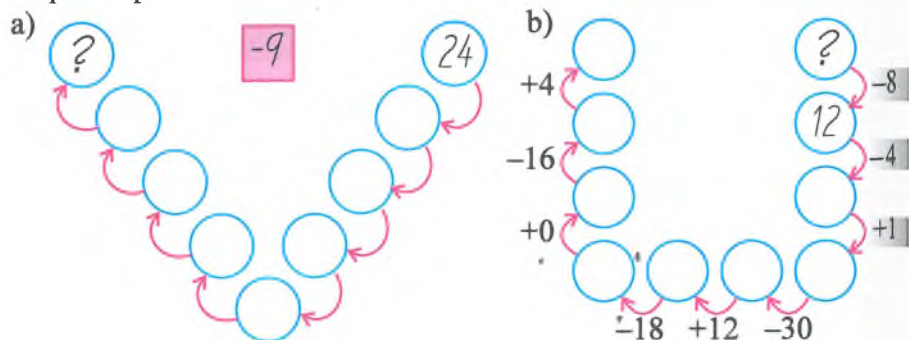
e) $-(15 - 14) - 13 + (12 - 11) - (-10)$

f) $-15 - (-14) - (13 - 12) - (-11 + 10)$

..... 20. Pilot vetroňa oznamoval v pravidelných časových intervaloch zmenu
výšky vetroňa od predchádzajúceho stavu. Údaje sú v metroch: $-25,$
 $+30, +16, -45, +10, +4, -13, -7, +33, -72, +5$. V akej výške bol vet-
roň pri poslednom hlásení, ak sa od ťažného lietadla odpojil vo výške
380 m ?



..... 21. Doplnite správne čísla:



- 22. Kedy je súčet dvoch čísel väčší než ktorýkoľvek zo sčítancov?
- 23. Kedy je súčet dvoch čísel menší než ktorýkoľvek zo sčítancov?
- 24. Ak jeden sčítanec je 3 a druhý -8 , čo musí platiť o treťom sčítancovi, aby súčet všetkých troch
- a) bol záporný, b) bol kladný, c) sa rovnal nule?
- Uved'te príklady.

2.6 Násobenie a delenie celých a desatinných čísel

ZOPAKUJME SI

ČINITEĽ	.	ČINITEĽ	=	SÚČIN
8	.	7	=	56
0,8	.	0,7	=	0,56



PRÍKLAD 1

Súčin $8 \cdot 7$ môžeme zapísať aj pomocou súčtu. Ako? Napíšte pomocou súčtu aj súčin $8 \cdot (-7)$.



RIEŠENIE

Riešia Martin a Janka:

$$8 \cdot 7 = \underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{8\text{-krát}} = 56$$



Ako dobre, že vieme násobilku! Sčítovať toľko sedmičiek by sa nám už nechcelo, pomyslela si Janka.

$8 \cdot (-7)$ vyjadríme ako súčet podobne, Martin píše:

$$\begin{aligned} 8 \cdot (-7) &= (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = \\ &= \underbrace{-7 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7}_{8\text{-krát}} = \end{aligned}$$

všetky čísla majú rovnaké znamienka

$$= - \underbrace{(7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7)}_{8\text{-krát}} = -(8 \cdot 7) = -56$$

ZOPAKUJME SI

Zámena činiteľov

Súčin sa nezmení, ak zameníme poradie činiteľov.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$8 \cdot 7 = 7 \cdot 8$$



ÚLOHA 1

Vynásobte a porovnajte výsledky:

- | | | | |
|----------------|----------------|--------------------|----------------------|
| a) $5 \cdot 4$ | b) $4 \cdot 5$ | c) $0,5 \cdot 0,4$ | d) $0,4 \cdot 0,5$ |
| $5 \cdot (-4)$ | $4 \cdot (-5)$ | $0,5 \cdot (-0,4)$ | $0,4 \cdot (-0,5)$ |
| $(-4) \cdot 5$ | $(-5) \cdot 4$ | $(-0,4) \cdot 0,5$ | $(-0,5) \cdot (0,4)$ |

Vymyslite si podobné trojice príkladov.



Súčin kladného a záporného čísla je záporné číslo:
Znamienkové pravidlo $+$ \cdot $- = -$ \cdot $+$ $= -$



PROBLÉM 1

Martin hľadá pravidlo pre určenie súčinu dvoch záporných čísel:

$$(-8) \cdot (-7)$$



RIEŠENIE

Martin píše príklady:

	$8 \cdot (-7) = -56$	
	$7 \cdot (-7) = -49$	
medzi činiteľmi	$6 \cdot (-7) = -42$	medzi súčinnami
je rozdiel -1	$5 \cdot (-7) = -35$	je rozdiel $+7$
	$4 \cdot (-7) = -28$	
	$3 \cdot (-7) = -21$	
	$2 \cdot (-7) = -14$	
	$1 \cdot (-7) = -7$	
	$0 \cdot (-7) = 0$	
	$(-1) \cdot (-7) = 7$	
	$(-2) \cdot (-7) = 14$	
	$(-3) \cdot (-7) = 21$	
	$(-4) \cdot (-7) = 28$	
	$(-5) \cdot (-7) = 35$	
	$(-6) \cdot (-7) = 42$	
	$(-7) \cdot (-7) = 49$	
	$(-8) \cdot (-7) = 56$	



platí: $(-8) \cdot (-7) = 56$ aj $(-7) \cdot (-8) = 56$



Súčin dvoch záporných čísel je kladné číslo.
Znamienkové pravidlo: $- \cdot - = +$



ÚLOHA 2

Vynásobte: a) $5 \cdot 6$ b) $4 \cdot 3$ c) $(-1) \cdot (-5)$
 $(-5) \cdot (-6)$ $(-4) \cdot (-3)$ $(-9) \cdot (-1)$



ÚLOHA 3

Vynásobte: a) $0,1 \cdot 2$ b) $(-8) \cdot (-0,9)$ c) $(-0,3) \cdot (-0,4)$
 $(-0,1) \cdot (-2)$ $(-9) \cdot (-0,8)$ $(-10) \cdot (-1,5)$



ÚLOHA 4

Vypočítajte: a) $9 \cdot 4$ b) $3 \cdot 11$ c) $12 \cdot 0,4$
 $(-9) \cdot 4$ $(-3) \cdot 11$ $(-12) \cdot 0,4$
 $9 \cdot (-4)$ $3 \cdot (-11)$ $12 \cdot (-0,4)$
 $(-9) \cdot (-4)$ $(-3) \cdot (-11)$ $(-12) \cdot (-0,4)$

Vymyslite si podobné štvorice príkladov.

ZOPAKUJME SI

Združovanie činiteľov

Pri násobení troch a viac čísel môžeme činiteľov ľubovoľne združovať do skupín.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$[5 \cdot (-1)] \cdot (-2) = 5 \cdot [(-1) \cdot (-2)]$$



POZNÁMKA

Pravidlo o združovaní činiteľov obyčajne používame tak, že najskôr vypočítame súčiny záporných čísel. Tým celkom odstránime zo súčiny znamienko mínus, alebo zostane iba jedno.



PROBLÉM 2

Určte, aké znamienko majú súčiny.

(Ak pred číslom nie je znamienko, je to číslo kladné.)

a) $(-2) \cdot 3 \cdot 4$ b) $(-2) \cdot (-3) \cdot 4$ c) $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4)$



RIEŠENIE

a) rieši Pavol

jedno mínus $\nearrow (-2) \cdot 3 \cdot 4 = (-6) \cdot 4 = -24 \nwarrow$ výsledok mínus

b) rieši Peter $(-2) \cdot (-3) \cdot 4 = (+6) \cdot 4 = 24$ výsledok plus
dva mínusy

c) rieši Beáta $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) = (+6) \cdot (-4) = -24$ výsledok mínus
tri mínusy



Ak je v súčine **párny** počet záporných činiteľov,
výsledok je **kladný**.
Ak je v súčine **nepárny** počet záporných činiteľov,
výsledok je **záporný**.



ÚLOHA 5

Určte, aké znamienko majú súčiny:

a) $5 \cdot (-9) \cdot 4$

c) $2 \cdot (-2,5) \cdot (-5)$

b) $(-2) \cdot (-5) \cdot (-7)$

d) $0,2 \cdot (-1,1) \cdot 10$



ÚLOHA 6

Vypočítajte. Využite pravidlo o združovaní činiteľov.

a) $(-2) \cdot (-4) \cdot 10$

c) $8 \cdot (-7) \cdot (-1)$

e) $0,5 \cdot (-1) \cdot 11$

b) $5 \cdot 6 \cdot (-4)$

d) $(-3) \cdot 0,2 \cdot (-10)$

f) $(-0,2) \cdot 2 \cdot (-2)$

ZOPAKUJME SI

Násobenie nulou

Pre každé číslo a platí:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

$$45 \cdot 0 = 0 \cdot 45 = 0$$

$$4,5 \cdot 0 = 0 \cdot 4,5 = 0$$



ÚLOHA 7

Vypočítajte:

a) $5 \cdot (-8) \cdot 6 \cdot 0$

c) $0,5 \cdot (-10) \cdot 0 \cdot 4,1$

b) $(-7) \cdot 0 \cdot (-5) \cdot 4$

d) $(-2,1) \cdot 5 \cdot (-3,1) \cdot 0$

ZOPAKUJME SI

DELENEC : DELITEĽ = PODIEL

$$27 : 3 = 9$$

$$2,7 : 3 = 0,9$$



PRÍKLAD 2

Určte podiely:

a) $42 : 6$

b) $(-42) : 6$

c) $42 : (-6)$

d) $(-42) : (-6)$



RIEŠENIE

Jakub a Maťo opakujú delenie spolu s násobením:

a) $42 : 6 = 7$ lebo $7 \cdot 6 = 42$

b) $(-42) : 6 = -7$ lebo $(-7) \cdot 6 = -42$

c) $42 : (-6) = -7$ lebo $(-7) \cdot (-6) = 42$

d) $(-42) : (-6) = 7$ lebo $7 \cdot (-6) = -42$



Podiel dvoch čísel s rovnakými znamienkami je kladný.

Podiel dvoch čísel s rôznymi znamienkami je záporný.

Znamienkové pravidlá:

$+$: $+$ = $+$

$+$: $-$ = $-$

$-$: $-$ = $+$

$-$: $+$ = $-$



ÚLOHA 8

Vydeľte a urobte skúšku správnosti vynásobením.

a) $24 : 3$

b) $(-35) : 7$

c) $2,4 : 3$

d) $(-3,5) : 7$

$(-24) : 3$

$35 : 7$

$(-2,4) : 3$

$(-3,5) : (-7)$

$24 : (-3)$

$(-35) : (-7)$

$2,4 : (-3)$

$3,5 : (-7)$

ZOPAKUJME SI

Počítanie s nulou

Pre každé číslo a platí: $0 : a = 0$ lebo $a \cdot 0 = 0$

$0 : 5 = 0$ lebo $5 \cdot 0 = 0$

$0 : 0,1 = 0$ lebo $0,1 \cdot 0 = 0$



PROBLÉM

Čomu sa rovná výsledok delenia $5 : 0$?



RIEŠENIE

Miloš rozmýšľa:

ak si výsledok delenia $5 : 0$ označím takto: $5 : 0 = ?$ musí platiť $? \cdot 0 = 5$

Ale žiadne také číslo neexistuje!



Nulou nikdy nedelíme!

- 9. Určte, aké znamienko majú súčiny, a potom vynásobte:
- a) $7 \cdot (-8) \cdot 4 \cdot (-0,5)$ c) $0,1 \cdot (-0,01) \cdot 11 \cdot (-10)$
 b) $-5 \cdot 15 \cdot 0,5 \cdot (-0,05)$ d) $-12 \cdot (-1,2) \cdot (-2,1) \cdot (-21)$

- 10. Vypočítajte s výhodou. Využite pravidlo o združovaní činiteľov.
- a) $-0,3 \cdot (-3) \cdot 3$ c) $12 \cdot 0,1 \cdot (-0,5)$ e) $-1,4 \cdot 2 \cdot (-0,5) \cdot 5$
 b) $-0,6 \cdot 8 \cdot (-5)$ d) $6,2 \cdot 0 \cdot (-1,2) \cdot (-10)$ f) $3,6 \cdot 0,5 \cdot (-4) \cdot (0,4)$

- 11. Určte podiely:
- a) $63 : 7$ b) $-99 : 11$ c) $123 : (-1)$ d) $15 : (-0,1)$
 $-63 : 7$ $99 : (-11)$ $-123 : 10$ $-15 : (-0,1)$
 $-63 : (-7)$ $-99 : (-11)$ $-123 : (-100)$ $15 : (-1)$
 $63 : (-7)$ $99 : 11$ $-123 : 1\ 000$ $-15 : (-0,01)$

- 12. Vyriešte príklady. Výsledky dosadte do číselného radu a vylúštite tajničku.



$$\begin{aligned} -10 \cdot (-1) &= M & A &= -0,7 \cdot 10 \\ -19 : (-19) &= H & -64 : M &= -8 \\ A = 39 : (-13) & & 8 : (-2) &= V \\ E = 0,13 \cdot (-100) & & D : 0,16 &= 100 \\ -6 \cdot L &= -36 & 5 \cdot L &= -10 \\ I \cdot (-1) &= 17 & R \cdot (-1) &= -14 \\ \acute{A} = -66 : (-6) & & -30 : (-2) &= \acute{A} \\ O \cdot 10 &= -50 & 27 : Y &= -3 \\ & & -4 \cdot M &= -48 \end{aligned}$$

1 -2 -3 -4 -5 6 -7 8 -9 10 11 12 -13 14 15 16 -17

- 13. Vydeľte na dve desatinné miesta:
- a) $122 : (-8)$ d) $0,2 : (-6)$ g) $0,45 : (-0,6)$
 b) $-9 : (-7)$ e) $-1,5 : (-4)$ h) $-1,22 : 0,08$
 c) $5 : (-9)$ f) $-4,8 : 7$ i) $-5,55 : (-4,44)$

- 14. Doplňte tabuľku:

a	b	c	$a \cdot b$	$b \cdot a$	$b \cdot c$	$(a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
-1	2	3					
-2	-2	-1					
3	-4	5					
-3	-5	2					
-1	1	10					
2	-5	-6					
7	2	-5					

- 15. Vypočítajte súčet nameraných denných teplôt, ak v čase od 6. do 24. hodiny boli vždy po troch hodinách namerané tieto teploty:
 a) $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$; $0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $3\text{ }^{\circ}\text{C}$; $0\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$;
 b) $-3,8\text{ }^{\circ}\text{C}$; $2,1\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-2,2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-1,9\text{ }^{\circ}\text{C}$; $0,7\text{ }^{\circ}\text{C}$; $3,9\text{ }^{\circ}\text{C}$; $5,4\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- 16. Priemer denných teplôt nameraných každý deň v tú istú hodinu je $-2,8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Všetky namerané teploty boli navzájom rôzne. Najvyššia nameraná teplota bola $2,4\text{ }^{\circ}\text{C}$, najnižšia $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$. Určte jednu z možností, aké teploty mohli byť namerané v zostávajúcich piatich dňoch.
- 17. Zapište ako príklad, vypočítajte a vyjadrite v stupňoch Celzia body topenia jednotlivých látok, ak bod topenia
 a) parafínu je 100-krát vyšší ako $0,6\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 b) tetracyklínu je o 72,5 vyšší ako $100\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 c) zlata je o 937 nižší ako $2\text{ }000\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 d) naftalínu je 100-krát nižší ako $8\text{ }025\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- 18. Vypočítajte:
- | | | |
|--------------------|---------------------|------------------------------|
| a) $4 - 5 \cdot 6$ | b) $20 - 2 \cdot 3$ | c) $12 \cdot 5 - 15 \cdot 4$ |
| $(4 - 5) \cdot 6$ | $(20 - 2) \cdot 3$ | $(20 \cdot 3) : (2 \cdot 3)$ |
| $-2 + 10 : 2$ | $30 - 26 : 2$ | $50 + (15 - 5) - 10 \cdot 5$ |
| $(-2 + 10) : 2$ | $(30 - 26) : 2$ | $(400 : 40) \cdot (24 : 6)$ |
- 19. Vypočítajte:
- a) $24 : 4 + 6 \cdot (-2) + 8$
 b) $24 : (4 + 6) - 2 + 8$
 c) $(24 : 4 + 6) \cdot (-2) + 8$
 d) $24 : 4 + [6 \cdot (-2) + 8]$
- 20. Do zápisu $3 + 7 : 2 - 1 \cdot 6$ vpište zátvorky tak, aby výsledok bol
 a) čo najmenší,
 b) čo najväčší.
 Vymyslite si podobnú úlohu.
- 21. Zapište a vypočítajte:
 a) súčin súčtu a rozdielu čísel $-3,2$ a $5,8$,
 b) rozdiel podielu čísel 2 a 4 a podielu čísel k nim opačných,
 c) rozdiel súčinu čísel $0,4$ a $0,15$ a podielu čísel k nim opačných.



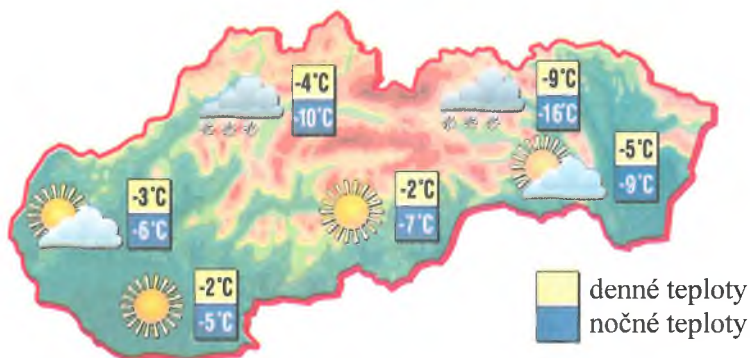


VYSKÚŠAJTE SA!

1. Ráno bola teplota vzduchu $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$, večer $3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Aká bola teplota ráno a večer nasledujúceho dňa, ak v oboch prípadoch bola o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ nižšia?

Vyznačte teploty na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm.

- 2. Doplňte predpoveď počasia podľa mapky: Nočné teploty sa budú pohybovať od ... do ... , denné teploty od ... do Teplota na horách vo výške 1 500 metrov bude ... , ak teplota vo výške 1 500 metrov bude o $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ vyššia ako najnižšia nameraná nočná teplota.



- 3. Vypočítajte:
- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------|
| a) $-1 + 0,1$ | b) $-1,2 + 2,1$ | c) $-11,1 - 1,11$ |
| $1 - 0,1$ | $1,2 + (-2,1)$ | $-11,1 + (-1,11)$ |
- 4. Majú výsledky nasledujúcich príkladov rovnakú absolútnu hodnotu?
- | |
|---|
| a) $(2 + 5) - 6 + (8 - 10) + (13 - 16)$ |
| b) $2 + (5 - 6 + 8) - 10 + 13 + (-16)$ |
- 5. Vypočítajte dvojice príkladov:
- | | |
|----------------------|-------------------|
| a) $5 + 0,42$ | $5 - 0,42$ |
| b) $-15 + 154,2$ | $-15 - 154,2$ |
| c) $26 + (-26,8)$ | $26 - (-26,8)$ |
| d) $-104 + 215,3$ | $-104 - (+215,3)$ |
| e) $-50,2 + (-78,3)$ | $-50,2 - (-78,3)$ |
- 6. Vypočítajte:
- | | |
|--------------------|----------------|
| a) $-5 \cdot (-9)$ | b) $54 : (-2)$ |
| $-0,5 \cdot 9$ | $-5,4 : (-2)$ |
| $0,5 \cdot (-0,9)$ | $54 : (-0,2)$ |

- 7. Doplňte a uveďte príklad:
- a) Odčítať záporné číslo znamená pričítať číslo
 - b) Súčet dvoch záporných čísel je číslo
 - c) Súčin dvoch záporných čísel je číslo
 - d) Podiel dvoch záporných čísel je číslo
 - e) Podiel kladného a záporného čísla je číslo
 - f) Každé kladné číslo je väčšie ako číslo
 - g) Súčin nepárneho počtu záporných čísel je číslo
 - h) Rozdiel menšieho a väčšieho čísla je číslo
 - i) Ak delíme nulu kladným číslom, výsledok je
 - j) Číslo, ktorým nikdy nedelíme je číslo



Najlepším tréningom mozgu je riešenie problémov.

Nikolaj Amasov

3 OBJEM A POVRCH KVÁDRA A KOCKY

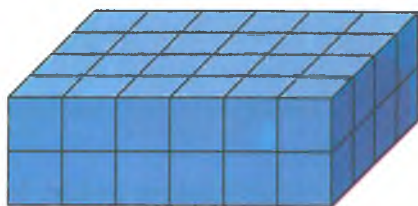
3.1 Objem telesa

Zahrajme sa so stavebnicovými kockami.



PROBLÉM 1

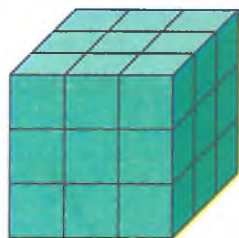
1. Koľko kociek je uložených v tejto skladačke vedľa seba? Ako to možno zistiť?
2. Koľko kociek je uložených v tejto skladačke?
3. Dá sa z 27 stavebnicových kociek postaviť veľká kocka?



RIEŠENIE

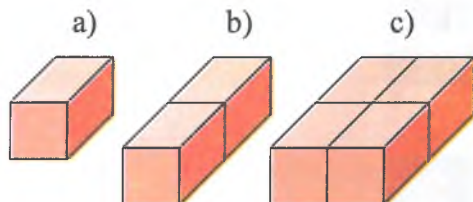
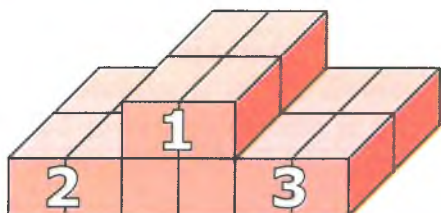
Miško odpovedal na všetky tri položené otázky

1. V prvej skladačke je 20 kociek, $5 \cdot 4 = 20$
2. V druhej skladačke je 48 kociek, $(6 \cdot 4) \cdot 2 = 48$
3. Možno, $(3 \cdot 3) \cdot 3 = 27$ a hneď ju aj nakreslil. →



PROBLÉM 2

V príprave na cyklistické preteky šiestakov bolo potrebné zhotoviť stupne pre víťazov. Petrov otec zobrať ceruzku a urobil náčrt stupňov a súčasne aj náčrt dielcov, z ktorých možno stupne zhotoviť. Náčrt bol takýto:



Koľko by na postavenie stupňov bolo potrebných dielcov tvaru a); tvaru b); tvaru c); keď použijeme vždy len dielce jedného druhu?





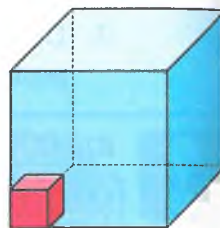
RIEŠENIE

Marienka sa podujala odpovedať. Spočítala dielce tvaru a), treba ich 16. Bez počítania dodala, dielcov tvaru b) je potrebných 8 a tvaru c) len 4. Je jej tvrdenie správne?

Mnohouholníku (štvorcu, obdĺžniku) sme prirad'ovali kladné číslo nazvané obsah mnohoúholníka. Podobne môžeme aj telesu (kocke, kvádro, hranolu) priradiť kladné číslo, ktoré nazývame **objem telesa** a budeme ho označovať V .

Pri meraní úsečky sme zvolili jednotku dĺžky (napríklad 1 cm), pri obsahu mnohoúholníka sme zvolili jednotku obsahu (napríklad 1 cm²), pri meraní objemu si zvolíme základnú **kocku**, ktorej dĺžka hrany sa rovná jednotke, budeme ju nazývať **jednotková kocka**.

Například pri kvádri, ktorého rozmery sú prirodzené čísla, môžeme objem telesa určiť veľmi názorne: zvolíme jednotkovú kocku a potom kváder vyplníme jednotkovými kockami. Počet jednotkových kociek, ktoré vyplnili teleso, je **objem telesa**.



Tento postup, ktorý sme popísali, poznáme aj v praktickom živote. Napríklad, ak mamička nalieva do hrnca vodu na polievku, jej množstvo odmeria naberáčkou; na benzínovom čerpadle otec načerpá 30 l benzínu do nádrže osobného auta; cisternové auto vezie 20 000 l nafty atď.



Objem telesa je vyjadrený kladným číslom a jednotkou objemu.



ÚLOHA 1

Odpovedzte na otázky:

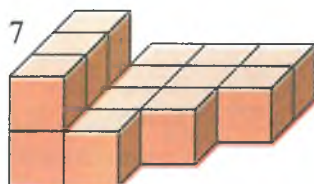
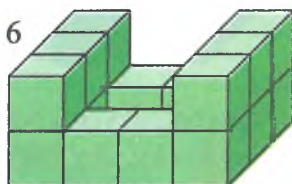
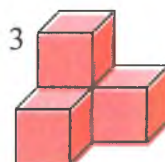
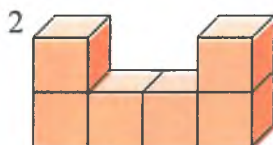
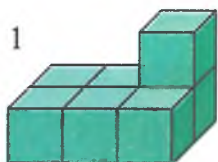
Telesá, ktoré majú rovnaký objem, musia byť zhodné?

Telesá, ktoré sú zhodné, musia mať rovnaký objem? ' '



PRÍKLAD 1

Na obrázkoch sú telesá, ktoré sa skladajú zo stavebnicových kociek. Aké sú objemy telies, keď za jednotkovú kocku považujeme použitú stavebnicovú kocku? Výsledky zapíšte do tabuľky, ktorú si urobíte do zošita.



RIEŠENIE

Sčítame stavebnicové kocky v každom telese, ich počet určuje objem príslušného telesa.

Teleso	1	2	3	4	5	6	7
V	7	6	4	4	7	16	15



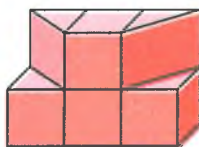
ÚLOHA 2

Mamička naliala do hrnca 15 naberačiek vody. Aký je objem naliatej vody, keď jednotkou objemu je naberačka?



ÚLOHA 3

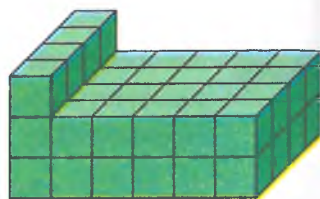
Na obrázku je teleso. Zistite objem telesa, keď jednotkou objemu je polovica stavebnicovej kocky.



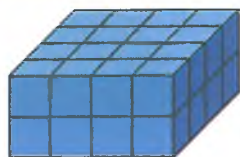


CVIČENIA

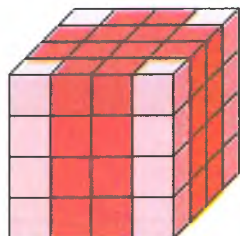
1. Určte objem telesa, ktoré je na obrázku. Jednotka objemu je stavebnicová kocka.



- 2. Koľko stavebnicových kociek treba doplniť, aby vznikla kocka?



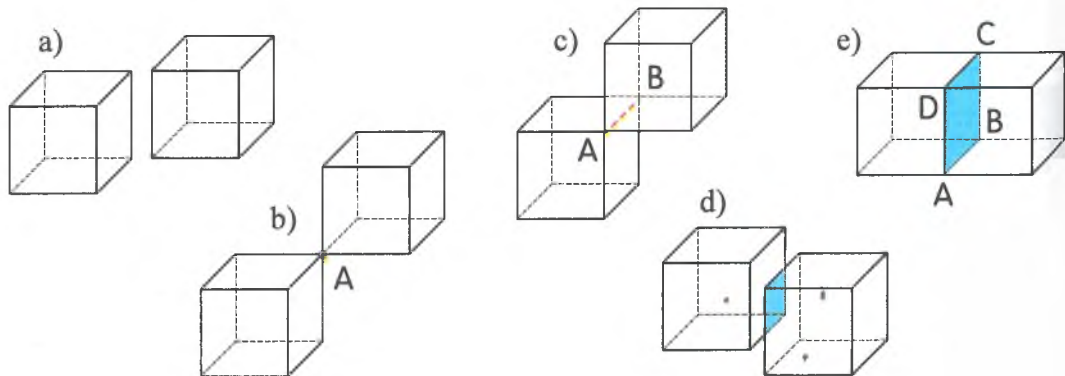
- 3. Ktoré a koľko stavebnicových kociek treba odobrať z danej kocky, aby vzniklo teleso, ktoré je farebne vyznačené?



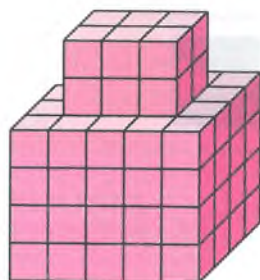
- 4. Koľko rôznych telies je možné zlepiť zo štyroch stavebnicových kociek? Kocky sa zlepujú celými stenami. Aké budú mať objemy tieto telesá?

- 5. Vo fľaške je sirup proti kašľu. Dieťaťu sa podáva trikrát denne jedna polievková lyžica sirupu a sirup vystačí na 7 dní. Aké množstvo sirupu je vo fľaške, keď jednotkou objemu je polievková lyžica?

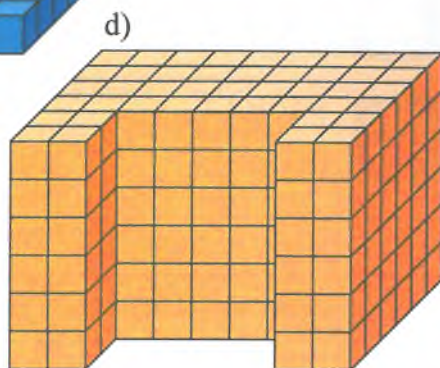
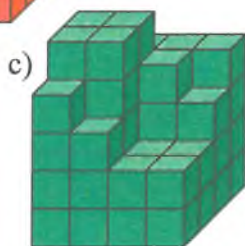
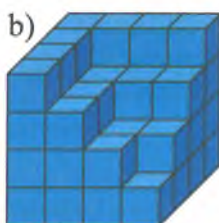
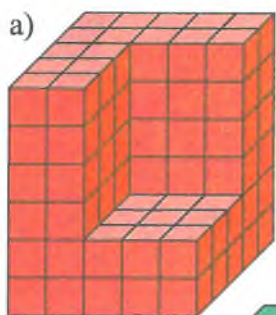
- 6. Na obrázkoch sú znázornené dvojice neprenikajúcich sa kociek. Určte geometrické útvary, ktoré sú spoločné obom kockám.



..... 7. Na obrázku sa teleso skladá z dvoch telies. Zistite jeho objem. Jednotkou objemu je opäť stavebnicová kocka. →




..... 8. Zistite objemy telies zobrazených na obrázkoch. Jednotkou objemu je stavebnicová kocka. ↓



3.2 Jednotky objemu a ich premena

V predchádzajúcej časti sme používali rôzne jednotky objemu, napr. nabračka, polievková lyžica, stavebnicová kocka atď.

V praxi sú však jednotky objemu stanovené tak, aby ich bolo možné jednotne používať.



**Základnou jednotkou na meranie objemu je
kubický meter, zapisujeme 1 m^3 .**

Kubický meter je objem kocky s hranami dĺžky 1 m.

Menšie jednotky objemu sú

kubický decimeter ... dm^3

kubický centimeter ... cm^3

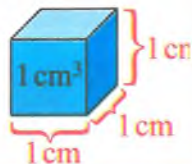
kubický milimeter ... mm^3



Kubický decimeter je objem kocky s hranami dĺžky 1 dm.
 Kubický centimeter je objem kocky s hranami dĺžky 1 cm.
 Kubický milimeter je objem kocky s hranami dĺžky 1 mm.

ZAPAMÁTAJTE SI

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 &= 1\,000 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= 1\,000 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 &= 1\,000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$



ÚLOHA 1

Zostrojte z výkresu kocku s hranou dĺžky 1 dm.

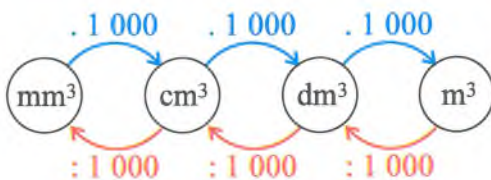


ÚLOHA 2

Doplňte: $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
 $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
 $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ mm}^3$



ZAPAMÁTAJTE SI



$$\begin{aligned} 1 \text{ cm}^3 &= 1000 \cdot 1 \text{ mm}^3 = 1000 \text{ mm}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= 1000 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ m}^3 &= 1000 \cdot 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ mm}^3 &= \frac{1}{1000} \cdot 1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 &= \frac{1}{1000} \cdot 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= \frac{1}{1000} \cdot 1 \text{ m}^3 = 0,001 \text{ m}^3 \end{aligned}$$



PRÍKLAD 1

Vyjadrite 5,4 dm³ v cm³.



RIEŠENIE

$$1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 \quad 5,4 \text{ dm}^3 = 5,4 \cdot 1\,000 \text{ cm}^3 = 5\,400 \text{ cm}^3$$

**PRÍKLAD 2**Vyjadrite 760 dm^3 v m^3 .**RIEŠENIE**

$$1 \text{ dm}^3 = \frac{1}{1000} \cdot \text{m}^3 \quad 760 \text{ dm}^3 = 760 \cdot \frac{1}{1000} \text{ m}^3 = \frac{760}{1000} \text{ m}^3 = 0,760 \text{ m}^3$$

alebo

$$1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3 \quad 760 \text{ dm}^3 = 760 \cdot 0,001 \text{ m}^3 = 760 \cdot 0,001 \text{ m}^3 = 0,760 \text{ m}^3$$

**PROBLÉM 1**

Linda sa hlási: Doteraz sme sa naučili čo je kubický meter, kubický decimeter, kubický centimeter a kubický milimeter. Väčšie jednotky na meranie objemu nepoznáme?

**RIEŠENIE**

Pani učiteľka odpovedá: Poznáme, je to kubický kilometer, označujeme ho km^3 .



Kubický kilometer je objem kocky, ktorej hrany majú dĺžku 1 km.

ZAPAMÄTAJTE SI

$$1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 \quad (1 \text{ miliarda } \text{m}^3)$$

$$1 \text{ m}^3 = 0,000\,000\,001 \text{ km}^3 \quad (1 \text{ miliardtina } \text{km}^3)$$

**PRÍKLAD 3**Vyjadrite $1,580 \text{ km}^3$ v m^3 .**RIEŠENIE**

$$1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 \quad 1,580 \text{ km}^3 = 1,580 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 = 1\,580\,000\,000 \text{ m}^3$$



PROBLÉM 2

Linda sa opäť hlási: Doteraz sme všetky jednotky na meranie objemu odvodili z kocky. Na začiatku pri objemoch sme spomínali aj litre. Tie nie sú jednotkami objemu?



RIEŠENIE

Pani učiteľka opäť vysvetľuje: Poznáme aj vedľajšie jednotky objemu. Teraz vás s nimi oboznámim.



l ... liter

(dutá jednotka objemu na meranie objemu kvapalín a sypkých látok)

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

(jeden liter má objem 1 dm^3)



hl ... hektoliter	dl ... deciliter	ml ... mililiter
$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$	$1 \text{ dl} = 0,1 \text{ l}$	$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$
$1 \text{ l} = 0,01 \text{ hl}$	$1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$	$1 \text{ l} = 1\,000 \text{ ml}$



PRÍKLAD 4

Vyjadrite 15 hl v dm^3 .



RIEŠENIE

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 \quad 15 \text{ hl} = 15 \cdot 100 \text{ l} = 1\,500 \text{ l} = 1\,500 \cdot 1 \text{ dm}^3 = 1\,500 \text{ dm}^3$$



PRÍKLAD 5

Vyjadrite 100 ml v cm^3 .



RIEŠENIE

$$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$100 \text{ ml} = 100 \cdot 0,001 \text{ l} = 0,1 \text{ l} = 0,1 \cdot 1\,000 \text{ cm}^3 = 100 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$



CVIČENIA

1. Premeňte m^3 na dm^3 : a) $8,7 m^3$; b) $0,7 m^3$; c) $52 m^3$.
- 2. Premeňte cm^3 na dm^3 : a) $325 cm^3$; b) $1\ 532 cm^3$; c) $5 cm^3$.
- 3. Premeňte na m^3 : a) $128 dm^3$; b) $3\ 657 cm^3$; c) $1,459 km^3$; d) $15 hl$.
- 4. Premeňte na dm^3 : a) $6,3 m^3$; b) $5 cm^3$; c) $7 ml$.
- 5. Premeňte na l : a) $7 dm^3$; b) $17 cm^3$; c) $0,18 m^3$; d) $167 mm^3$.
- 6. Premeňte na a) litre, b) hektolitre:
 $300 dm^3$; $75 l$; $3,4 hl$; $25\ 000 dm^3$; $0,75 m^3$.
- 7. Doplníte tabuľku:

m^3	dm^3	cm^3	mm^3	l	hl
1,2					
				16 000	
	3 200				
			120 000 000		
		5 600			
					240

- 8. Uved'te príklady z vášho okolia na použitie jednotiek objemu:
- m^3 ,
 - l ,
 - hl ,
 - ml .



3.3 Voľné rovnobežné premietanie.

Obraz kvádra a kocky vo voľnom rovnobežnom premietaní

V škole, ale aj v praxi, potrebujeme zobrazit' na tabuľu alebo na papier priestorové útvary.

Voľné rovnobežné premietanie je spôsob zobrazovania priestorových útvarov, najmä telies, v rovine, ktorú voláme **nákresňa**. Ide o kreslenie (rysovanie) obrazov telies, pri ktorom dôsledne dodržiujeme tieto pravidlá:



1. Obrazce, ktoré sú v nákresni alebo v rovine rovnobežnej s nákresňou, zobrazujeme v skutočnom tvare a v skutočnej veľkosti.
2. Úsečky kolmé na nákresňu zobrazujeme obyčajne pod uhlom 45° a zmeňujeme na polovicu.
3. Rovnobežné a zhodné úsečky zobrazujeme opäť ako úsečky rovnobežné a zhodné.

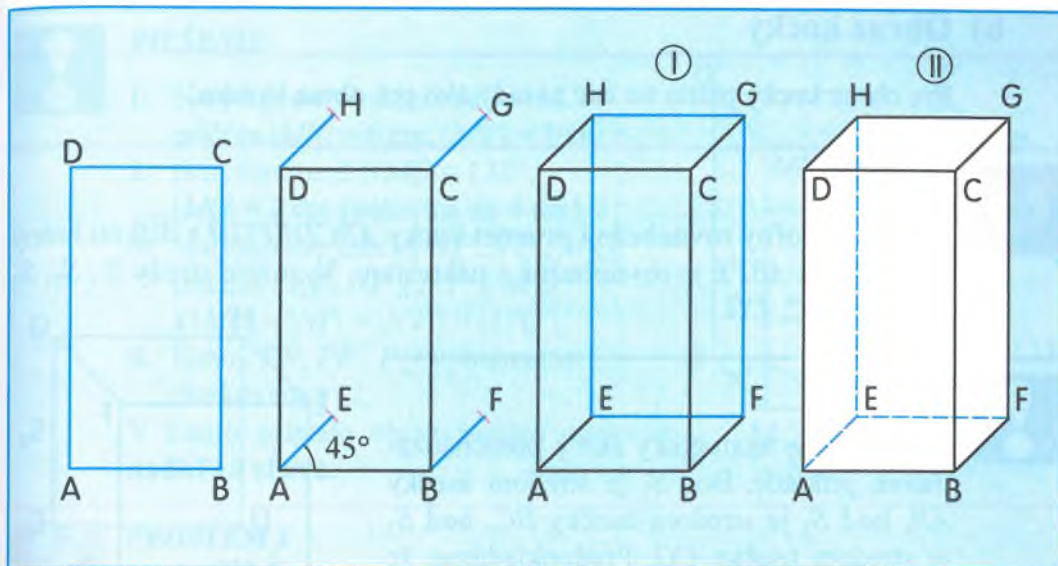
a) Obraz kvádra

Vieme, že kváder je teleso ohraničené šiestimi obdĺžnikmi, ktoré sú po dvoch zhodné. Má 8 vrcholov a 12 hrán, ktoré môžeme rozdeliť na tri skupiny tak, že v každej skupine sú 4 hrany; každé dve hrany tej istej skupiny sú rovnobežné, hrany z rôznych skupín nie sú rovnobežné.

Názorný obrázok kvádra zostrojíme takto:



1. Nech stena $ABCD$ leží v rovine rovnobežnej s nákresňou, preto sa zobrazí v skutočnej veľkosti a v skutočnom tvare.
2. Úsečky AE , BF , CG , DH sú rovnobežné zhodné a kolmé na nákresňu; najvhodnejšie je zvoliť $\sphericalangle BAE = 45^\circ$ a veľkosť obrazu úsečky AE rovnajúcu sa polovici príslušnej hrany, pričom obrazy úsečiek BF , CG , DH budú rovnobežné s AE .
3. Keď je kváder priehľadný, nakreslíme obrazy všetkých hrán plnými čiarami; tým naznačíme, že sú viditeľné (I). Keď je kváder nepriehľadný, stena $ABCD$ je viditeľná, a viditeľné sú aj hrany majúce spoločný bod v bode C . Naproti tomu hrany so spoločným koncovým bodom E sú neviditeľné, preto sú nakreslené čiarkovane (II). Tomuto obrazu kvádra hovoríme **nadhľad sprava**.



PRÍKLAD 1

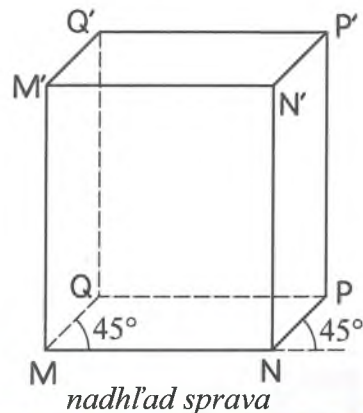
Narysujte voľný rovnobežný priemet kvádra $MNPQM'N'P'Q'$, ktorého stena $MNN'M'$ je rovnobežná s nákresňou a platí $|MN| = 6$ cm, $|NP| = 4$ cm, $|PP'| = 7$ cm. Kváder je nepriehľadný, stena $MNN'M'$ je viditeľná.



RIEŠENIE

Postupujeme podľa zásad voľného rovnobežného premietania.

1. Narysujeme obdĺžnik $MNN'M'$, pričom $|MN| = 6$ cm, $|NN'| = 7$ cm.
2. Narysujeme $\sphericalangle NMQ = 45^\circ$, $|MQ| = 2$ cm (polovica zo 4 cm).
3. Narysujeme úsečky $NP, N'P', M'Q'$, pričom $MQ \parallel NP \parallel N'P' \parallel M'Q'$ a $|MQ| = |NP| = |N'P'| = |M'Q'|$.
4. Hrany QM, QP, QQ' vyťahujeme čiarkovane.



Ak je stena kvádra rovnobežná s nákresňou, hovoríme jej **priečelná stena** a hovoríme tiež, že kváder je v priečelnej polohe.

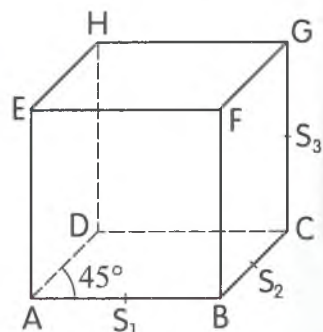
b) Obraz kocky

Pre obraz kocky platia tie isté zásady ako pre obraz kvádra.



PRÍKLAD 2

Narysujte voľný rovnobežný priemet kocky $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 5 cm. Stena $ABFE$ je rovnobežná s nákresňou. Vyznačte stredy S_1, S_2, S_3 hrán AB, BC, CG .



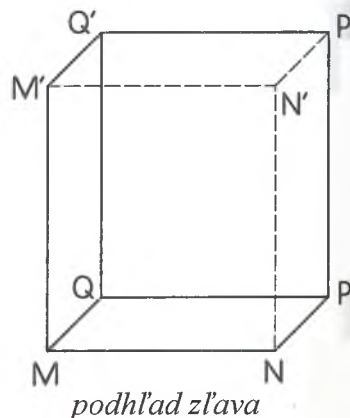
RIEŠENIE

Postupujeme analogicky ako v predchádzajúcom príklade. Bod S_1 je stredom úsečky AB , bod S_2 je stredom úsečky BC , bod S_3 je stredom úsečky CG . Predpokladáme, že kocka je nepriehľadná.



PRÍKLAD 3

Narysujte voľný rovnobežný priemet kvádra $MNPQM'N'P'Q'$, ktorého stena $MNN'M'$ je rovnobežná s nákresňou a platí $|MN| = 6$ cm, $|NP| = 4$ cm, $|PP'| = 7$ cm. Kváder je nepriehľadný a stena $MNN'M'$ je neviditeľná.



RIEŠENIE

Použijeme postup uvedený v riešení príkladu 1. Ak je však stena $MNN'M'$ neviditeľná, potom sú neviditeľné aj hrany, ktoré majú spoločný koncový bod N' , zato hrany so spoločným vrcholom Q sú viditeľné. Tomuto obrazu kvádra hovoríme **podhľad zľava**; ukazuje totiž, ako kváder vidíme, keď sa naň dívame zdola a zľava.



PRÍKLAD 4

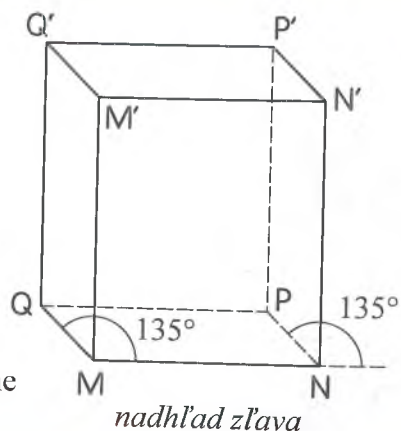
Narysujte voľný rovnobežný priemet kvádra $MNPQM'N'P'Q'$, ktorého stena $MNN'M'$ je rovnobežná s nákresňou a platí $|MN| = 6$ cm, $|NP| = 4$ cm, $|PP'| = 7$ cm. Kváder je nepriehľadný a stena $MNN'M'$ je neviditeľná. Použite veľkosť uhla $\sphericalangle NMQ = 135^\circ$.



RIEŠENIE

1. Narysujeme obdĺžnik $MNN'M'$, pričom $|MN| = 6$ cm, $|NN'| = 7$ cm.
2. Narysujeme $\sphericalangle NMQ = 135^\circ$, $|MQ| = 2$ cm (polovica zo 4 cm).
3. Narysujeme úsečky $NP, N'P', M'Q$, pričom $MQ \parallel NP \parallel N'P' \parallel M'Q'$ a $|MQ| = |NP| = |N'P'| = |M'Q'|$.
4. Hrany PN, PP', PQ vyťahujeme čiarkovane.

V tomto prípade obraz kvádra nazývame **nadhl'ad zľava**.



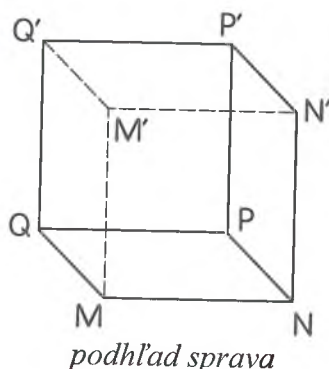
PROBLÉM 1

Doteraz sme uviedli **nadhl'ad sprava, nadhl'ad zľava, podhl'ad zľava**. Existuje aj **podhl'ad sprava**? Pýta sa Peter.



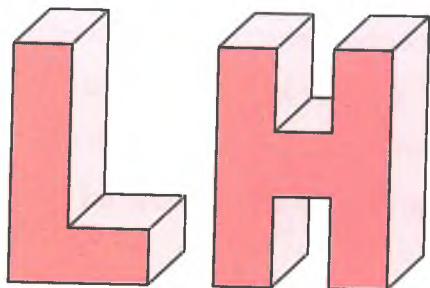
RIEŠENIE

Miško sa podujal nakresliť obrázok, vybral si kocku s dĺžkou hrany 5 cm. Pani učiteľka ho pochválila a dodala: Skutočne je to obrázok kocky v priečelnej polohe v **podhl'a-de sprava**.



Ak vieme zobrazovať kváder a kocku, môžeme tiež zostrojovať aj obrazy telies, ktoré sa skladajú z kvádrov, resp. kociek.

Na obrázku sú telesá tvaru písmen L, H.





PROBLÉM 2

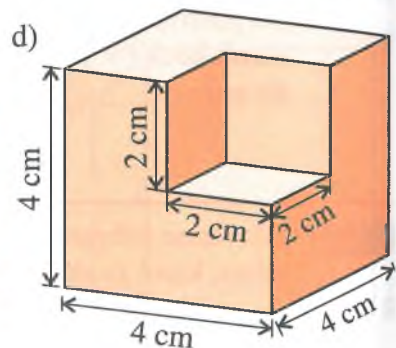
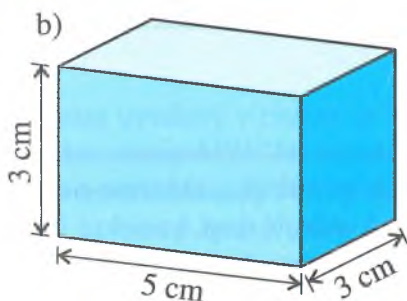
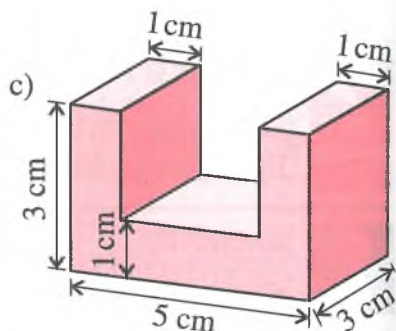
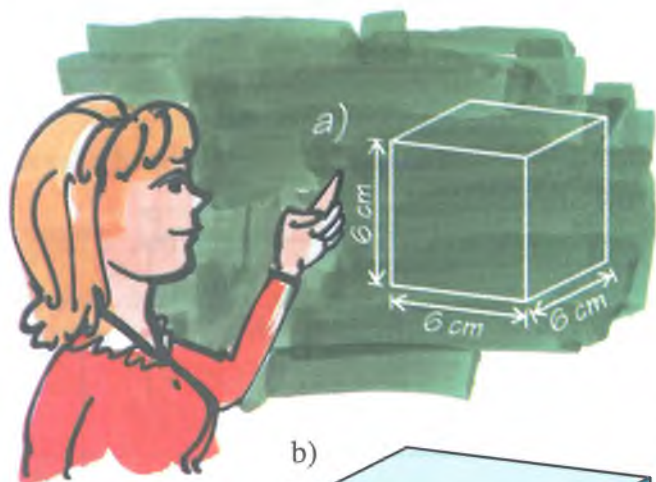
Všetky obrazy kvádra a kocky sme kreslili v priečelnej polohe. Existuje aj iná poloha? Pýta sa Marienka.



RIEŠENIE

Pani učiteľka odpovedá: Áno. Ak je iba hrana rovnobežná s nákresňou. Táto hrana sa zobrazí v skutočnej veľkosti.

Pani učiteľka nakreslila niekoľko obrázkov telies. Ešte dodala: Ak chceme v obrázku uviesť rozmery, tak uvádzame rozmery v skutočnej veľkosti.



CVIČENIA

1. Zostrojte voľný rovnobežný priemet kocky s dĺžkou hrany 6 cm. Urobte nadhľad sprava.
- 2. Zostrojte voľný rovnobežný priemet kvádra s rozmermi $a = 4$, $b = 6$ cm, $c = 7$ cm. Zostrojte nadhľad sprava.

..... 3. Zostrojte voľný rovnobežný priemet kvádra $ABCDEFGH$ s rozmermi $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|CG| = 3 \text{ cm}$. Urobte pohľad zľava.

R 4. Urobte obraz telesa tvaru T vo voľnom rovnobežnom premietaní.

R 5. Nakreslite voľný rovnobežný priemet ľubovoľného telesa v priečelnej polohe.

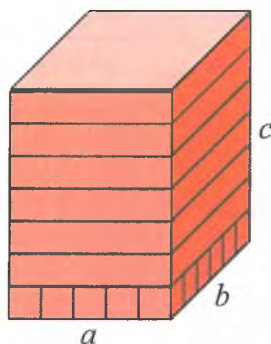
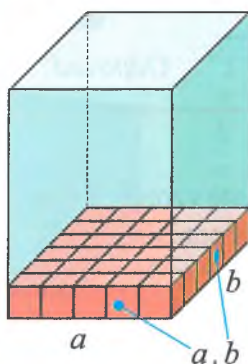
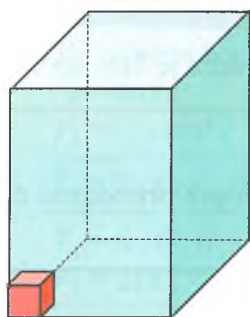
3.4 Objem kvádra a kocky

V predchádzajúcich častiach sme sa naučili čo je objem telesa a naučili sme sa kváder a kocku zobrazovať vo voľnom rovnobežnom premietaní.



Veľkosti troch hrán vychádzajúcich z toho istého vrcholu sa nazývajú **rozmery kvádra**, označujeme ich a , b , c .

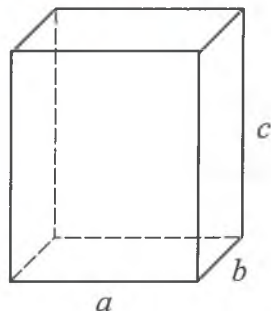
Zvoľme si jednotku objemu – nech je to kocka s dĺžkou hrany 1. Umiestnime takéto kocky na podstavu kvádra. Podstava kvádra je obdĺžnik s rozmermi a , b ; počet týchto kociek v jednej vrstve bude $a \cdot b$. Umiestňujme kocky tak, aby vyplnili kváder. Dostaneme c vrstiev. Celkovo bude $a \cdot b \cdot c$ kociek.



Počet kociek $a \cdot b \cdot c$ je objem kvádra.



Objem V kvádra s rozmermi a , b , c vypočítame
$$V = a \cdot b \cdot c$$

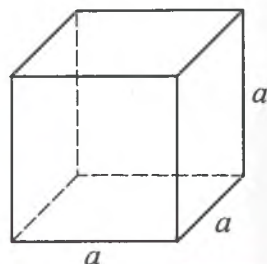


Kocka má všetky rozmery rovnaké, označíme a .



Objem V kocky s hranou dĺžky a vypočítame

$$V = a \cdot a \cdot a$$
$$V = a^3 \text{ (čítame } a \text{ na tretiu)}$$



PRÍKLAD 1

Kváder má rozmery $a = 6$ dm, $b = 40$ cm, $c = 7$ dm.
Vypočítajte jeho objem.



RIEŠENIE

Použijeme vzorec na výpočet objemu kvádra. Rozmery najprv upravíme na rovnaké jednotky.

$$a = 6 \text{ dm}$$
$$b = 40 \text{ cm} = 4 \text{ dm}$$
$$c = 7 \text{ dm}$$
$$V = \dots \text{ dm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 6 \cdot 4 \cdot 7$$

$$V = 168$$

$$V = 168 \text{ dm}^3$$



Odpoveď: Objem kvádra je 168 dm^3 .



PROBLÉM 1

Lucia sa spýtala: Platí vzorec $V = a \cdot b \cdot c$ len pre prirodzené čísla? Doteraz sme iné čísla nepoužili.



RIEŠENIE

Pani učiteľka jej odpovedala: Rozmery kvádra môžu byť aj desatinné čísla a vzorec $V = a \cdot b \cdot c$ platí aj pre tieto čísla.



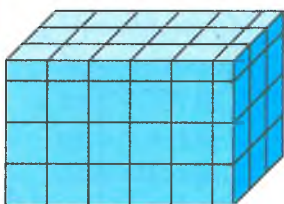
PRÍKLAD 2




Rozmery kvádra sú $a = 5,5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 3,5$ cm.

- Doplňte spotrebu dielov v tabuľke a pomocou nej zistite objem kvádra.
- Vypočítajte objem kvádra pomocou vzorca.

**RIEŠENIE**

a) Tabuľka



Diely a ich objemy		Spotreba kusov	Spotreba celkom v cm ³
	1 cm ³	45	45 cm ³
	0,5 cm ³	24	12 cm ³
	0,25 cm ³	3	0,75 cm ³
			$V = 57,75 \text{ cm}^3$

b) $a = 5,5 \text{ cm}$
 $b = 3 \text{ cm}$
 $c = 3,5 \text{ cm}$
 $V = \dots \text{ cm}^3$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 5,5 \cdot 3 \cdot 3,5$$

$$V = 57,75$$



$V = 57,75 \text{ cm}^3$ *Odpoveď:* Objem kvádra je 57,75 cm³.

**PRÍKLAD 3**

Kocka má hranu dĺžky $s = 6 \text{ cm}$. Kváder má rozmery $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$. Porovnajte veľkosti objemov oboch telies.

**RIEŠENIE** V_1 – objem kocky

$s = 6 \text{ cm}$

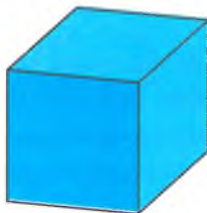
$V_1 = \dots \text{ cm}^3$

$$V_1 = s \cdot s \cdot s$$

$$V_1 = 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$V_1 = 216$$

$$V_1 = 216 \text{ cm}^3$$

 V_2 – objem kvádra

$a = 6 \text{ cm}$

$b = 5 \text{ cm}$

$c = 7 \text{ cm}$

$V_2 = \dots \text{ cm}^3$

$$V_2 = a \cdot b \cdot c$$

$$V_2 = 6 \cdot 5 \cdot 7$$

$$V_2 = 210$$


$$V_2 = 210 \text{ cm}^3$$



$V_1 > V_2$

Odpoveď: Kocka s hranou dĺžky 6 cm má väčší objem ako kváder s rozmermi $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$.

**PRÍKLAD 4**

Miestnosť tvaru kvádra má rozmery podlahy 4 m a 5 m, objem miestnosti je 55 m³. Aká je výška miestnosti? 



RIEŠENIE

$$V = 55 \text{ m}^3$$

$$a = 4 \text{ m}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$c = \dots \text{ m}$$

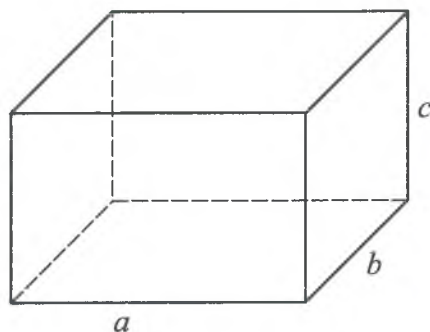
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$55 = 4 \cdot 5 \cdot c$$

$$c = 55 : 20$$

$$c = 2,75$$

$$c = 2,75 \text{ m}$$



Odpoveď: Výška miestnosti je 2,75 m.



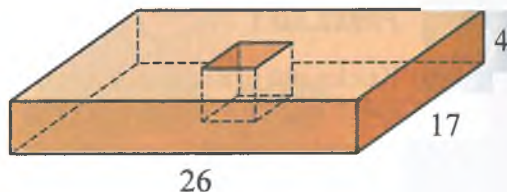
ÚLOHA 1

Máme dve kocky, jedna má hranu dĺžky 5 cm, hrana druhej kocky je dvakrát dlhšia. Koľkokrát je väčší objem druhej kocky ako objem prvej?



ÚLOHA 2

V doske tvaru kvádra s rozmermi 26 cm, 17 cm, 4 cm je vyrezaný otvor tvaru kocky. Vypočítajte objem takejto dosky s otvorom.



PRÍKLAD 5

Akú hmotnosť má drevená doska tvaru kvádra, keď jej hrúbka je 3 cm, šírka 20 cm a dĺžka 5 m. Vieme, že 1 dm³ dreva má hmotnosť 550 g.



RIEŠENIE

1. Vypočítame objem dosky.

$$a = 3 \text{ cm} = 0,3 \text{ dm}$$

$$b = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$$

$$c = 5 \text{ m} = 50 \text{ dm}$$

$$V = \dots \text{ dm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 0,3 \cdot 2 \cdot 50$$

$$V = 30$$

$$V = 30 \text{ dm}^3$$

2. 1 dm³ dreva má hmotnosť 550 g, potom hmotnosť celej dosky je
 $30 \cdot 550 \text{ g} = 16\,500 \text{ g} = 16,5 \text{ kg}$.



Odpoveď: Hmotnosť dosky je 16,5 kg



CVIČENIA

1. Vypočítajte objem kvádra, ktorého rozmery sú:

- | | | |
|-----------------|--------------|--------------|
| a) $a = 20$ cm, | $b = 15$ cm, | $c = 7$ cm |
| b) $a = 1,5$ m, | $b = 2,5$ m, | $c = 3$ m |
| c) $a = 4$ dm, | $b = 45$ cm, | $c = 320$ mm |
| d) $a = 6$ dm, | $b = 60$ cm, | $c = 0,8$ m |

..... 2. Vypočítajte objem kocky, ktorej hrana má dĺžku:

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| a) $a = 6$ cm; | c) $a = 360$ mm; | e) $a = 3,6$ dm; |
| b) $a = 2,4$ m; | d) $a = 8$ m; | f) $a = 54$ cm. |

..... 3. Na prepravu elektrického stroja zhotovili debnu tvaru kocky s dĺžkou vnútornej hrany $a = 0,78$ m. Aký má debna objem?

..... 4. Pre betónový základ vykopali robotníci jamu tvaru kocky s hranou dĺžky $1,8$ m. Na koľkých autách odviezli zeminu, ak auto naraz odvezie 4 m³ zeminu?

..... 5. Akú hmotnosť má žulová kocka s hranou dĺžky 75 cm, ak 1 m³ žuly má hmotnosť $2,7$ tony?

..... 6. Medená platňa z plechu hrúbky 3 mm má dĺžku $0,9$ m a šírku $0,75$ m. Akú hmotnosť v kg má platňa, ak 1 dm³ medi má hmotnosť $8,8$ kg?

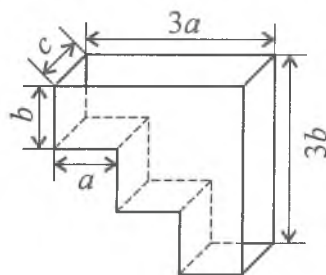
..... 7. Vypočítajte hmotnosť kvádra s rozmermi 15 cm, $7,5$ cm, 10 cm, a to:
a) zo smrekového dreva (hmotnosť 1 cm³ je $0,55$ g);
b) z dubového dreva (hmotnosť 1 cm³ je $0,8$ g);
c) z betónu (hmotnosť 1 cm³ je $2,2$ g);
d) zo železa (hmotnosť 1 cm³ je $7,25$ g).

..... 8. Otvorený bazén, naplnený $0,10$ m pod okraj, má objem vody 10 m³ a štvorcovú podstavu s dĺžkou strany $2,40$ m. Aký hlboký je bazén?

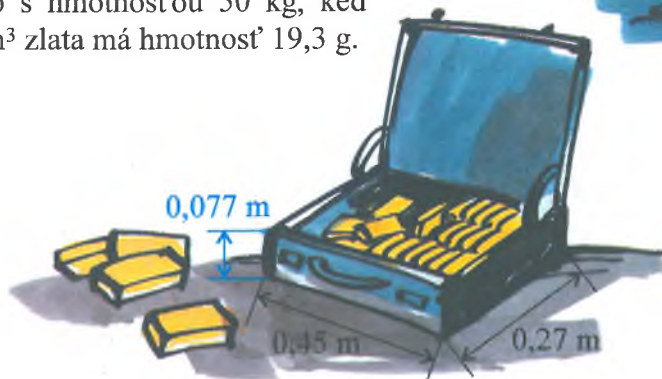
..... 9. Učebňa v škole má rozmery $8,80$ m, $5,90$ m, $3,70$ m. Koľko m³ vzduchu pripadá na jedného žiaka, ak je v učebni 35 žiakov?

R

10. Stupňovitá jama pre drevený stožiar má tvar podľa obrázka. Máme určiť jej objem, ak $a = 0,4$ m, $b = 0,6$ m, $c = 0,6$ m.

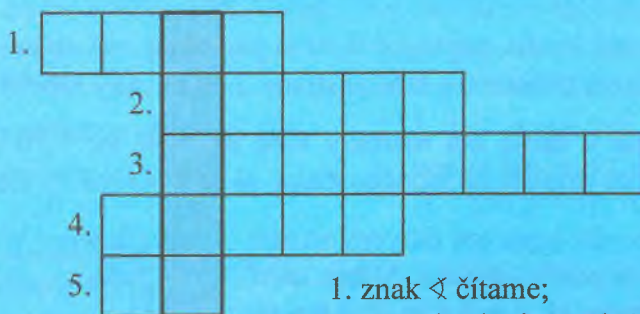


- 11. Zlatník má zásoby zlata v tehličkách tvaru kvádra s rozmermi 6,75 cm, 2,5 cm, 1,54 cm. Zlato preváža v kufri – trezore s rozmermi 0,45 m, 0,27 m a 0,077 m. Môže v tomto kufříku prepraviť zlato s hmotnosťou 50 kg, keď 1 cm³ zlata má hmotnosť 19,3 g.



- 12. Plošina šesťtonového auta je široká 2,20 a dlhá 4,20 m, bočnice sú vysoké 0,75 m.
- Koľko m³ štrkopiesku by sa mohlo naložiť na auto pri dobre vyrovnanom náklade až do výšky bočnic?
 - Aká vysoká vrstva štrkopiesku môže byť naložená, aby nebola prekročená nosnosť vozidla 6 t, keď 1 m³ štrkopiesku má hmotnosť 1,8 t.

- 13. Doplňte krížovku a vyriešte tajničku:



- znak < čítame;
- stena kocky je predná a ;
- pri meraní dĺžky aj obsahu sa používa;
- jednotka dĺžky;
- skratka decimetra.

3.5 Povrch kvádra a kocky



Na obrázku je rozrezaná škatuľa tvaru kvádra, skladá sa zo šiestich obdĺžnikov.



Sieť kvádra sa skladá zo šiestich obdĺžnikov, ktorých rozmery sú určené rozmermi kvádra.



PRÍKLAD 1

Kváder má rozmery $a = 4$ cm, $b = 3$ cm, $c = 7$ cm. Urobte sieť kvádra, vypočítajte obsahy jednotlivých stien a sčítajte ich.



RIEŠENIE

Sieť kvádra obsahuje tri dvojice stien s rovnakým obsahom (všetky majú tvar obdĺžnika).

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Obsah steny I} \dots\dots\dots S_I = a \cdot c$$

$$\text{Obsah steny II} \dots\dots\dots S_{II} = b \cdot c$$

$$\text{Obsah podstavy III} \dots\dots S_{III} = a \cdot b$$

Súčet obsahov jednotlivých stien bude

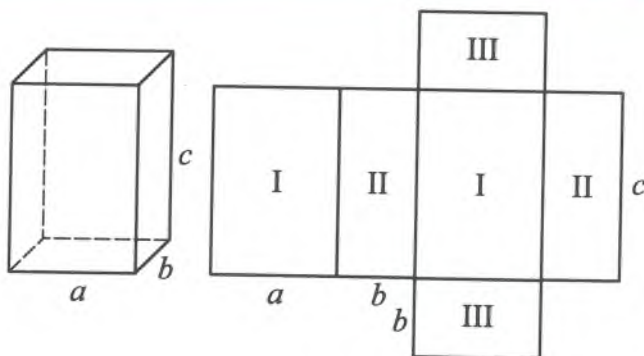
$$S = 2 \cdot S_I + 2 \cdot S_{II} + 2 \cdot S_{III}$$

$$\text{Po úprave} \quad S = 2(a \cdot c + b \cdot c + a \cdot b)$$

$$\text{Po dosadení:} \quad S = 2(4 \cdot 7 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 3)$$

$$S = 2 \cdot 61$$

$$S = 122 \text{ cm}^2$$



Odpoveď:

Súčet obsahov všetkých stien kvádra je 122 cm^2 .

Súčet obsahov všetkých stien kvádra nazývame **povrch kvádra**.

Povrch S kvádra vypočítame, ak sčítame obsahy všetkých stien kvádra

$$S = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$
$$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

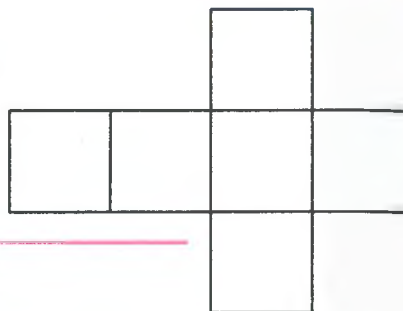
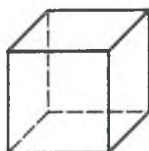
Povrch S kocky vypočítame, keď obsah jednej steny vynásobíme šiestimi

$$S = 6 \cdot a \cdot a, \text{ čo skráteno píšeme } S = 6 \cdot a^2$$



ÚLOHA 1

Zdôvodnite vzorec $S = 6 \cdot a \cdot a$ pre výpočet povrchu kocky.



PRÍKLAD 2

Vypočítajte povrch kocky s hranou dĺžky $a = 5$ m.



RIEŠENIE

$$a = 5 \text{ m}$$

$$S = \dots \text{ m}^2$$

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot 5 \cdot 5$$

$$S = 150$$

$$S = 150 \text{ m}^2 \quad \text{Odpoveď: Povrch kocky s hranou dĺžky 5 m je 150 m}^2.$$



Povrch telesa meriame štvorcovými jednotkami.



CVIČENIA

1. Vypočítajte povrch kvádra, ktorý má rozmery:

a) $a = 5$ cm $b = 4$ cm, $c = 6$ cm

b) $a = 7,5$ m, $b = 60$ dm, $c = 4$ m

c) $a = 70$ mm, $b = 65$ mm, $c = 8,5$ cm

d) $a = 3,5$ dm, $b = 40$ cm, $c = 255$ mm

- 2. Vypočítajte povrch kocky, ktorá má hranu dĺžky:
 a) $a = 2\text{m}$ c) $a = 35\text{ cm}$ e) $a = 3,5\text{ m}$
 b) $a = 4,5\text{ dm}$ d) $a = 15\text{ mm}$ f) $a = 38,5\text{ cm}$
- 3. Drevená nádoba tvaru kocky sa má vnútri obiť plechom. Vonkajšia hrana nádoby je 54 cm. Hrúbka steny je 25 mm. Nádoba nemá veko. Vypočítajte, koľko plechu bude potrebné na jej obitie.
- 4. Predajňu dĺžky 18,5 m, šírky 8,5 m a výšky 425 cm treba vymaľovať. Vypočítajte náklady na maľovanie, keď sa počíta 35 Sk za 1 m².
- 5. Bazén tvaru kvádra s rozmermi dna 7 m, 4 m a výškou 1,2 m treba natrieť uniakrylovou farbou. Koľko bude stáť náter, keď 1 kg farby, ktorý stačí na 6 m² náteru, stojí 90 Sk, za náter 1 m² si natierač účtuje 30 Sk.
- 6. Koľko m² plechu treba na vyhotovenie plechovej kanistry, ktorá má tvar kvádra, ak na záhyby a prekryvanie vrchnáka treba pridať jednu pätinu plechu? Rozmery kanistry sú: 0,4 m; 50 cm a 6 dm.

- 7. Doplňte krížovku a nájdite tajničku



1. uhol s veľkosťou 90° nazývame ...
2. jedna zo stien kocky sa nazýva ...
3. názov telesa
4. čísla a , b , c v kvádri sú jeho ...
5. 10 cm je ...
6. tupý ...



3.6 Úlohy na použitie objemu a povrchu kvádra a kocky



PRÍKLAD 1

Koľko tehál treba na postavenie steny, ktorá má byť 60 m dlhá, 3 m vysoká a 30 cm široká, ak na 1 m³ muriva treba 275 tehál?



RIEŠENIE

Múr má tvar kvádra. Najskôr vypočítame objem kvádra s rozmermi 60 m, 3 m a 30 cm. Potom vypočítame spotrebu tehál.

1. $a = 60 \text{ m}$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$c = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

$$V = \dots \text{ m}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 60 \cdot 3 \cdot 0,30$$

$$V = 54$$

$$V = 54 \text{ m}^3$$

2. Označme M spotrebu tehál, $p = 275$ kusov tehál na 1 m³.

$$V = 54 \text{ m}^3$$

$$p = 275 \text{ ks}$$

$$M = \dots \text{ ks}$$

$$M = V \cdot p$$

$$M = 54 \cdot 275$$

$$M = 14\,850$$

$$M = 14\,850 \text{ ks}$$



Odpoveď:

Na postavenie steny 60 m dlhej, 3 m vysokej a 30 cm širokej treba 14 850 kusov tehál.



PRÍKLAD 2

Nádoba tvaru kvádra je 9 dm dlhá a 5 dm široká a je čiastočne naplnená vodou. Keď do vody ponoríme kameň, voda vystúpi o 1,2 cm; určte objem kameňa.



RIEŠENIE

Z fyziky vieme, že objem kameňa sa rovná objemu vody ním vytlačenej. Teda stačí vypočítať objem vytlačenej vody, ktorý sa rovná objemu kvádra s rozmermi 9 dm, 5 dm, 1,2 cm.

$$a = 9 \text{ dm} = 90 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ dm} = 50 \text{ cm}$$

$$c = 1,2 \text{ cm}$$

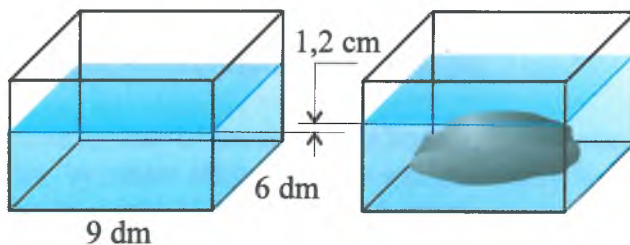
$$V = \dots \text{ cm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 90 \cdot 50 \cdot 1,2$$

$$V = 5\,400$$

$$V = 5\,400 \text{ cm}^3 = 5,4 \text{ dm}^3$$



Odpoveď: Objem kameňa je $5,4 \text{ dm}^3$.

Metóda použitá v príklade sa často používa na zisťovanie objemu nepravidelných telies, kde nemožno použiť vzorce.



CVIČENIA

1. Kocka masla s hranou dlhou $6,5 \text{ cm}$ je zabalená do obalu s rozmermi $a = 28 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$. Vypočítajte, o koľko cm^2 je obal väčší ako povrch kocky masla.

2. Zmerajte rozmery škatuľky zápaliiek a vypočítajte spotrebu materiálu:
a) na puzdro, v ktorom sú zápalky,
b) na obal.



3. Miestnosť $4,5 \text{ m}$ dlhú, 4 m širokú a $2,75 \text{ m}$ vysokú budú obkladať drevom do výšky $1,5 \text{ m}$. Dvere do miestnosti sú 1 m široké. Koľko m^3 dosiek z červeného smreku na to spotrebujú, keď hrúbka dosiek je 2 cm ?

4. Dubový trám má tvar kvádra s rozmermi 2 m , 30 cm a 15 cm a jeho hmotnosť je 72 kg . Vypočítajte hmotnosť 1 dm^3 dubového dreva.

5. Akvárium je $0,7 \text{ m}$ dlhé a 25 cm široké. Aké je hlboké, keď sa do neho vmestí 56 l vody?

6. Koľko m^3 vody je v bazéne tvaru kvádra, ktorého dĺžka je 3 m a šírka $2,50 \text{ m}$? Voda dosahuje do výšky 120 cm . Koľko stojí napustenie bazéna, keď 1 m^3 vody stojí 10 Sk ?

..... 7. Dno nádrže má tvar obdĺžnika s rozmermi 5 m a 2,4 m. Do akej výšky od dna dosahuje hladina, ak je v nádrži 54 hl vody?

..... 8. Debnička na kvety tvaru kvádra má vonkajšie rozmery 1,3 m, šírku 15 cm a výšku 10,5 cm. Hrúbka stien a dna je 2,5 cm. Bude stačiť plné dvanásťlitrové vedro zeminu na naplnenie debničky zeminou až po okraj?

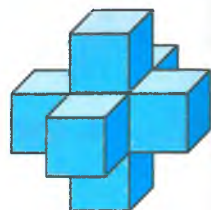


..... 9. Z 1 600 mm dlhej platne medeného plechu hrúbky 2 mm máme oddeliť po celej dĺžke pás s hmotnosťou 6 000 g. Vypočítajte šírku pásu, ak 1 dm³ medi má hmotnosť 8,900 kg.



VYSKÚŠAJTE SA!

1. Koľko stavebnicových kociek treba doložiť, aby z daného telesa vznikla kocka?



..... 2. Premeňte:

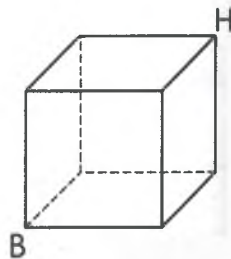
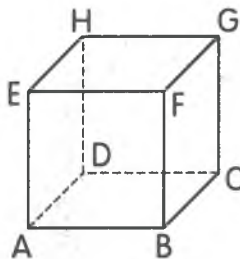
a) 2,5 m³ na dm³

c) 5 hl na dm³

b) 2 700 cm³ na m³

d) 55 ml na cm³

..... 3. Na obrázku je kocka *ABCDEFGH*. Na ďalšom obrázku je zobrazená tá istá kocka v inej polohe. Doplňte označenie zvyšných vrcholov.



..... 4. Koľko kusov mydla s rozmermi 125 mm, 55 mm a 4 cm sa zmestí do škatule s rozmermi 56 cm, 55 cm a 25 cm?

..... 5. Pri murovaní používame tehly s rozmermi 30 cm, 15 cm a 7,5 cm. Stačí 1 400 tehál na postavenie múru 6 m dlhého, 1,8 m vysokého a 45 cm širokého?

- 6. Aká je hmotnosť sklenej výplne dverí, ak výplň má hrúbku 5 mm, výšku 2,10 m a šírku 650 mm? (1 dm³ skla má hmotnosť 2,5 kg).
- 7. Na obrázkoch sú narysované vždy tri hrany obrazu kocky. Doplňte ne-narysované obrazy hrán. Vyznačte čiarkovane neviditeľné hrany kocky.



René Descartes

(1596 až 1650)

francúzsky filozof, matematik,
fyzik, fyziológ.

Má veľké zásluhy na rozvoji
matematiky, najmä analytickej
geometrie.

Zaslúžil sa o objasnenie reálneho
významu záporných čísel.

Descartes veril v silu ľudského
rozumu.

Krédom descartovskej viery je:

„Pochybujem, teda myslím,
myslím, teda som!“

4 DELITEĽNOSŤ PRIRODZENÝCH ČÍSEL



4.1 Násobok a deliteľ ZOPAKUJME SI



Čísla 1, 2, 3, 4, 5, ... sa nazývajú **prirodzené čísla**.
Sú to celé kladné čísla.
Číslo 0 medzi ne nepatrí.



PRÍKLAD 1

Cena jedného koláča je 5 Sk. Koľko Sk zaplatíme za 2, 3, 4, ... koláče?



RIEŠENIE

Janko zapisuje výpočty prehľadne do tabuľky:

Počet koláčov	1	2	3	4
Cena v Sk	5	10	15	20

Odpoveď:

Za dva koláče zaplatíme 10 Sk, za tri 15 Sk, za štyri 20 Sk, ...



Čísla 5, 10, 15, 20, ..., ktoré sú uvedené v druhom riadku tabuľky, nazývame **násobky čísla 5**.



PROBLÉM 1

Má každé prirodzené číslo násobky?



RIEŠENIE

Eva hovorí: Každé prirodzené číslo má násobky.

Napríklad číslo 10: 10, 20, 30, 40, 50, ...

Zuzka vymenúva násobky čísla 15: 15, 30, 45, 60, 75, ...

a Janko násobky čísla 11: 11, 22, 33, 44, 55, ...

Čo zaujímavé ste si všimli?

**PRÍKLAD 5**

Je číslo 338 násobkom čísla 4?

**RIEŠENIE**

$$\begin{array}{r} 338 : 4 = 84 \\ 18 \\ 2 \end{array}$$

Pri delení čísla 338 štyrmi, dostávame zvyšok 2.

Hovoríme, že

číslo 338 nie je násobkom čísla 4.

Tiež môžeme povedať, že
alebočíslo 338 nie je deliteľné číslom 4
číslo 4 nie je deliteľom čísla 338.**PROBLÉM 2**

Napíšte číslo 18 ako násobok dvoch čísel.

**RIEŠENIE**

Píšeme: $18 = 2 \cdot 9$ Číslo 18 je násobkom čísla 2 (deväťnásobok),
ale aj násobkom deviatich (dvojnásobok).
 $18 = 3 \cdot 6$ Číslo 18 je násobkom čísla 3 i čísla 6.
 $18 = 1 \cdot 18$ Je aj jedennásobok samého seba. Môžeme tiež
povedať:

Deliteľmi čísla 18 sú čísla: 1, 2, 3, 6, 9, 18.



Každé číslo je násobkom čísla 1.
Například: $1 \cdot 23 = 23$; $1 \cdot 105 = 105$
Každé číslo je deliteľné číslom 1 a samým sebou.
Například: $53 : 1 = 53$; $53 : 53 = 1$

**PRÍKLAD 6**

Napíšte všetky delitele čísla 60.

**RIEŠENIE**Postupne rozkladáme číslo 60 na súčin dvoch činiteľov
a zapisujeme prehľadne do tabuľky:Všetky delitele čísla 60 teda sú:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

60	
1	60
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10



ÚLOHA 1

Nájdite všetky delitele čísla 47.



PROBLÉM 3

Je možné povedať o nule, že je násobkom nejakého čísla?



RIEŠENIE

$$0 = 1 \cdot 0 \quad 0 = 2 \cdot 0 \quad 0 = 3 \cdot 0 \quad \dots$$

Odpoveď: Nula je násobkom ľubovoľného čísla a nuly.



Každý násobok nuly je nula.



CVIČENIA

1. Vymenujte
- prvých desať násobkov čísla 6.
 - prvých päť násobkov čísla 13.

..... 2. Pomocou kalkulačky zistite všetky násobky čísla 29, ktoré sú väčšie ako 290 a súčasne menšie ako 400.

..... 3. Pozemok s výmerou 64 m^2 má tvar obdĺžnika, ktorého rozmery sú vyjadrené celými číslami. Aké môžu byť jeho rozmery? Uveďte všetky možnosti.

..... 4. Zistite, ktoré tvrdenia sú správne. Nesprávne opravte:

- číslo 144 je deliteľné dvanástimi,
- číslo 66 je násobkom troch,
- číslo 7 je deliteľom čísla 35,
- číslo 5 je násobkom čísla 100,
- číslo 111 je násobkom čísla 11,
- číslo 12 800 je deliteľné ôsmimi.



..... 5. Vieme, že v škole je viac ako 405 a menej ako 420 žiakov. Ich počet je deliteľný číslom 37. Koľko žiakov je v škole?

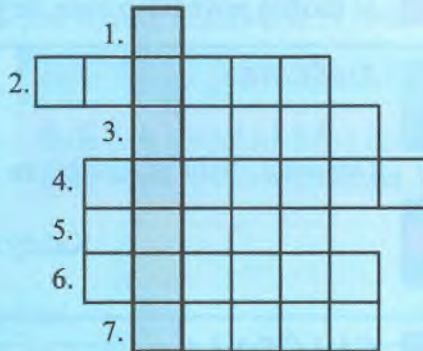
..... 6. Dvanásťnásobok neznámeho čísla je 132. Určte neznáme číslo.

..... 7. Súčet štvornásobku a sedemnásobku neznámeho čísla je 88. Určte neznáme číslo.

- 8. Rozhodnite, či je prvé číslo deliteľom druhého:
- | | | |
|-----------|-----------|------------|
| a) 6, 48 | c) 17, 27 | e) 51, 153 |
| b) 15, 45 | d) 24, 30 | f) 35, 7 |

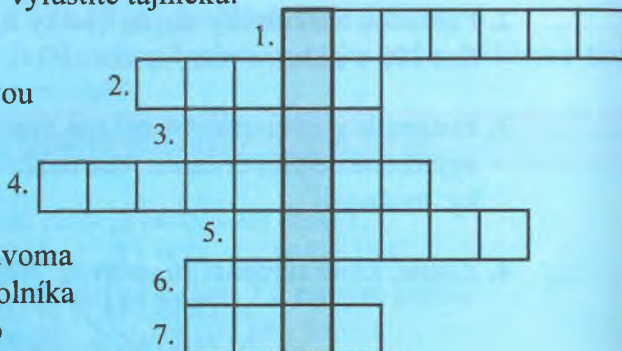
- 9. Doplňte krížovku. Vylúštite tajničku.

1. označenie množiny prirodzených čísel (N)
2. teleso, ktorého povrch vypočítame podľa vzorca:
 $S = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$
3. výsledok po násobení
4. výsledok po odčítaní
5. súčin troch rozmerov kvádra
6. súčet obsahov všetkých stien telesa
7. teleso, ktorého sieť tvorí šesť zhodných štvorcov



- 10. Doplňte krížovku. Vylúštite tajničku.

1. početový výkon
2. teleso s podstavou v tvare kruhu
3. 0
4. $\frac{1}{10}$
5. úsečka určená dvoma vrcholmi trojuholníka
6. prirodzené číslo
7. teleso podobné lopte



4.2 Znaky deliteľnosti prirodzených čísel. Deliteľnosť dvoma, piatimi a desiatimi



PROBLÉM 1

Z číselného radu 2, 4, 8, 10, 14, 19, 20, 25, 30, 100, vyberte čísla, ktoré sú deliteľné:

- a) dvoma,
- b) piatimi,
- c) desiatimi.



RIEŠENIE

- a) 2, 4, 8, 10, 14, 20, 30, 100
- b) 10, 20, 25, 30, 100
- c) 10, 20, 30, 100.



Tento problém sme hravo zvládli, lebo dané čísla boli jedno alebo dvojciferné a využili sme poznatky o násobkoch čísla, ktoré poznáme späť.

Často však stojíme pred problémom, keď musíme rozhodnúť, či dané viacciferné číslo vieme rozdeliť na rovnaké časti. Delením je riešenie úlohy zdĺhavé, a preto využívame znaky deliteľnosti daných čísel.

a) Deliteľnosť dvoma



PRÍKLAD 1

Je číslo 836 deliteľné dvoma?



RIEŠENIE

Každú desiatku, stovku, tisíčku ... vieme rozdeliť na dve rovnaké časti. Zostáva nám úvaha o tom, či vieme rozdeliť na dve rovnaké časti číslo vyjadrujúce jednotky.

Môžu nastať dva prípady:

- 1. na mieste jednotiek sú číslice 0, 2, 4, 6, 8 PÁRNE
- 2. na mieste jednotiek sú číslice 1, 3, 5, 7, 9 NEPÁRNE



Všetky čísla, ktoré majú na mieste jednotiek niektorú z číslic 0, 2, 4, 6, 8 sú deliteľné dvoma.
Iné čísla nie sú deliteľné dvoma.

Inými slovami:



Všetky párne čísla sú deliteľné dvoma.
Nepárne čísla nie sú deliteľné dvoma.

V našej úlohe môžeme bez delenia prehlásiť, že číslo 836 je párne, je teda deliteľné dvoma.



ÚLOHA 1

Možno postaviť do dvojstupov žiakov, ak ich je: 230, 451, 798, 3 332?



ÚLOHA 2

Vymenujte všetky párne čísla väčšie ako 7 005 a súčasne menšie ako 7 019.



ÚLOHA 3

Vymenujte 10 nepárnych čísel väčších ako 989 a zároveň menších ako 991.

b) Deliteľnosť piatimi



PRÍKLAD 2

Danka si nasporila 985 Sk, Janka 783 Sk, Julo 740 Sk. Môžu byť nasporené peniaze usilovných sporiteľov v päťkorunákoch?



RIEŠENIE

5.2 5.20 5.200

Každú 10, 100, 1 000 ... vieme rozdeliť na 5 rovnakých častí. Uvažujme o tom, či sa dá na 5 rovnakých častí rozdeliť aj číslu predstavujúca jednotky.



Danka $985 : 5 = 197$ dá sa

0

Janka $783 : 5 = 156$ nedá sa

3

Julo $740 : 5 = 148$ dá sa

0



Odpoveď: V päťkorunákoch môže mať usporené peniaze Danka a Julo, Janke zvyšujú 3 Sk.

Zistili sme:



Keď má číslo na mieste jednotiek 0 alebo 5, je deliteľné piatimi.
Keď nemá číslo na mieste jednotiek 0 alebo 5, nie je deliteľné piatimi.



PRÍKLAD 3

Doplňte do rámečkov na miesto jednotiek číslu tak, aby dané čísla 40 10□ a 2 22□ boli deliteľné piatimi.



RIEŠENIE

Existujú vždy dve riešenia: 40 10□0 a 40 10□5
2 22□0 a 2 22□5.

c) Deliteľnosť desiatimi



PROBLÉM 2

Vedeli by sme zameniť sumy 950 Sk, 1 230 Sk, 1 985 Sk, 1 128 Sk na desaťkorunáky?



RIEŠENIE

Položme si otázku. Ktoré sumy môžeme s istotou rozdeliť na desaťkorunáky?

Betka hovorí: 950 Sk a 1 230 Sk vieme zameniť na desaťkorunáky, lebo obe čísla majú na mieste jednotiek nulu.

Sumy $1\ 985 = 1\ 980 + 5$

a $1\ 128 = 1\ 120 + 8$ nemôžeme, lebo na mieste jednotiek nie sú nuly.



Ked' má číslo na mieste jednotiek 0, je deliteľné desiatimi.
Ked' nemá číslo na mieste jednotiek 0, nie je deliteľné desiatimi.



PROBLÉM 3

Lucka nasporila sumu zapísanú takto:

Pod machuľou sa skrýva jedna číslica.

Môže byť Luckina suma vyjadrená v desaťkorunádoch?

289[!] Sk.



RIEŠENIE

289^x

Ak $x = 0$, suma môže byť vyjadrená v desaťkorunádoch

Ak $x \neq 0$, suma nemôže byť vyjadrená v desaťkorunádoch.



ÚLOHA 4

Viete Luckinu sumu z problému 3 rozdeliť na päťkorunáky?

d) Deliteľnosť štyrmi



PRÍKLAD 4

Vo firme pracujú dve skupiny, každá so štyrmi pracovníkmi. Prvá skupina dostala odmenu 9 272 Sk, druhá 8 758 Sk. Je možné rozdeliť odmeny medzi pracovníkov v oboch skupinách tak, aby ju dostal každý v celých korunách?



RIEŠENIE

Eva počíta: 1. skupina: $9\ 272 : 4 = 2\ 318\ \text{Sk}$
 0
 2. skupina: $8\ 758 : 4 = 2\ 189\ \text{Sk}$
 2

Odpoveď: V prvej skupine si pracovníci môžu rozdeliť sumu v celých korunách, v druhej nie.

Peter počíta: Každá 100, 1000, 10 000 je deliteľná štyrmi. Desiatky nie.



$$\text{Číslo } \underline{9\ 272} = 9 \cdot \underbrace{1\ 000}_{4 \cdot 250} + 2 \cdot \underbrace{100}_{4 \cdot 25} + 72$$

72 — posledné dvojčíslenie je deliteľné štyrmi, aj celá suma 9 272 Sk je deliteľná štyrmi.

$$\text{Číslo } \underline{8\ 758} = 8 \cdot \underbrace{1\ 000}_{4 \cdot 250} + 7 \cdot \underbrace{100}_{4 \cdot 25} + 58$$

58 — posledné dvojčíslenie nie je deliteľné štyrmi, ani celá suma 8 758 Sk nie je deliteľná štyrmi.

Petrova odpoveď je zhodná s Evinou odpoveďou.

O tom, či je dané číslo deliteľné štyrmi, vieme rozhodnúť na základe posledného dvojčíslia.



Keď je posledné dvojčíslenie daného čísla deliteľné štyrmi,
 je dané číslo deliteľné štyrmi.
 Keď posledné dvojčíslenie daného čísla nie je deliteľné štyrmi,
 nie je dané číslo deliteľné štyrmi.



PRÍKLAD 5

Doplňte do rámčeka chýbajúcu číslicu v čísle 5 28□ tak, aby dané číslo bolo deliteľné štyrmi.



RIEŠENIE

Zuzka dopĺňa: 5 28□₀.
 Katka dopĺňa: 5 28□₄.
 Milan dopĺňa: 5 28□₈.





ÚLOHA 5

Vysvetlite, či všetci traja riešili príklad 5 správne.

e) Deliteľnosť tromi



PRÍKLAD 6

Tri šieste triedy odovzdali do zberu 531 kg papiera. Koľko celých kilogramov odovzdala priemerne každá trieda?



RIEŠENIE

531 musíme rozdeliť na 3 rovnaké časti.

Peter počíta: $10 = 3 \cdot 3 + 1$

$$100 = 3 \cdot 33 + 1$$

$$1\ 000 = 3 \cdot 333 + 1$$

Naše číslo $531 = 500 + 30 + 1$

$$5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1$$

Z 500 odložíme bokom 5

z 30 odložíme 3 zvyšok sčítame

z 1 odložíme 1 $5 + 3 + 1 = 9$

$$9 \text{ delíme } 3 = 3$$



531 je deliteľné číslom 3, lebo ciferný súčet $5 + 3 + 1$ je deliteľný tromi.

$$531 : 3 = 177$$

Odpoveď: Každá z troch tried priemerne odovzdala 177 kg.



Keď má číslo ciferný súčet deliteľný tromi, je aj toto číslo deliteľné tromi.

Keď nemá číslo ciferný súčet deliteľný tromi, nie je ani toto číslo deliteľné tromi.



PRÍKLAD 7

Zistite, či sú čísla 7 203 a 4 732 deliteľné tromi.



RIEŠENIE

a) Číslo 7 203 je deliteľné tromi, lebo ciferný súčet

$$7 + 2 + 3 = 12 \text{ je deliteľný tromi.}$$

b) Číslo 14 732 nie je deliteľné tromi, lebo ciferný súčet

$$1 + 4 + 7 + 3 + 2 = 17 \text{ nie je deliteľný tromi.}$$



ÚLOHA 6

Namiesto hviezdičky doplňte čísla tak, aby dané číslo bolo deliteľné tromi. Nájdite čo najviac riešení.

$21\ 05^*$

3^*7

89^*11

f) Deliteľnosť deviatimi



PRÍKLAD 8

V pekárni upiekli 5 742 venčekov. Linka ich balí vždy po 9 kusov. Budú zabalené všetky?



RIEŠENIE

Eva počíta: $5\ 742 : 9 = 638$
0

Odpoveď: Všetky venčeky budú zabalené.

Peter hovorí: Viem bez delenia určiť, že všetky venčeky budú zabalené. Eva sa čuduje: Ako je to možné?

Peter vysvetľuje:

$$5\ 742 = 5\ 000 + 700 + 40 + 2$$

Pokiaľ žiadna z čífer daného čísla nie je deviatka, môžem počítať takto:

Z každej tisícky dáme bokom 1 ks, lebo 999 je deliteľné deviatimi. Máme 5 000 ks, bokom dáme 5 ks

Z každej stovky dáme bokom 1 ks, lebo 99 je deliteľné deviatimi. Máme 700 ks, bokom dáme 7 ks

Z každej desiatky dáme bokom 1 ks, lebo 9 je deliteľné deviatimi. Máme 40 ks, bokom dáme 4 ks

Z jednotiek dáme bokom všetky 2 ks

Odložili sme $5 + 7 + 4 + 2 = 18$ je deliteľný deviatimi.

Ciferný súčet čísla 5 742 je deliteľný deviatimi.

Dané číslo je deliteľné deviatimi.

Odpoveď: Venčeky je možné zabaliť všetky.



Ked' má číslo ciferný súčet deliteľný deviatimi, je aj toto číslo deliteľné deviatimi.
Ked' nemá číslo ciferný súčet deliteľný deviatimi, nie je ani toto číslo deliteľné deviatimi.



PROBLÉM 4

Niektorá z cifier daného čísla bude deviatka. Môžeme ju v cifernom súčte vynechať? Zmení sa výsledok? Uved'te príklad a vysvetlite.



RIEŠENIE

Nezmení. Môžeme ju v cifernom súčte vynechať. Zjednodušíme si riešenie. Napríklad

21 933		
ciferný súčet	$2 + 1 + 9 + 3 + 3 = 18$	18 je deliteľné číslom 9, aj 21 933 je deliteľné 9.

21 933		
	$2 + 1 + 3 + 3 = 9$	9 je deliteľné číslom 9, aj 21 933 je deliteľné 9.

Alebo:	89 091	
	$8 + 9 + 9 + 1 = 27$	27 je deliteľné číslom 9, aj 89 091 je deliteľné 9.

89 091		
	$8 + 1 = 9$	9 je deliteľné číslom 9, aj 89 091 je deliteľné 9.



ÚLOHA 7

Ciferný súčet čísla 2 359 je 19. Presvedčte sa o tom, že číslo 2 359 nie je deliteľné deviatimi.



ÚLOHA 8

Zmeňte cifru na mieste jednotiek v čísle 2 359 tak, aby dané číslo bolo deliteľné deviatimi.



ÚLOHA 9

Ak je číslo deliteľné deviatimi, je deliteľné aj tromi? Platí toto tvrdenie aj obrátene?

Charakteristické znaky prirodzených čísel deliteľných 2, 3, 4, 5, 9, 10

Deliteľnosť číslom	2	Číslo zakončené niektorou z číslic 0, 2, 4, 6, 8
	3	Ciferný súčet je deliteľný tromi
	4	Posledné dvojčíslicie je deliteľné štyrmi
	5	Číslo zakončené niektorou z číslic 0, 5
	9	Ciferný súčet je deliteľný deviatimi
	10	Číslo zakončené číslicou 0



CVIČENIA

1. Ktorými z čísel 2, 3, 4, 5, 9, 10 je deliteľné číslo:
a) 4 950 c) 2 007 e) 7 584
b) 3 504 d) 5 050 f) 3 960
- 2. Doplníte chýbajúce číslice do rámečkov tak, aby dané čísla boli deliteľné:
a) deviatimi 4 71□, 5□5
b) len tromi, nie deviatimi 1□19, 1 7□7
- 3. Ako zistíte, že dané číslo je deliteľné číslom 100?
- 4. O päťcifernom čísle, ktorého posledné dve číslice boli v počítači omylom vymazané, vieme, že bolo deliteľné deviatimi a súčasne desiatimi. Ktoré číslo to bolo, keď z čísla zostalo: 54 2**?
- 5. V zápise 5 86* nahraďte hviezdičku takou číslicou, aby dané číslo bolo deliteľné:
a) dvoma,
b) tromi,
c) dvoma a tromi súčasne.
- 6. V zápise 2 3*6 nahraďte hviezdičku takou číslicou, aby dané číslo bolo deliteľné:
a) tromi,
b) štyrmi,
c) tromi a štyrmi súčasne.
- 7. Peter tvrdí, že si všimol niečo zaujímavé. Keď je číslo deliteľné dvoma a tromi súčasne, je deliteľné aj šiestimi. Platí tiež, že keď je číslo deliteľné šiestimi, je deliteľné dvoma i tromi. Presvedčte sa o tom aj vy!
- 8. Janka mala určiť, či je číslo 11 916 deliteľné dvanástimi. Bez delenia odpovedala kladne. Tvrdila, že si všimla ciferný súčet, ktorý je deliteľný tromi a posledné dvojčísle deliteľné štyrmi. Bolo jej tvrdenie správne?
- 9. V číslach 203 a 1 507 zameňte poradie číslic tak, aby dané čísla boli deliteľné:
a) dvoma,
b) piatimi,
c) deviatimi.
- Vypíšte všetky možnosti.

- 10. K číslam a) 27 490, b) 91 001, c) 382 105 nájdite najbližšie väčšie čísla deliteľné číslom 9.
- 11. Utvorte z číslic 2, 3 a 7 všetky trojciferné čísla, ktoré sú:
 a) deliteľné tromi.
 b) Môže byť medzi nimi číslo deliteľné deviatimi?
 c) Môže byť medzi nimi číslo deliteľné štyrmi?
- 12. Katka delila ôsmimi čísla 1 328, 2 012, 30 000, 57 248 takto:
 Pri každom zistovala, či je posledné trojčíslenie daného čísla deliteľné ôsmimi. Zistila, že trojčíslenie 328 je deliteľné ôsmimi, potom aj celé číslo 1 328 je deliteľné ôsmimi. Presvedčte sa, či to platí pre všetky dané čísla.
 Ukážte, že číslo 12 078 nie je deliteľné ôsmimi.
- 13. Nájdite všetky navzájom rôzne číslice A, B tak, aby vzniknuté
 a) trojciferné číslo ABA ,
 b) štvorciferné číslo $ABBA$,
 bolo deliteľné tromi a piatimi súčasne.



4.3 Prvočísla a zložené čísla



PRÍKLAD 1

V 1. stĺpci tabuľky sa nachádzajú čísla od 1 do 15. Do druhého stĺpca vypíšte všetky delitele každého čísla.



RIEŠENIE

Peter doplnil tabuľku:

Čo zaujímavé ste si všimli?



Každé číslo, okrem 1, má najmenej dva delitele, číslo 1 a samo seba.

Niektoré čísla majú viac ako dva delitele.

1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	1, 11
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	1, 13
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15



Čísla, ktoré majú iba dva delitele, a to 1 a samo seba, nazývame **prvočísla**.

Čísla, ktoré majú viac ako dva delitele, nazývame **zložené čísla**.

Číslo 1 nie je prvočíslo ani zložené číslo.

Má iba jediného deliteľa – samo seba.



ÚLOHA 1

Nájdite jedinú párnu prvočíslo. Prečo žiadne ďalšie párne čísla nemôžu byť prvočíslami?



ÚLOHA 2

Nájdite všetky prvočísla od 1 do 100.
(Nájdete ich aj v tejto učebnici na strane 143.)



PRÍKLAD 2

Zistite, či sú čísla 12, 17, 21, 67 zložené čísla alebo prvočísla.



RIEŠENIE

Pri zložených číslach urobíme rozklad na súčin ľubovoľných dvoch činiteľov, pričom oba sú rôzne od čísla 1 a seba samého.

$$12 = 1 \cdot 12, 12 = 6 \cdot 2, 12 = 4 \cdot 3 \quad \text{zložené číslo}$$

$$17 = 1 \cdot 17$$

prvočíslo, pretože nemá žiadne iné činitele okrem čísla 1 a 17.

$$21 = 1 \cdot 21, 21 = 3 \cdot 7$$

zložené číslo

$$67 = 1 \cdot 67$$

prvočíslo, lebo má iba 2 činitele 1 a 67.



PROBLÉM 1

Vieme rozložiť číslo 60 na súčin menších čísel?



RIEŠENIE

Číslo 60 je zložené číslo. Dá sa rozložiť na súčin dvoch činiteľov:

$$60 = 6 \cdot 10$$

6 a 10 sú päť zložené čísla. Dajú sa tiež rozložiť:

$$6 = 2 \cdot 3 \quad \text{a} \quad 10 = 2 \cdot 5$$

2, 3, 5 sú prvočísla.

Číslo 60 sa dá napísať v tvare súčinu prvočísel:

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Keďže všetky čísla v súčine sú prvočísla, hovoríme, že dané číslo sme rozložili na

súčin prvočiniteľov

Rozklad na súčin prvočiniteľov môžeme robiť aj takto:

$$60 = 6 \cdot 10$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \end{array}$$

$$60 = 2 \cdot 30$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 2 \cdot 2 \cdot 15 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

alebo:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \text{– prvočísla}$$

$$\begin{array}{c} 60 = 5 \cdot 12 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$



Pri rozkladaní na súčin prvočiniteľov sa výsledný rozklad nezmení, ak začneme s ktorýmkoľvek súčinom dvoch čísel.

Ak rozkladáme veľké číslo, začíname s jedným čo najmenším činiteľom, alebo s činiteľom, ktorého vieme určiť s využitím znakov deliteľnosti.

Napríklad: a) $192 = 2 \cdot 96 = 2 \cdot 2 \cdot 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 24 =$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 =$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

b) $270 = 10 \cdot 27 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$



CVIČENIA

1. Ukážte, že čísla 32, 48, 62, 91 sú zložené čísla.
- 2. Skúmajte, ktoré z daných čísel sú prvočísla a ktoré sú zložené čísla:
29, 45, 57, 89, 93, 119.
- 3. Rozložte čísla 198 a 518 na súčin prvočiniteľov.
- 4. Napíšte všetky prvočísla, ktoré sú deliteľmi čísel 49, 60, 98 a 125.

- 5. Koľko deliteľov má každé z čísel 30, 55, 79, 100?
- 6. V turistickej ubytovni sú zaujímavo očíslované izby. Na 1. poschodí sú označené všetkými nepárnymi číslami od 1 do 19. Na 2. poschodí všetkými párnymi číslami od 2 do 24. Na ktorom poschodí je viac izieb označených prvočíslami?
- 7. Číslo 13 je prvočíslo. Zámenou jeho číslic dostaneme číslo 31, ktoré je tiež prvočíslom. Nájdite všetky dvojciferné čísla s touto vlastnosťou.
- 8. Číslo 6 sa vyznačuje jednou zaujímavosťou: rovná sa súčtu vlastných deliteľov $6 = 1 + 2 + 3$. Preto ho nazývame *dokonalé číslo*. Nájdite ešte jedno číslo, ktoré je menšie ako 30 a je to dokonalé číslo.
- 9. Prvočísla, ktoré môžeme vyjadriť v tvare $p; p + 2$ voláme *prvočíselné dvojčatá*. Sú to napr. 3 a 5; 5 a 7...
Vyhľadajte ďalšie tri prvočíselné dvojčatá.
- 10. 220 a 284 sú zložené čísla. Vypíšte všetky delitele jedného i druhého a urobte súčty týchto deliteľov, s výnimkou samotných čísel. Čo ste spozorovali?

- 11. Vyplňte krížovku, vylúštite tajničku.

1.									
2.									
3.									
4.									
5.									
6.									
7.									
8.									
9.									

1. znak sčítania
 2. $\frac{1}{3}$
 3. $3 \cdot x + 2 = 8$
 4. výsledok odčítania
 5. výsledok sčítania
 6. rozdeľujeme
 na rovnaké časti
 7. prirodzené číslo
 8. číslo, ktorým delíme
 9. číslo vynásobené iným číslom je jeho ...

4.4 Najmenší spoločný násobok



PRÍKLAD 1

Napište prvých dvanásť násobkov čísel 4 a 6. Čo ste spozorovali?



RIEŠENIE

Násobky čísla 4 sú 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

Násobky čísla 6 sú 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72 ...

Braňo hovorí: Čísla 12, 24, 48 ... sa objavujú medzi násobkami štvorky i šestky. Mohli by sme nájsť veľa násobkov, ktoré sú spoločné.

Braňo má dobrý postreh.

Sú to spoločné násobky.

Zo spoločných násobkov je jeden najmenší. Nazývame ho

najmenší spoločný násobok.

Označujeme ho:

$$n(4, 6) = 12$$

Hľadáme ho tak, že tvoríme násobky jedného z oboch čísel a sledujeme, ktorý je deliteľný druhým číslom.



PRÍKLAD 2

Určte najmenší spoločný násobok čísel

a) 8 a 12

b) 9 a 27

c) 3 a 5



RIEŠENIE

a) Veronika počíta:

Násobky 8: 8, 16, 24, 32, 40 ...

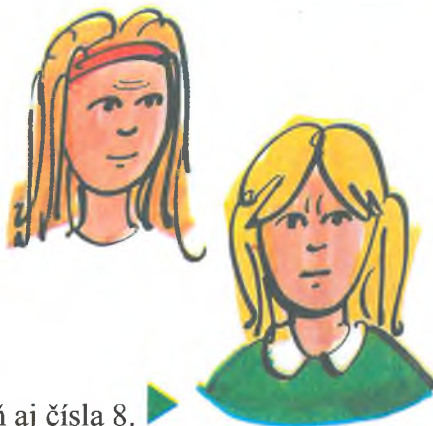
Násobky 12: 12, 24 ...

Odpoveď: $n(8, 12) = 24$

Janka si zvolila iný spôsob výpočtu:

Násobky čísla	12	12	24
Násobky čísla	8	nie	áno

Číslo 24 je násobkom čísla 12 a zároveň aj čísla 8. ▶



Peter rieši úlohu rozkladom čísel na prvočinitele:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$n(8, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$$

alebo

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$n(8, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$$



b) $n(9, 27) = ?$

Rado sa zamyslel: 27 je násobkom čísla 9. Číslo 27 je teda najmenší spoločný násobok čísel 9 a 27.

Odpoveď: $n(9, 27) = 27$.

c) $n(3, 5) = ?$

Gabika rieši: Čísla 3 a 5 nemajú žiadneho spoločného deliteľa okrem čísla 1. Obe sú prvočísla. Ich najmenší spoločný násobok je súčin čísel 3 a 5.

Odpoveď: $n(3, 5) = 15$.



PROBLÉM 1

Vieme nájsť spoločný násobok troch i viac čísel? Nájdime:

a) $n(2, 3, 5)$

b) $n(3, 6, 7)$

c) $n(2, 4, 5, 6)$



RIEŠENIE

a) Tvorme napríklad násobky čísla 5 a sledujme, ktorý prvý násobok bude deliteľný číslom 3 a 2.

5, 10, 15, 20, 25, 30 – je deliteľné dvoma i tromi, teda

$$n(2, 3, 5) = 30.$$

Alebo: 2, 3, 5 sú prvočísla, nemajú žiadneho spoločného deliteľa, okrem čísla 1. Najmenší spoločný násobok čísel 2, 3, 5 bude ich súčin $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, teda

$$n(2, 3, 5) = 30.$$

b) $n(3, 6, 7) = ?$

Číslo 6 je násobkom čísla 3. Budeme si všimáť iba čísla 6 a 7.

Najmenším spoločným násobkom bude súčin čísel $6 \cdot 7 = 42$, teda

$$n(3, 6, 7) = 42$$

c) Peter hovorí: $n(2, 4, 5, 6) = 60$. Presvedčte sa o tom!



CVIČENIA

1. Vymenujte tri ľubovoľné spoločné násobky čísel:
a) 2 a 7 c) 3 a 12 e) 6 a 15
b) 2 a 9 d) 8 a 16 f) 10 a 25
- 2. Určte spamäti aspoň jeden spoločný násobok čísel:
a) 2, 3, 4 b) 7, 8, 10 c) 5, 10, 15
- 3. Nájdite najmenší spoločný násobok čísel:
a) 7, 8 c) 11, 5 e) 9, 20
b) 9, 12 d) 13, 26 f) 12, 30
- 4. V elektrickom mixéri bol ozubený prevod. Hnacie koleso malo 24 zubov, hnané koleso malo 36 zubov. Kedy sa znovu stretli tie isté zuby oboch kolies?
- 5. V stavebnici sú tyčky rovnakej dĺžky. Danka z nich vytvára vždy iba zhodné rovnostranné geometrické útvary: trojuholníky, štvorce, šesťuholníky a osemuholníky. Koľko tyčiek sa nachádza v stavebnici, keď vieme, že ich nie je viac ako 30 a Danke nikdy nič nevystane.
- 6. Športovci na štadióne mohli nastúpiť do dvojstupov, trojstupov, štvorstupov, päťstupov, šesťstupov alebo osemstupov. Bolo ich viac ako 100, ale menej ako dvesto. Koľko ich bolo?
- 7. Našou úlohou je uložiť obrázky tvaru obdĺžnika s rozmermi 105 mm a 42 mm tak, aby sme zakryli najmenší štvorec. Aký bude jeho rozmer a koľko obrázkov potrebujeme?
- 8. Určte najmenšie číslo, ktoré pri delení tromi i siedmimi dáva zvyšok 2 a pri delení piatimi dáva zvyšok 3.

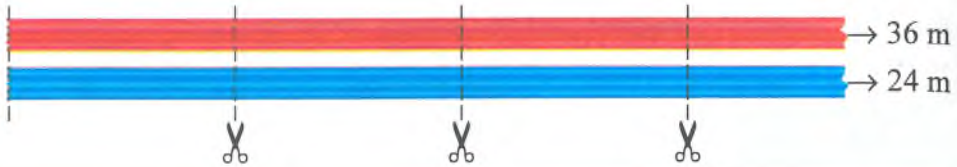


4.5 Najväčší spoločný deliteľ



PRÍKLAD 1

Máme dve stuchy rôznej dĺžky. Jedna meria 24 m, druhá 36 m. Máme ich nastrihať na rovnaké kusy tak, aby nevznikol žiadny odpad a aby dĺžky v metroch boli celočíselné. Aký máte návrh?



RIEŠENIE

Peťo navrhuje. Ak nesmie byť odpad, musia byť číselné hodnoty dĺžok stúh spoločnými deliteľmi čísel 24 a 36.

Všetky delitele čísla 24 sú: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Všetky delitele čísla 36 sú: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Čísla 1, 2, 3, 4, 6 a 12

sú spoločnými deliteľmi

čísel 24 a 36,

lebo sa objavujú pri oboch číslach.

Stuchy teda môžeme strihať po: 1 m, 2 m, 3 m, 4 m, 6 m a 12 m.

Všimnite si, že zo spoločných deliteľov je jeden najväčší. Nazývame ho

najväčší spoločný deliteľ

Zapisujeme:

$$D(24, 36) = 12$$



PROBLÉM 1

Ako nájdeme najväčšieho spoločného deliteľa čísel 15 a 21?



RIEŠENIE

Každé dve čísla majú určite jedného spoločného deliteľa, a to číslo 1, lebo číslo 1 je deliteľom každého čísla.

Delitele čísla 15 sú: 1, 3, 5, 15. Delitele čísla 21 sú: 1, 3, 7, 21.

Čísla 15 a 21 majú najväčšieho spoločného deliteľa číslo 3.

Píšeme $D(15, 21) = 3$

ZAPAMÄTAJTE SI



Čísla, ktoré majú okrem čísla 1 aspoň jedného ďalšieho spoločného deliteľa, sa nazývajú **súdeliteľné**.



ÚLOHA 1

Čísla 12 a 18 sú súdeliteľné.
Čísla 100 a 230 sú súdeliteľné.
Čísla 27 a 54 sú súdeliteľné.
Odôvodnite!



Čísla, ktoré nemajú okrem čísla 1 žiadneho spoločného deliteľa, sa nazývajú **nesúdeliteľné**.



ÚLOHA 2

Čísla 9 a 10 sú nesúdeliteľné.
Čísla 39 a 100 sú nesúdeliteľné.
Čísla 50 a 99 sú nesúdeliteľné.
Odôvodnite!



Najväčší spoločný deliteľ nesúdeliteľných čísel je číslo 1.

Miško uvádza hneď príklad:

Čísla 7 a 15 sú nesúdeliteľné. $D(7, 15) = 1$, lebo:
delitele 7: 1, 7
delitele 15: 1, 3, 5, 15



PRÍKLAD 2

Nájdite najväčšieho spoločného deliteľa čísel 54 a 72.



RIEŠENIE

Zuzka rieši:

	54	72
1	54	72
2	27	36
3	18	24
4	9	18
6		12
8		9

Delitele 54:

1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54.

Delitele 72:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

Spoločné delitele sú: 1, 2, 3, 6, 9, 18

$$D(54, 72) = 18$$

Ivan rieši príklad iným spôsobom: $54 = 6 \cdot 9$ $72 = 8 \cdot 9$
 $\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ 3 \cdot 2 \quad 3 \cdot 3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad 3 \cdot 3 \end{array}$
 $54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $D(54, 72) = 18$.
 Spoločné prvočísla $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$



Dano rieši úlohu podobne ako Ivan.
 Spamäti rozkladá dané čísla na prvočí-
 nitel a rovnaké spoločné prvočinitele
 určujú najväčšieho spoločného deliteľa
 oboch čísel.

$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
 $D(54, 72) = 18$



CVIČENIA

- Povedzte aspoň jedného spoločného deliteľa väčšieho ako 1 pri každej dvojici čísel: a) 10, 14 c) 22, 77 e) 9, 63
 b) 15, 30 d) 8, 40 f) 30, 80
- Určte spamäti najväčšieho spoločného deliteľa čísel:
 a) 2, 8 d) 4, 16 g) 5, 25
 b) 1,5 e) 8, 10 h) 13, 12
 c) 3,7 f) 9, 12 i) 17, 34
- Rozložte na súčin prvočísel a nájdite najväčšieho spoločného deliteľa čísel:
 a) 28, 32 c) 29, 87 e) 250, 300
 b) 16, 75 d) 60, 72 f) 321, 642
- Obdĺžnik s rozmermi 36 cm a 60 cm je potrebné obložiť čo najmenším počtom zhodných mozaikových štvorcov. Aká bude dĺžka strany jedného štvorca? Koľko štvorcov potrebujeme?
- Sponzor daroval žiakom 6. A triedy 54 plniacich pier, 81 poznámkových blokov a 135 ceruziek. Žiaci si dar rozdelili tak, že každý dostal rovnaký počet pier, blokov i ceruziek. Koľko žiakov bolo v 6. A triede, keď vieme, že ich bolo viac ako 25?
- Na škole s rozšíreným vyučovaním športovej prípravy je 120 atlétov, 48 volejbalistov a 72 hádzanárov. Je možné rozdeliť športovcov na skupiny tak, aby počet v každej skupine bol rovnaký a vyjadrený najväčším možným číslom?

- 7. Najväčší spoločný deliteľ čísel a , b je 8. Najmenší spoločný násobok čísel a , b je 120. Pritom ani a , ani b nie sú deliteľom jeden druhého. Ktoré sú to čísla?



VYSKÚŠAJTE SA!

1. Zistite, či je dané číslo násobkom čísel uvedených v zátvorke:

- a) 12 (2, 3, 5, 6, 9) c) 423 (2, 3, 5, 9)
b) 100 (2, 3, 4, 5, 10, 20, 25) d) 504 (2, 3, 4, 6, 9, 12)

- 2. Určte spamäti všetky delitele čísel 13, 20, 22, 25, 30, 72, 100.
- 3. V kine sú rady po 15 sedadiel. Koľko miest je v kine na sedenie, ak vieme, že ich je viac ako 390, ale menej ako 410?
- 4. Určte najväčšie dvojčiferné číslo, ktoré je deliteľné tromi, ale nie je deliteľné deviatimi.
- 5. Určte najväčšie dvojčiferné číslo, ktoré je deliteľné deviatimi, ale nie je deliteľné tromi.
- 6. Napíšte najväčšie dvojčiferné číslo, ktoré je deliteľné 2, 3 a 5 súčasne.
- 7. Určte najmenšie trojčiferné číslo deliteľné 2, 4, 5 a 10.
- 8. Zistite, ktoré z čísel 21, 28, 29, 41, 77, 93, 217 sú prvočísla a ktoré sú zložené čísla.
- 9. Janka čítala knihu tak, že denne prečítala 20 strán. Ivan, ktorý denne prečítal 28 strán ju prečítal o dva dni skôr ako Janka. Koľko strán má kniha?
- 10. Najviac koľko kytíc môžeme zviazať, keď máme k dispozícii 84 červených gerber a 60 žltých, s podmienkou, že každá kytica má mať istý počet červených i žltých gerber?
- 11. Majme číslo 111. Vypočítajme jeho trinásťnásobok. Urobte sedemnásobok výsledku a jedenásťnásobok ďalšieho výsledku. Dostaneme zaujímavé číslo. Ktoré je to číslo?

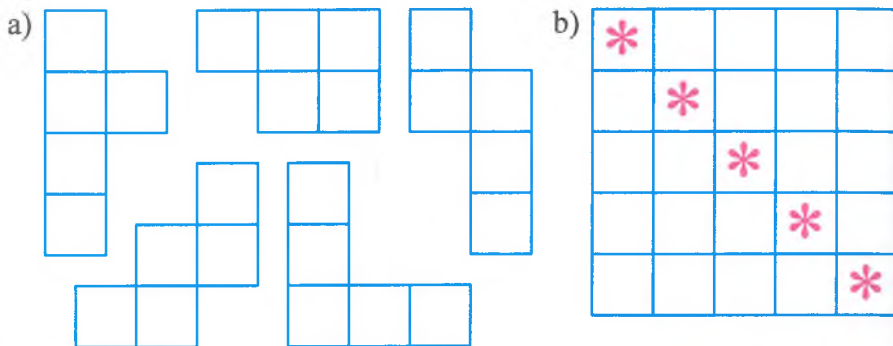


ROZUM DO HRSTI

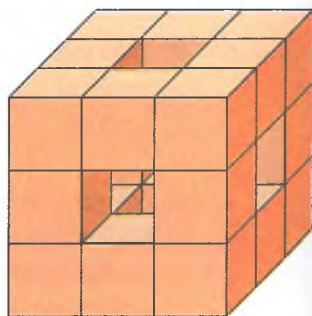
Opäť na konci učebnice uvádzame 13 úloh, ktoré sú náročnejšie ako úlohy uvedené v cvičeniach. Skúste ich riešiť. Určite sa vám podaria niektoré rozriešiť, čo vám iste spôsobí radosť. Nepremárnite príležitosť potešiť sa zo svojich úspechov.



-
1. Na obrázku a) vidíte päť útvarov. Pokryte nimi štvorec 5×5 tak, aby každý útvar pokryl jedinú hviezdičku v b).

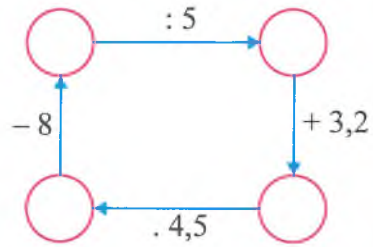


-
2. Samko mal 100 kusov samolepiek tvaru štvorca so stranou 3 cm. Koľko samolepiek mu zostalo, ak nimi oblepil (aj zvnútra) steny telesa „deravej kocky“ znázornenej na obrázku? Teleso je postavené z 20-tich zhodných kociek s hranou 3 cm.



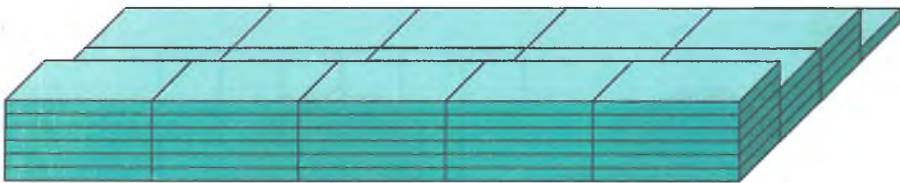
-
3. Karol má telefónne číslo $ABCD$. Marián má telefónne číslo $MNOPQ$. Tieto čísla sú zaujímavé tým, že spolu obsahujú všetky číslice od 1 až po 9, každú číslicu len raz. Pritom súčin týchto dvoch čísel je najväčší možný. Zistite, aké telefónne čísla majú Karol a Marián.

4. Do krúžkov na obrázku vpište také čísla, aby zodpovedali uvedeným početným výkonom.



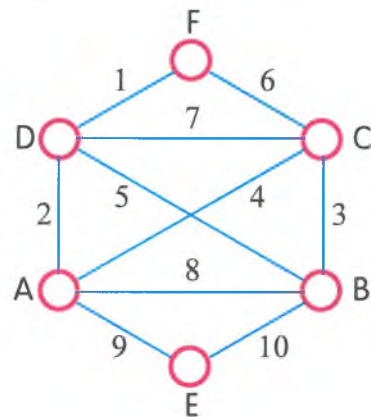
5. V sade je 90 stromčekových ríbezlí vysadených do štvorca $7,2 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$. Sú vysadené v spone 90×80 . To znamená, že vzdialenosť medzi radmi je 90 cm a v rade sú stromčeky od seba vzdialené 80 cm . Kvôli presvetleniu sa záhradníci rozhodli, že stromčeky majú byť v spone 120×120 . Rozloha ríbezl'ového záhona sa nezmenila ($7,2 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$). Koľko pôvodných stromčekov môžu ponechať na mieste? Koľko stromčekov treba presadiť?

6. V baliarni výrobného závodu na výrobu dlaždíc ukladajú vyrobené dlaždice s rozmermi $15 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$ na drevené palety do tvaru kocky. Všetky dlaždice sú uložené podobne ako na obrázku.
- Aké sú najmenšie možné rozmery kocky na paletе?
 - Koľko je v tej kocke dlaždíc?



7. Nad cirkusovou arénou predvádza svoje umenie povrazolezec. Laná sú napnuté na 6 stĺpoch A, B, C, D, E, F tak, ako to vidíte na obrázku:

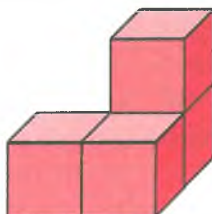
- Mohol by povrazolezec prejsť po lanách tak, že každým lanom prejde práve raz a vráti sa na miesto, odkiaľ vyšiel? Ak áno, zapíšte jeho cestu.



- Pred jedným predstavením sa lano č. 7 roztrhlo. Mohol by potom povrazolezec splniť takú úlohu ako v bode a)?
- Odôvodnite svoje riešenie úlohy b).

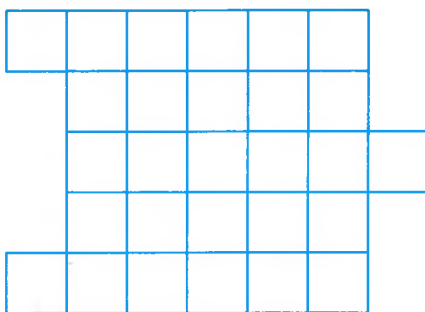
..... 8. Bača rozdelil stádo 200 oviec na štyri čriedy. Keby bolo v prvej čriede o štyri ovce viac, v druhej o štyri menej, v tretej len štvrtina ich počtu a v štvrtej čriede ich štvornásobok, bol by v každej čriede rovnaký počet oviec. Koľko oviec je v každej čriede?

..... 9. Zostrojte z jedného kusa papiera sieť telesa z obrázka, ktoré je zložené zo štyroch zhodných kociek.



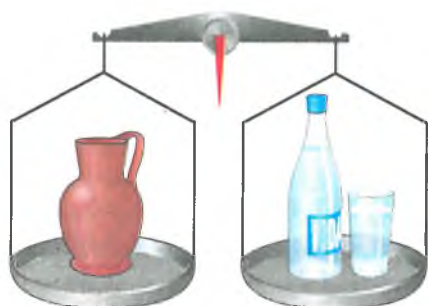
..... 10. Z krajčírskoho metra nám zostal kus dĺžky pol metra. Boli na ňom čísla od 1 do 50. Kde treba tento kus rozstrihnúť na dve časti, aby súčin na jednotlivých častiach končil rovnakým počtom núl? Nájdite všetky riešenia.

..... 11. Rozdeľte daný obrazec na 7 zhodných častí. Deliť je povolené len pozdĺž strán jednotlivých štvorcikov.

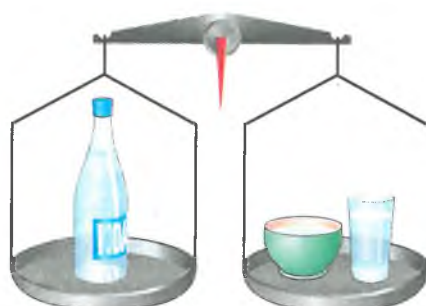


..... 12. Koľko strán môže mať mnohoúhelník, ktorý je prienikom trojuholníka a konvexného štvoruholníka? Určte všetky možnosti a jednotlivé prípady načrtnite.

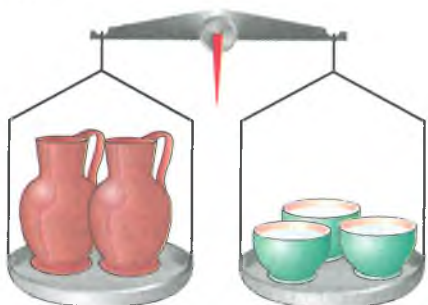
..... 13. Podľa toho, čo nám o hmotnostiach krčaha, fľaše, pohára a misky prezrádzajú váhy o rovnováhe na obrázkoch a, b, c, rozhodnite, koľko pohárov treba priložiť k poháru na miske váhy na obrázku d, aby sa váhy dostali do rovnováhy?



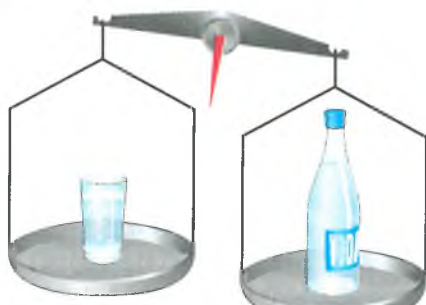
a)



c)



b)



d)



Najkrajší spôsob ako sa niečo naučiť je – objaviť to.

G. Polya

VÝSLEDKY CVIČENÍ

1 Opakovanie a prehĺbenie učiva matematiky z 5. ročníka

1.1 Prirodzené čísla

Úlohy: **2.a)** 56 436; **b)** 700 087; **c)** 803 450; **d)** 2 103 260; **3.** 12 345, 23 456, 34 567, 45 678, 56 789; **4.** 3 003, 3 113, 3 223, 3 333, 3 443; **6.a)** 19, 91, 64, 46, 37, 73; **b)** 190, 109, 901, 910, 640, 604, 406, 460, 370, 307, 703, 730.

Cvičenia: **1.a)** 79 610; **b)** 18 470; **c)** 73 659; **d)** 29 871; **2.a)** 12, 32; **b)** 123, 321, 213, 231; **3.a)** 15; **b)** 3; **c)** 22; **5.** 6 420, 7 531, 8 642, 9 753; **6.** 7 a 7, 6 a 8, 5 a 9; **7.a)** najväčší 18, najmenší 1; **b)** najväčší 54, najmenší 1.

1.2 Desatinné čísla

Úlohy: **1.b)** 0,7; 0,04; 0,261; 5,62; 36,1; **2.a)** 8,11; **b)** 90,5; **c)** 72,065; **d)** 12,005; **e)** 100,25; **f)** 0,124; **4.a)** 3,2; 5,64; 8,25; 0,03; 25,6; 10,24; **b)** 350; 482; 55,2; 2,8; 250,1; **c)** 12; 845; 68; 4,2; **5.** 0,01; 0,001; 50; 120; 5 000; 75; **6.a)** 0,293; 0,015; 2,063; 3,014; **b)** 2 635; 25; 3 007; 1 250; **7.a)** štvorciferné; **b)** šesťciferné; **c)** deväťciferné; **8.a)** 1 500 000; 140 000; 28 530 000; **b)** 2 800 000 000, 1 250 000 000, 32 600 000 000.

Cvičenia: **2.a)** 5,2; 365,5; 9,75; 11,9; **b)** 2 000 h = 20 Sk.

1.3 Porovnávanie a zaokrúhľovanie prirodzených a desatinných čísel

Úlohy: **4.a)** $0,58 < 5,8$; $74 < 174$; **b)** $91,01 > 90,11$; $62,8 < 628$; **c)** $5\,241 < 5\,422$; $54,12 = 54,12$; **5.a)** 21,57; 2,93; 0,20; **b)** 21,6; 2,9; 0,2; **c)** 22; 3; 0.

Cvičenia: **4.a)** najmenšie: 8,186; najväčšie 8,288; **b)** najmenšie: 0,005 0; najväčšie: 0,555; **6.a)** 8; 1; 52; 202; **b)** 8,45; 0,93; 52,38; 201,95; **c)** 8,5; 0,9; 52,4; 201,9; **7.a)** jedno riešenie: 2,896; **b)** viac riešení: napríklad $3,504 > 3,503$; $3,524 > 3,503$; $3,594 > 3,553$; **c)** $23,05 = 23,05$; **d)** $64,88 > 64,78$; $64,98 > 64,78$; **8.a)** 89 638 456; **b)** 14 638 456.

1.4 Sčítanie a odčítanie prirodzených a desatinných čísel

Úlohy: **2.a)** 65,86; **b)** 75,07; **c)** 148,68; **3.a)** 46,81; **b)** 33,926; **c)** 299,04; **d)** 21,6; **5.a)** 2,9; **b)** 59,98; **c)** 11,19; **d)** 35,28; **e)** 0,1; **f)** 17,013; **6.** nie; **a)** 56,1; **b)** 16,1; **c)** 56,1; **d)** 36,9; **7.a)** 2,2; **b)** 96,2; **c)** 386,5; **d)** 279,8.

Cvičenia: **2.a)** 196; **b)** 4; **c)** 5,65; **d)** 12; **3.a)** 808; 198; **b)** 265; 265; **c)** 24,55; 0,45; **d)** 3,5; 0,3; **e)** 0,024; 0,02; **f)** 30; 8,84; **4.a)** 336, 333; **b)** 163, 317; **7.a)** 0; **b)** 2; **8.** 152,30 Sk; **9.** o 279,10 korún menej; **10.** 679 m; **11.** 1 035 a 1 000 korún.

1.5 Násobenie a delenie prirodzených a desatinných čísel

Úlohy: **3.a)** 0,5; **b)** 9 250; **c)** 0,123; **d)** 68,2; **4.a)** 0,061; **b)** 0,04; **5.** **a)** 504; **b)** 158,52; **c)** 18,2; **d)** 55,488; **6.a)** 1 584; **b)** 2 222; **c)** 5 656; **d)** 20,9; **7.a)** 1,305 94; **b)** 19 291,8; **c)** 0,000 132 8; **d)** 1 525,643 2; **9.a)** 0,25; **b)** 2 243,01; **c)** 6; **d)** 640; **10.a)** 5 308; 53,08; **b)** 4 206; 420,6; **c)** 11; 11; **12.a)** 2,33 zv. 0,01;

b) 0,23 zv. 0,01; c) 2,16 zv. 0,04; d) 0,21 zv. 0,04; **13. a)** 6,6; 21,6; **b)** 16,5; 144,5.

Cvičenia: **2.a)** 184 525; **b)** 16 180 486; **c)** 81,536; **d)** 123,339 42; **3.a)** 2 197; 13; **b)** 0,013 31; 1,1; **c)** 0,274 4; 14; **7.a)** 3,8; **b)** 1,95; **c)** 3,8; **d)** 9,8; **8. 4,3; 9.a)** 13; **b)** 250; **10.** 167 400; **11.** 64; **13.** 13; **14.** v druhom, 340 Sk; **15.a)** 15; **b)** 3.

1.6 Obvod a obsah štvorca a obdĺžnika

1.a)

m	dm	cm	mm
3	30	300	3000
2	20	200	2000
0,756	7,56	75,6	756
1,35	13,5	135	1350
4,7	47	470	4700

b)

m ²	dm ²	cm ²	mm ²
5	500	50 000	5 000 000
2	200	20 000	2 000 000
0,2	20	2 000	200 000
2	200	20 000	2 000 000
0,5	50	5 000	500 000

2. 30 dlaždíc; **3.** 124,215 dm²; 109,2 dm; **4.** 3,375 m²; **5.** 5,6 m²; **6.** 8,3 m; **7.** 12,57 kg; **8.** 1,8 m; **9.** 450; **10.** 8; **11.** 15 087 Sk; **12.** približne 0,096 kg; **13.** 725 m²; **14.** približne 469 m²; **15.** 25 cm²; 125 m².

1.7 Uhol, veľkosť uhla v stupňoch a minútach.

Porovnávanie uhlov, súčet a rozdiel uhlov

Úlohy: **2.** áno; **3.** vrcholové, susedné, vrcholové, susedné.

Cvičenia: **1.a)** 405'; **b)** 135'; **c)** 322'; **2.a)** 2°16'; **b)** 6°1'; **c)** 7°7'; **d)** 1°3'; **3.a)** 79°35'; 33°5'; **b)** 72°; 23°; **c)** 125°15'; 54°45'; **d)** 119°40'; 37°50'; **4.a)** ostrému; **b)** tupému; **c)** tupému; **5.a)** 28°10'; **b)** 45°; **c)** 24°50'; **d)** 68°13'; **6.** $\alpha = 31^\circ 30'$; $\beta = 148^\circ 30'$; $\gamma = 148^\circ 30'$; **8.a)** $\beta > \alpha$; **b)** $\beta > \alpha$; **c)** $\beta > \alpha$; **d)** $\beta > \alpha$.

Vyskúšajte sa!

1. 75, 67, 65, 57; **2.a)** 8 710; **b)** 535,121; **c)** 5 210,915; **d)** 6,470 12; **3.** 7 290; 90; **b)** 1 664,1; 0,9; **c)** 72,9; 90; **d)** 16,641; 90; **4.a)** 0,66; **b)** 1,15; **c)** 0,7; **d)** 21; **5.** 7,5; **6.a)** B; **b)** v plastovom asi o 3 Sk; **7.** 380; **8.** 10 800'; **10.** $a = 4$; **11.** $a = 7$ cm, $b = 5$ cm.

2 Celé čísla, operácie s celými číslami

2.1 Kladné a záporné čísla

Cvičenia: **6.** prirodzené čísla.

2.2 Čísla navzájom opačné

Cvičenia: **3.a)** -2 a 2; -10 a 10; -8 a 8; **b)** 1,6 a -1,6; 0,8 a -0,8; 0,4 a -0,4.

2.3 Absolútna hodnota celého a desatinného čísla

Cvičenia: **3.** $|-6| = 6$; $|18| = 18$; $|-12,5| = 12,5$; $|47,8| = 47,8$; $|-7,11| = 7,11$; $|9,36| = 9,36$; $|3,66| = 3,66$; $|-54| = 54$; $|8,45| = 8,45$.

2.4 Usporiadanie celých a desatinných čísel

Úlohy: **5.a)** $9 < 9,5 < 10$; $-10 < -9,5 < -9$; $24 < 24,8 < 25$; $-25 < -24,8 < -24$; $-216 < -215,6 < -215$; $215 < 215,6 < 216$.

Cvičenia: **1.a)** $-20, -14, -10, -5, -4, -3, 0, 2, 5, 8$; **b)** $-5,4; -4,3; -1,8; -1,2; 2,8; 5,4; 6,5$; **c)** $-12,5; -8,4; -5,5; -1; 1,1; 9,4; 10$; **5.b)** $-6 < 0$; **e)** $-18 > -20$; **f)** $10,5 > -10,5$; **i)** $-3,4 > 4,3$; **6.a)** $-5,6; -5,9; -6; -6,1$; **b)** $-5,6; -5; -5,4$; **7.a)** $0 < 1 < 2$; $-2 < -1 < 0$; **b)** $32 < 32,6 < 33$; $-33 < -32,6 < -32$; **c)** $-112 < -111,1 < -111$; $111 < 111,1 < 112$; **8.a)** $-2\text{ °C}, -1\text{ °C}, 0\text{ °C}, +1\text{ °C}, +2\text{ °C}$; **b)** $-6\text{ °C}, -5\text{ °C}, -4\text{ °C}, -3\text{ °C}, -2\text{ °C}$, na severe $-10\text{ °C}, -9\text{ °C}, -8\text{ °C}, -7\text{ °C}$; **9.** minimum 125 cm, maximum 235 cm.

2.5 Sčítanie a odčítanie celých a desatinných čísel

Úlohy: **1.a)** $7 + 6 = 13$; **b)** $5 + 11 = 16$; **c)** $12 + 13 = 25$; **d)** $-6 - 8 = -14$; **e)** $-8 - 11 = -19$; **f)** $-12 - 20 = -32$; **7.a)** $5 + 2 = 7$, $7 + 6 = 13$, $10 + 7 = 17$; **b)** $12 + 8 = 20$, $32 + 16 = 48$; $100 + 54 = 154$; **c)** $0,2 + 0,6 = 0,8$; $1,5 + 1,2 = 2,7$; $6,8 + 3,2 = 10$; **8.c)** $1,6 - 0,8 = 0,8$; $0,75 - 0,35 = 0,4$; $-1,05 - 10,5 = -11,55$; $-10,2 - 6,4 = -16,6$; **11.a)** $6, -6, -24$; **b)** $85, -85, -125, -125$; **c)** $0,3; -0,9; -0,3; -0,9$; **d)** $0,8; -2,2; -2,2; -0,8$; **13.a)** -9 , **b)** -13 , **c)** 5 ; **d)** $-29 < -13 < -9 < 5$.

Cvičenia: **1.a)** $+7\text{ °C}$; **b)** $+3\text{ °C}$; **c)** -11 °C ; **d)** -9 °C ; **2.a)** 265; 262,5; 260,9; 269; **b)** 254; 249,5; 254,4; 241; **c)** 291; **d)** 244,5; **3.a)** 20; **b)** 49; **c)** 9,7; **d)** 28,2; **e)** -20; **f)** -67; **g)** -6,7; **h)** -0,65; **4.a)** 9; -9; **b)** 24,9; -24,9; **c)** 78,82; -78,82; **d)** 93,01; -93,01; **e)** 303,23; -303,23; **5.a)** 12 906; **b)** 57 111; **c)** 14,28; **d)** 52,19; **e)** -2 280; **f)** -4 731; **g)** -264,1; **h)** -112,73; **6.a)** 20; **b)** 2; **c)** 0; **d)** (-14); **7.a)** $+7\text{ °C}$; **b)** 0 °C ; **c)** -1 °C ; **9.a)** 145, 572, 1 429, 1 578; **b)** 51,3; 59,1; 145,65; 969,41; **10.a)** 5, 5, 12, 33; **b)** -27, -604, -502, -1 550; **c)** 1; 1; -0,33; -8; **11.a)** 4; 0,4; **b)** 77; 7,7; **c)** 15; 0,15; **d)** 192; 1,92; **e)** 432; 0,432; **f)** 2 235; 2,235; **12.a)** 22,23; **b)** -1 227,67; **c)** 8,992; **d)** -5,922; **13.a)** -8, -27, -35, -75; **b)** -64, -36, -1 999, 4 471; **c)** -6,7; -3,6; -19,99; 4,471; **14.a)** -3, 3, 3, 29; **b)** -8,3; 9,7; 8,3; -9,7; **c)** 0,1; -0,4; -0,4; -0,1; **15.** -15 °C ; **16.a)** 4,54; **b)** -85,25; **c)** -121; **d)** -5,9; **e)** 18,62; **f)** 301,9; **17.** **b)** 33 °C ; **e)** Viedeň – Varšava, Madrid – Atény, Londýn – Bonn; **18.a)** -23; -2,3; **b)** -10; -1; **19.a)** -3; **b)** -27; **c)** -31; **d)** -47; **e)** -3; **f)** -1; **20.** 316; **22.** ak sú obidva kladné; **23.** ak sú obidva záporné; **24.** musí byť: **a)** menší ako 5; **b)** väčší ako 5, **c)** rovná sa 5.

2.6 Násobenie a delenie celých a desatinných čísel

Úlohy: **6.** **a)** 80; **b)** -120; **c)** 56; **d)** 6; **e)** -5,5; **f)** 0,8.

Cvičenia: **5.a)** -3; **b)** 4,5; **c)** -3,3; **d)** -8,4; **e)** -56; **f)** 10; **g)** 7,2; **h)** 6; **7.a)** -12,88; **b)** -2,467 2; **c)** -255; **d)** 22,94; **e)** -115,8; **f)** 36,48; **9.a)** 112; **b)** 1,875; **c)** 0,11; **d)** 635,04; **10.a)** 2,7; **b)** 24; **c)** -0,6; **d)** 0; **e)** 7; **f)** -2,88; **13.a)** -15,25; **b)** 28; **c)** -0,55; **d)** -0,03; **e)** 0,37; **f)** -0,68; **g)** -0,75; **h)** -15,25; **i)** 1,25; **15.a)** -12 °C ; **b)** $4,2\text{ °C}$; **17.a)** 60 °C ; **b)** $172,5\text{ °C}$; **c)** $1\ 063\text{ °C}$; **d)** 80, 25; **18.a)** -26, -6, 3, 4; **b)** 14, 54, 17, 2; **c)** 0, 10, 10, 40; **19.a)** 2; **b)** 8,4; **c)** -16; **d)** 2; **21.a)** -23,4; **b)** 0; **c)** -2,6.

Vyskúšajte sa!

1. ráno $-9\text{ }^{\circ}\text{C}$, večer $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$; **3.a)** $-0,9$; $0,9$; **b)** $0,9$; $-0,9$; **c)** $-12,21$; $-12,21$;
4. áno; **5.a)** $5,42$; $4,58$; **b)** $139,2$; $-169,2$; **c)** $-0,8$; $52,8$; **d)** $111,3$; $-319,3$;
e) $-128,5$; $28,1$; **6. a)** 45 ; $-4,5$; $-0,45$; **b)** -27 ; $2,7$; -270 .

3 Objem a povrch kvádra a kocky

3.1 3.1. Objem telesa

Úlohy: 1. nemusia byť, musia; 2. 15 naberačiek; 3. 10 polovic stavebnicovej kocky.

Cvičenia: 1. 52; 2. 32; 3. 16; 4. Objem každého je 4; 5. 21 lyžíc; **6.a)** prázdna množina; **b)** bod A ; **c)** úsečka AB ; **d)** obdĺžnik; **e)** štvorec $ABCD$; 7. 92 kociek; **8.a)** 114; **b)** 50; **c)** 58; **d)** 264.

3.2 Jednotky objemu a ich premena

Úlohy: 2. $1\text{ m}^3 = 1\ 000\text{ dm}^3$, $1\text{ m}^3 = 1\ 000\ 000\text{ cm}^3$, $1\text{ m}^3 = 1\ 000\ 000\ 000\text{ mm}^3$.

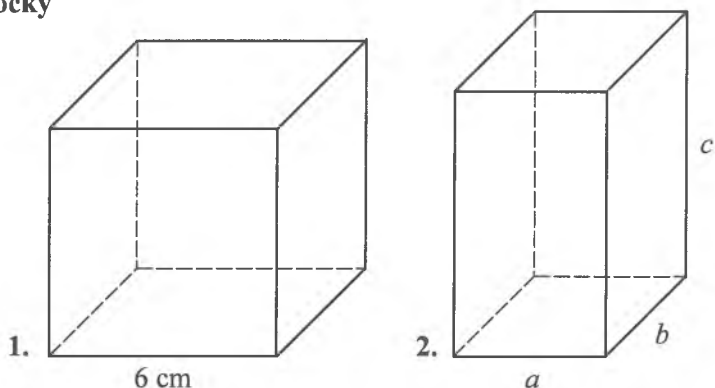
Cvičenia: **1.a)** $8\ 700\text{ dm}^3$; **b)** 700 dm^3 ; **c)** $52\ 000\text{ dm}^3$; **2.a)** $0,325\text{ dm}^3$; **b)** $1,532\text{ dm}^3$; **c)** $0,005\text{ dm}^3$; **3.a)** $0,128\text{ m}^3$; **b)** $0,003\ 657\text{ m}^3$; **c)** $1\ 459\ 000\ 000\text{ m}^3$; **d)** $1,5\text{ m}^3$; **4.a)** $6\ 300\text{ dm}^3$; **b)** $0,005\text{ dm}^3$; **c)** $0,007\text{ dm}^3$; **5.a)** 7 l; **b)** $0,017\text{ l}$; **c)** 180 l; **d)** $0,000\ 167\text{ l}$; **6.a)** 300 l, 75 l, 340 l, 25 000 l, 750 l; **b)** 3 hl, 0,75 hl, 3,4 hl, 250 hl, 7,5 hl;

7.

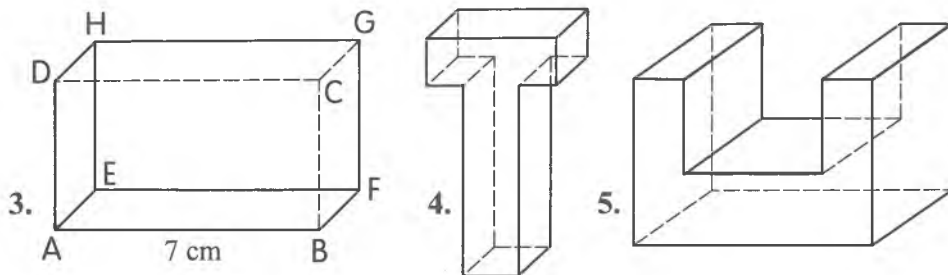
m^3	dm^3	cm^3	mm^3	l	hl
1,2	1 200	1 200 000	1 200 000 000	1 200	12
16	16 000	16 000 000	16 000 000 000	16 000	160
3,2	3 200	3 200 000	3 200 000 000	3 200	32
0,12	120	120 000	120 000 000	120	1,2
0,0056	5,6	5 600	5 600 000	5,6	0,056
24	24 000	24 000 000	24 000 000 000	24 000	240

3.3 Voľné rovnobežné premietanie.

Obraz kvádra a kocky
vo voľnom
rovnobežnom
premietaní



Cvičenia:



3.4 Objem kvádra a kocky

- 1.a) $2\ 100\text{ cm}^3$; b) $11,25\text{ m}^3$; c) $57,6\text{ dm}^3$; d) 288 dm^3 ; 2.a) 216 cm^3 ;
 b) $13,824\text{ m}^3$; c) $46,656\text{ dm}^3$; d) 512 m^3 ; e) $46,656\text{ dm}^3$; f) $157,464\text{ dm}^3$;
 3. približne $0,47\text{ m}^3$; 4. na 2 autách; 5. 1,14 tony; 6. $17,82\text{ kg}$; 7.a) $618,75\text{ g}$;
 b) 900 g ; c) $2\ 475\text{ g}$; d) $8\ 156,25\text{ g}$; 8. $1,84\text{ m}$; 9. približne $5,5\text{ m}^3$; 10. $0,864\text{ m}^3$;
 11. áno; 12.a) $6,93\text{ m}^3$; b) 36 cm ; 13. OBJEM.

3.5 Povrch kvádra a kocky

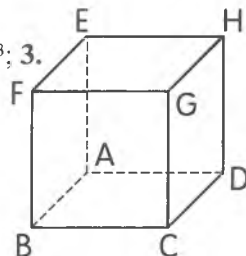
- 1.a) 148 cm^2 ; b) 198 m^2 ; c) $320,5\text{ cm}^2$; d) $66,25\text{ dm}^2$; 2.a) 24 m^2 ; b) $121,5\text{ dm}^2$;
 c) $7\ 350\text{ cm}^2$; d) $1\ 350\text{ mm}^2$; e) $73,5\text{ m}^2$; f) $8\ 893,5\text{ cm}^2$; 3. $120,05\text{ dm}^2$;
 4. $13\ 536\text{ Sk}$; 5. približne $2\ 449\text{ Sk}$; 6. približne $1,78\text{ m}^2$; 7. POVRCH.

3.6 Úlohy na použitie objemu a povrchu kvádra a kocky

1. $166,5\text{ cm}^2$; 2.a) približne 24 cm^2 ; b) približne 27 cm^2 ; 3. približne $0,5\text{ m}^3$;
 4. $0,8\text{ kg}$; 5. 32 cm ; 6. 9 m^3 , 90 Sk ; 7. $0,45\text{ m}$; 8. áno; 9. približne 21 cm .

Vyskúšajte sa!

1. 20; 2.a) $2\ 500\text{ dm}^3$; b) $0,002\ 7\text{ m}^3$; c) 500 dm^3 ; d) 55 cm^3 ; 3.
 4. 280 kusov; 5. nie, potreba je $1\ 440\text{ ks}$; 6. približne $17,1\text{ kg}$.



4 Deliteľnosť prirodzených čísel

4.1 Násobok a deliteľ

Úlohy: 1. 1; 47.

Cvičenia: 1.a) 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60; b) 13, 26, 39, 52, 65; 2. 319, 348, 377; 3. 1 m a 64 m, 2 m a 32 m, 4 m a 16 m; 4.a) správne; b) správne; c) správne; d) nesprávne – číslo 5 je deliteľom čísla 100; e) nesprávne – 111 nie je násobkom, ani deliteľom 11; f) správne; 5. 407; 6. 11; 7. 8; 8.a), b), e) áno; c), d), f) nie; 9. NÁSOBOK; 10. DELITEĽ.

4.2 Znamky deliteľnosti prirodzených čísel

Úlohy: **1.** 230, 798, 3 332 áno, 451 nie; **2.** 7 006, 7 008, 7 010, 7 012, 7 014, 7 016, 7 018; **3.** neexistuje; **4.** áno, ak $x = 0$; **5.** áno; **6.** 21 051, 21 054, 21 057, 327, 357, 387, 89 211, 89 511, 89 811; **7.** zvyšok je 1; **8.** 2 358, **9.** áno, neplatí.

Cvičenia: **1.a)** 2, 3, 5, 9, 10; **b)** 2, 3, 4; **c)** 3, 9; **d)** 2, 5, 10; **e)** 2, 3, 4; **f)** 2, 3, 4, 5, 9, 10; **2.a)** 4 716, 585; **b)** 1 119, 1 419, 1 707, 1 767, 1 797; **3.** na mieste jednotiek a desiatok má nuly; **4.** 54 270; **5.a)** 5 860, 5 862, 5 864, 5 866, 5 868; **b)** 5 862, 5 865, 5 868; **c)** 5 862, 5 868; **6.a)** 2 316, 2 346, 2 376; **b)** 2 316, 2 336, 2 356, 2 376, 2 396; **c)** 2 316, 2 376; **7.** Peter má pravdu; **8.** Jankino tvrdenie je správne; **9.a)** 320, 302, 230; 1 570, 5 170, 7 510, 1 750, 5 710, 7 150; **b)** 230, 320, 1 570, 1 750, 7 510, 7 150, 5 170, 5 710, 1 705, 1 075, 7 105, 7 015; **c)** –; **10.** 27 495, 91 008, 382 113; **11.a)** 237, 273, 732, 723, 372, 327; **b)** nemôže; **c)** môže – 732, 372; **12.** deliteľné ôsmimi: 30 000, 57 248, 2 072; **13.a)** 525, 585, **b)** 5 115, 5 445, 5 775.

4.3 Prvočísla a zložené čísla

Úlohy: **1.** 2, všetky sú deliteľné dvoma, **2.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Cvičenia: **2.** prvočísla: 29, 89; zložené čísla: 45, 57, 93, 119; **3.** $198 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$, $518 = 2 \cdot 7 \cdot 37$; **4.** 7; 2, 3, 5; 2, 7; 5; **5.** 8 deliteľov, 4 delitele, 2 delitele, 9 deliteľov; **6.** na prvom poschodí; **7.** 17, 71; 37, 73; 79, 97; 11; **8.** $28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$; **9.** 11 a 13, 17 a 19, 29 a 31; **10.** delitele 220: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 11, 22, 44, 55, 110 – ich súčet je 284, delitele 284: 1, 2, 4, 71, 142 – ich súčet je 220; **11.** PRVOČÍSLO.

4.4 Najmenší spoločný násobok

3.a) 56; **b)** 36; **c)** 55; **d)** 26; **e)** 180; **f)** 60; **4.** hnacie koleso sa otočilo 3-krát, hnané 2-krát; **5.** 24; **6.** 120; **7.** $a = 21$ mm, treba 10 obrázkov; **8.** 23.

4.5 Najväčší spoločný deliteľ

Úlohy: **1.** okrem čísla 1, majú aj ďalšieho spoločného deliteľa; **2.** iba číslo 1 je spoločný deliteľ.

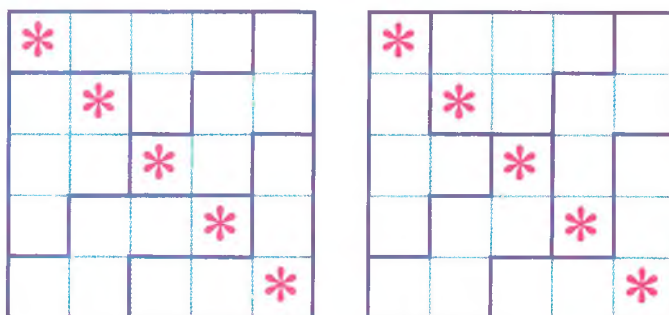
Cvičenia: **2.a)** 2; **b)** 1; **c)** 1; **d)** 4; **e)** 2; **f)** 3; **g)** 5; **h)** 1; **i)** 17; **3.** **a)** 4; **b)** 1; **c)** 29; **d)** 12; **e)** 50; **f)** 321; **4.** $a = 12$ cm, treba 15 štvorcov; **5.** 27 žiakov; **6.** 24; **7.** 24 a 40.

Vyskúšajte sa!

1.a) okrem čísel 5, 9; **b)** okrem čísla 3; **c)** okrem čísel 2, 5, **d)** \emptyset ; **3.** 405; **4.** 96; **5.** \emptyset ; **6.** 90; **7.** 100; **8.** prvočísla: 41, 29, 217; zložené čísla: 21, 28, 77, 93; **9.** 140; **10.** 12; **11.** 111 111.

ROZUM DO HRSTI (VÝSLEDKY)

1. Dve z možných riešení.



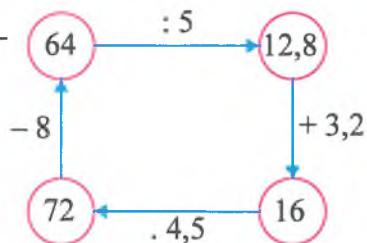
Ostatné dostanete napr. otočením o 90° alebo s využitím súmernosti.

2. Na každú stenu potrebujeme 8 ks, t. j. $6 \cdot 8 = 48$ ks, na každú „dieru“ potrebujeme 4 ks, t. j. $6 \cdot 4 = 24$ ks. $100 - 48 - 24 = 28$. Samkovi zostalo 28 samolepiek.
3. Hľadáme dve čísla A , B také (štvorciferné a päťciferné), aby obsahovali každú cifru 1 až 9 práve raz, a pritom bol ich súčin čo najväčší. Aby to platilo, musia mať čísla A , B na prvom mieste číslicu 9 a 8 a na druhom mieste číslicu 7 a 6. Sú však dve možnosti: $A = 97_$, $B = 86_$ alebo $A = 96_$, $B = 87_$. V súčine $97_ \cdot 86_ = 8\ 342_$ a $96_ \cdot 87_ = 8\ 352_$ nám vyhovuje väčší súčin, teda čísla $96_$ a $87_$. Ako ďalšie cifry použijeme najväčšie zo zvyšných, teda 5 a 4. Výhodnejší je súčin $964_ \cdot 875_$. Najväčšie zo zvyšných čísel sú 2 a 3. Číslice zapíšeme na štvrté miesto. Porovnáme súčiny, výhodnejší je $9\ 642_ \cdot 8\ 753_$. Poslednú číslicu 1 môžeme pridať jednému alebo druhému číslu.

Porovnáme súčiny $96\ 421 \cdot 8\ 753 = 843\ 973\ 013$
 $9\ 642 \cdot 87\ 531 = 843\ 973\ 902$

Karol má telefónne číslo 9 642 a Marián 87 531.

4. Úlohu môžeme riešiť skusmo, prípadne rovnicou $(x : 5 + 3,2) \cdot 4,5 - 8 = x$, z čoho $x = 64$.



5. V sade je 9 radov po 10 stromčekov. Ak má byť medzi radmi medzera 120 cm, môžeme ponechať rady, ktorých vzdialenosť je násobkom 120. Teda 1., 5. a 9. rad (sú od seba vzdialené 360 cm). Ak má byť v rade medzi stromčkami medzera 120 cm, môžeme ponechať stromčeky, ktorých vzdialenosti sú násobkami 120. Teda 1., 4. a 10. stromček. Takže môžeme ponechať 3 rady po 4 stromčekoch, čo je spolu 12 stromčekov.

V novom sade bude spolu 7 radov pre 7 stromčekov, čo je 49 stromčekov. Takže zostáva vysadiť ešte $49 - 12 = 37$ stromčekov. Zostáva vysadiť 4 nové rady po 7 stromčekoch a v 3 radoch doplniť po 3 stromčeky, spolu $4 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = 37$.

6. a) 2 dlaždice uložené na sebe majú výšku 3 cm. Najmenší rozmer kocky na palete je najmenší spoločný násobok čísel 15, 8, 3.

$$n(15, 8, 3) = 120$$

Kocka vytvorená z dlaždíc uložených na palete bude mať hranu dĺžky 120 cm.

- b) V jednej vrstve je uložených 120 dlaždíc ($8 \cdot 15$).

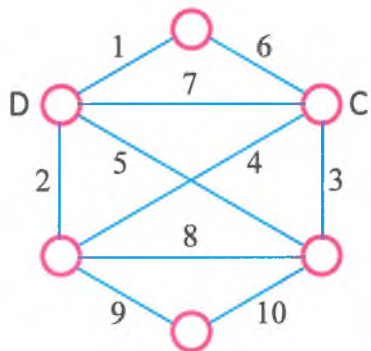
Počet vrstiev je $120 : 1,5 = 80$.

V takej kocke je uložených $120 \cdot 80 = 9\,600$ dlaždíc.

7. a) Môže, napr. 1, 6, 7, 5, 3, 4, 8, 10, 9, 2.

- b) Nemohol. Ak by sa nemusel vrátiť na pôvodné miesto, bola by úloha riešiteľná.

- c) Ak povrazolezec príde k ľubovoľnému stĺpu, musí od neho aj odísť. Teda pri každom stĺpe sa musí zbíhať párny počet lán. Výnimku môžu tvoriť práve dva stĺpy, kde povrazolezec začína, a kde končí svoju cestu (v našom prípade C a D). V podmienke úlohy však je, že sa povrazolezec musí vrátiť tam, odkiaľ vyšiel. Preto sa pri každom stĺpe musí zbíhať párny počet lán. To nie je splnené pri stĺpoch C a D.



8.1. riešenie: Zvolíme si úsečku AB , z ktorej bude predstavovať počet oviec štvrtej čriedy. Úsečka AB predstavuje počet oviec rovnakých čried po požadovanej úprave. Štvrtú čriedu určuje štvrtina (jeden diel) úsečky AB , tretiu čriedu 16 dielov. V prvej čriede máme 4 ovce pridať a z druhej čriedy 4 odobrať, teda v prvej a druhej čriede bude spolu 8 dielov. Zo všetkých čried sme vytvorili $8 + 16 + 1 = 25$ dielov. Týchto 25 rovnakých dielov predstavuje počet 200 oviec.

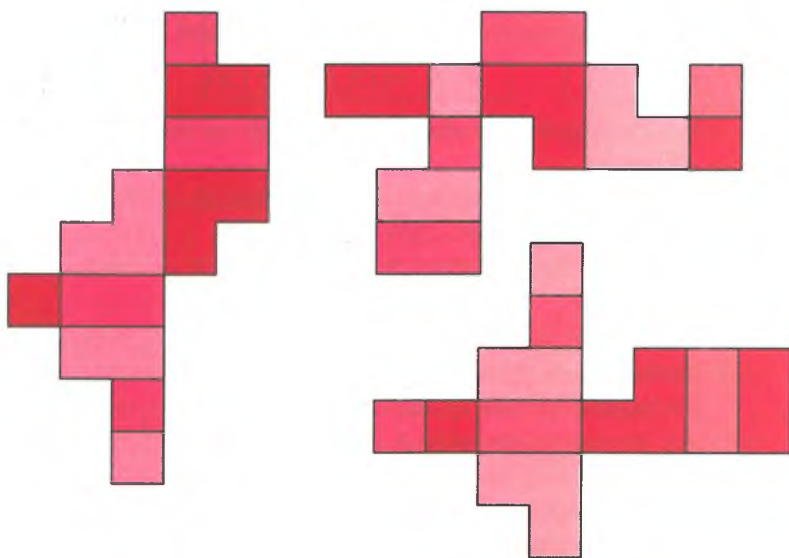
2. riešenie:

4. črieda	x	oviec
2. črieda	$4 \cdot x + 4$	oviec
1. črieda	$4 \cdot x - 4$	oviec
3. črieda	$16 \cdot x$	oviec

$$\begin{aligned} \text{Spolu } x + 4 \cdot x + 4 + 4 \cdot x - 4 + 16 \cdot x &= 200 \\ 25 \cdot x &= 200 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

V štvrtej čriede je 8 oviec, v tretej čriede je 128 oviec, v druhej čriede je 36 oviec a v prvej čriede je 28 oviec.

9. Úloha má veľa riešení, tri uvádzame na obrázku

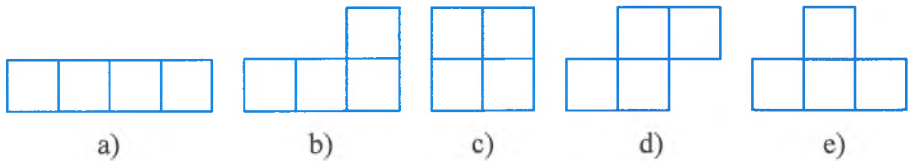


10. Ak rozložíme súčin $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 50$ na prvočinitele, zistíme, že sa v ňom nachádza 12 pätiok, teda tento súčin sa bude končiť 12 nulami ($5 \cdot 2 = 10$). Takže súčin jednej časti sa musí končiť 6 nulami, z toho plynie, že v rozklade tejto časti musí byť 6 pätiok (dvojok tam určite bude dosť). Ak začneme počítať päťky od 1, tak 6 pätiok napočítame po čísle 25. Teda najbližšie číslo, za ktorým môžeme končiť, je číslo 25. Pretože aj ďalšie čísla 26, 27,

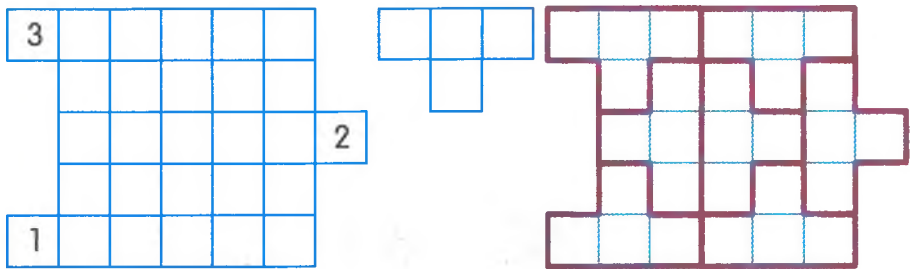
28, 29 neobsahujú v rozklade päťku, môžeme končiť aj za nimi. Úloha má teda 5 riešení.

Kus metra možno zostrihnúť medzi 25. a 26., medzi 26. a 27., medzi 27. a 28., medzi 28. a 29. a medzi 29. a 30. centimetrom.

11. Daný obrazec sa skladá z 28 štvorčekov, preto útvary, na ktoré ho možno rozdeliť, sa budú skladať zo štyroch štvorčekov. Môžu to byť útvary uvedené na obrázku.

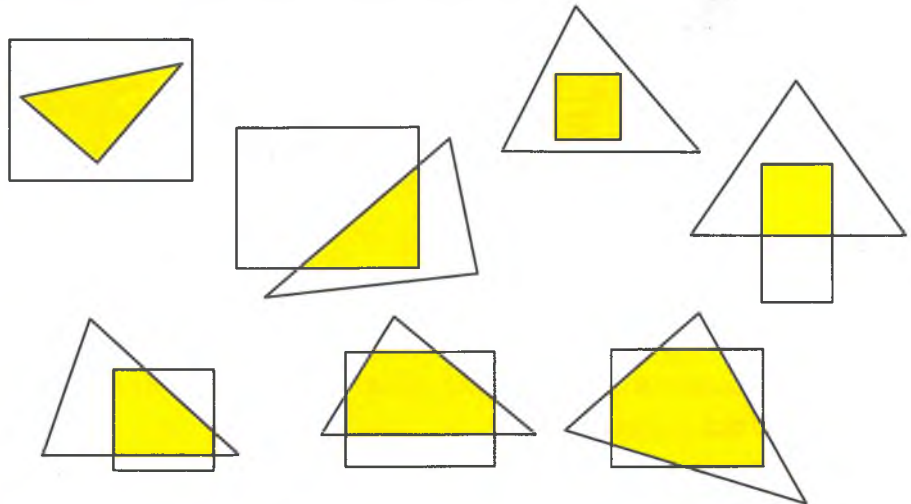


Označme si štvorčeky číslami 1, 2, 3 ako na obrázku:



Usúdime, že útvary a), b), c), d) nevedú k riešeniu. Zostáva jediný útvar e), ktorým možno pokryť daný obrazec a to jediným spôsobom ako na obrázku.

12. Prienikom môže byť 3-, 4-, 5-, 6-, 7-uholník:



13. 1. riešenie:

Z obrázka b) vyčítame, že tri misky majú rovnakú hmotnosť ako dva krčahy, ale z a) vidíme, že jeden krčah je ako fľaša s pohárom, teda tri misky majú rovnakú hmotnosť ako dve fľaše s dvoma pohármi.

Z obrázka c) vidíme, že fľaša je ako pohár s miskou, teda tri misky majú rovnakú hmotnosť ako dva poháre s dvoma miskami a dvoma pohármi, čo sú dve misky a štyri poháre. Ale z toho vidíme, že jedna miska má hmotnosť ako 4 poháre.

Porovnaním obrázka d) s obrázkom c) vidíme, že k poháru musíme pridať poháre hmotnosti misky. Teda k poháru na obrázku d) musíme pridať 4 poháre.

2. riešenie:

Označme krčah k , fľašu f , pohár p , misku m . Z b) $3 \cdot m = 2 \cdot k$, z a) $k = f + p$, teda $3 \cdot m = 2 \cdot f + 2 \cdot p$, ale z c) $f = p + m$, teda $3 \cdot m = 2 \cdot (p + m) + 2 \cdot p = 4 \cdot p + 2 \cdot m$, z toho $m = 4 \cdot p$. Porovnaním obrázkov d) a c) vidíme, že k poháru na obrázku d) musíme pridať 4 poháre.



Matematika je najkrajším a najmohutnejším výtvorom ľudského ducha.

S. Banach

Prvočísla menšie ako 1 000



2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997

Záznam o použití učebnice

Por. číslo	Meno žiaka	Školský rok	Stav učebnice	
			na začiatku škol. roku	na konci škol. roku
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.

PhDr. Ľudovít Bálint, CSc.

PaedDr. Soňa Čeretková

PaedDr. Mária Malperová

Matematika

pre 6. ročník základných škôl

1. časť

Zodpovedná redaktorka RNDr. Jana Belasová

Technická redaktorka Eva Onderčinová

Grafická a počítačová úprava, počítačové kresby
a návrh obálky Igor Imro

Ilustrovala akad. maliarka Táňa Žitňanová

Vyšlo v MEDIA TRADE, spol. s r. o. – Slovenské pedagogické nakladateľstvo,
Sasinkova 5, 815 60 Bratislava

Litografie SHS, spol. s r. o., Leškova 10, 811 05 Bratislava

Vytlačili Tlačiarne BB, spol. s r. o., 974 01 Banská Bystrica



ISBN 80-08-02677-4

UNIVERZITNÁ KNIŽNICA
Univerzita Mateja Bela
Banská Bystrica

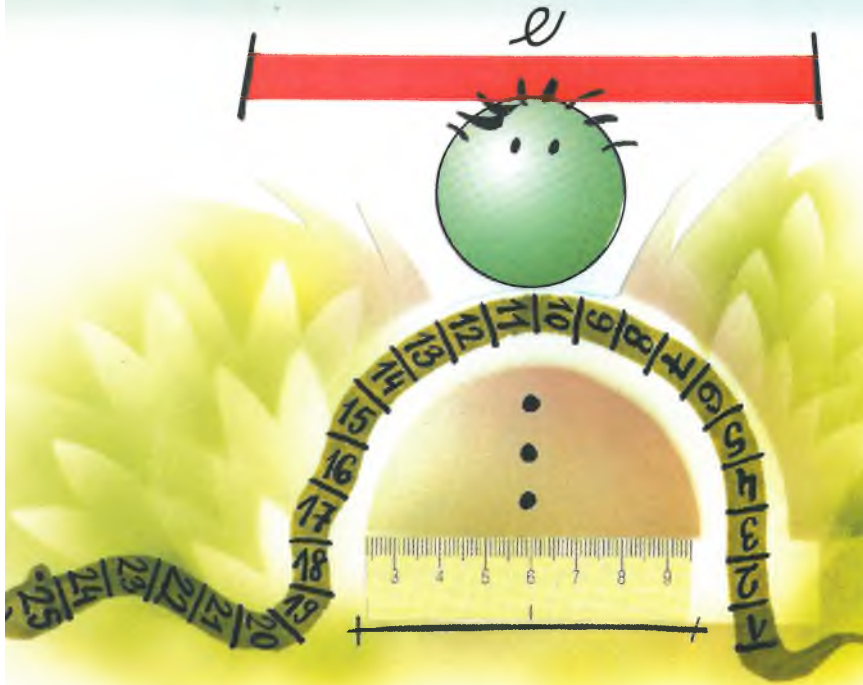
233 839

Slovenské ped

Univerzita Mateja Bela
Univerzitná knižnica



285000203977



ISBN 80-08-02677-4