

Kombinácie s opakovaním

Možnosti nákupu cukru

Pavol Hanzel
Fakulta prírodných vied UMB

Zadanie

V obchode predávajú tri druhy cukru:

- kryštálový (**k**),
- práškový (**p**),
- hnedý (**h**)

Nájdite všetky možnosti nákupu:

- **2 kg cukru**
- **3 kg cukru**

Druhy cukru sa môžu opakovať.

Počet možností – kombinácie s opakovaním

Počet spôsobov výberu r prvkov z n druhov, ak sa môžu opakovať, je daný vzorcom:

$$\binom{n+r-1}{r} = \binom{n+r-1}{n-1}$$

- $n = 3$ (druhy cukru)
- $r = 2$: $\binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = \mathbf{6}$ možností (bez rozlíšenia poradia)
- $r = 3$: $\binom{3+3-1}{3} = \binom{5}{3} = \mathbf{10}$ možností (bez rozlíšenia poradia)

Ak však poradie balení záleží (napr. kph pkh), uvažujeme variácie s opakovaním:

Počet usporiadaných r -tíc z n prvkov: n^r

$$3^2 = 9, \quad 3^3 = 27$$

Možnosti nákupu 2 kg cukru

kódovanie: k = kryštálový, p = práškový, h = hnedý

2 Všetky možnosti:

- kk, pp, hh
- kp, pk, kh, hk, ph, hp

Počet:

- Kombinačne bez ohľadu na poradie: $\binom{4}{2} = 6$
- So zohľadnením poradia: $3^2 = 9$

Spolu: 9 možností

Možnosti nákupu 3 kg cukru

kódovanie: k = kryštálový, p = práškový, h = hnedý

2 Typy kombinácií:

- kkk, ppp, hhh
- kkp, kpk, pkk
- pph, php, hpp
- hhk, hkh, khh
- kph, khp, pkh, phk, hkp, hpk

Počet:

- Kombinačne bez poradia: $\binom{5}{3} = 10$
- So zohľadnením poradia: $3^3 = 27$

Spolu: 27 možností

V obchode majú tri druhy sirupu:

- jahodový (J),
- malinový (M),
- pomarančový (P).

Určte počet všetkých možností nákupu **5 fliaš** sirupu. Rovnaký druh sirupu sa môže v nákupe opakovať.

Ide o výber $r = 5$ prvkov (flaše) z $n = 3$ druhov sirupu s opakovaním, pričom nezáleží na poradí.

Vzorec pre počet kombinácií s opakovaním:

$$\binom{n+r-1}{r} = \binom{3+5-1}{5} = \binom{7}{5} = \binom{7}{2} = 21$$

Hľadáme všetky celé nezáporné riešenia rovnice:

$$j + m + p = 5, \quad \text{kde } j, m, p \in \mathbb{N}_0$$

- 5J 0M 0P
- 4J 1M 0P
- 4J 0M 1P
- 3J 2M 0P
- 3J 1M 1P
- 3J 0M 2P
- 2J 3M 0P
- 2J 2M 1P
- 2J 1M 2P
- 2J 0M 3P
- 1J 4M 0P
- 1J 3M 1P
- 1J 2M 2P
- 1J 1M 3P
- 1J 0M 4P

- 0J 5M 0P
- 0J 4M 1P
- 0J 3M 2P
- 0J 2M 3P
- 0J 1M 4P
- 0J 0M 5P

- Počet rôznych nákupov 5 fliaš sirupu (bez ohľadu na poradie):
21
- Výber zodpovedá kombináciám s opakovaním: $\binom{7}{5}$