PROMETHEUS®

Prima

Sekunda

Tercie

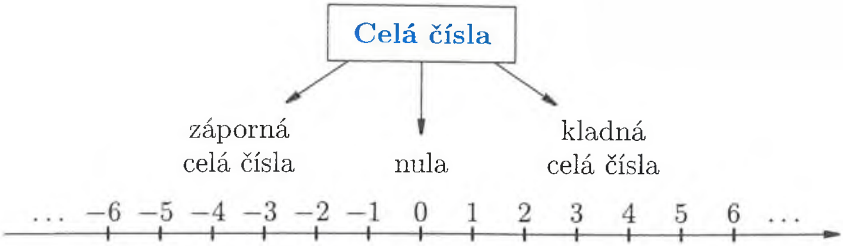
Kvarta

Matematika

Kladná a záporná čísla

Jčmf

m+f

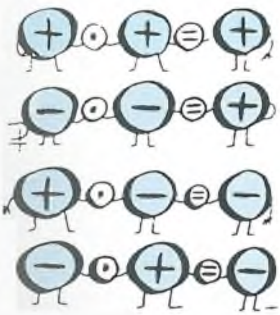


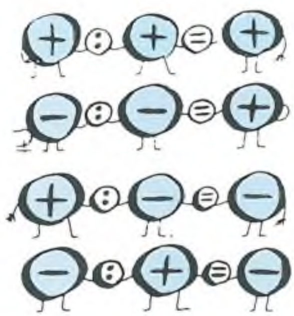
kladné celé číslo = **přirozené** číslo

Sčítání a odčítání čísel

$$
\begin{aligned}
-12 + (-25) &= -(12 + 25) = -37 \\
12 + (-25) &= -(25 - 12) = -13 \\
-12 + 25 &= 25 - 12 = 13 \\
12 - 25 &= -(25 - 12) = -13 \\
-12 - 25 &= -(12 + 25) = -37 \\
-12 - (-25) &= 25 - 12 = 13
\end{aligned}
$$

Znaménková pravidla pro násobení a dělení čísel





Prima

Sekunda

Tercie

Kvarta

Matematika

Kladná a záporná čísla

PROMETHEUS

Zpracovali RNDr. Jiří Herman, Ph.D., PaedDr. Vítězslava Chrápavá,
Mgr. Eva Jančovičová a doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc.

Publikace byla připravena ve spolupráci s JČMF.

Lektorovali RNDr. Jura Charvát, CSc., a RNDr. Milan Ryšavý.

Koordinátor učebnic matematiky pro nižší třídy víceletých gymnázií doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.

Revizi výsledků provedl RNDr. Jura Charvát, CSc.

Schválilo MŠMT ČR č. j. 32543/97–23/230 dne 8. ledna 1998 k zařazení do seznamu učebnic pro základní školy a nižší třídy víceletých gymnázií.

dotisk 1. vydání

ISBN 80-7196-098-5

OBSAH

Na vysvětlenou ...

Druhý sešit z řady učebnic matematiky pro nižší třídy víceletých gymnázií a výběrové třídy základních škol, který právě dostáváte do rukou, je věnován *kladným* a *záporným číslům* a pravidlům, jak se s nimi počítá. Připomínáme, že cílem našeho projektu je vytvořit ve formě řady 17 sešitů úplnou a soběstačnou pomůcku pro výuku matematiky v prvních čtyřech ročnících víceletého gymnázia. Proto jsou sešity sestaveny tak, aby je bylo možno použít jak při výkladu nové látky či jejím procvičování ve vyučovacích hodinách, tak i při domácí přípravě žáků. Kromě toho věříme, že bohatý příkladový materiál usnadní učitelům zadávání domácích úkolů a umožní žákům důkladně si probrané učivo procvičit. Zvídaví žáci také najdou mezi příklady řadu obtížnějších úloh.

Zmíněné cíle ovlivnily rozsah i formu textu. Zopakujme stručně, jakým způsobem:

Výklad nového učiva je zpravidla uveden motivující otázkou (značenou otazníkem na okraji stránky). Nové pojmy, poznatky a pravidla jsou pak podrobně vysvětlovány a zdůvodňovány tak, aby je žák v případě potřeby mohl zvládnout samostatným studiem. Nezakrýváme, že naše učebnice jsou psány pro žáky s hlubším zájmem o matematiku a další přírodovědné předměty. Těm jsou určeny i drobnějším písmem (petitem) tištěné pasáže, které přesahují standardní rámec učiva.

U řešených příkladů někdy uvádíme více různých postupů vedoucích k cíli, aby je žáci mohli sami porovnat. Tak se je pokoušíme naučit tomu, co je pro práci v matematice zásadní: umět se podívat na jednu situaci z různých hledisek. Rovněž považujeme za důležité, aby se žáci naučili vlastní řešení srozumitelně a přehledně zapisovat. Proto jsme do učebnice zařadili ukázky „opsané" z žákovských sešitů, které by mohly žákům posloužit jako vzory takových zápisů.

Důležité výsledky výkladu jsou shrnuty ve *větách*, které jsou graficky vyznačeny *rámečky*. Nejedná se nám v žádném případě o signál k bezduchému memorování, ale o výzvu, aby se žáci nad obsahem těchto vět důkladně zamysleli a správně je pochopili. To lze kontrolovat *průběžnými úkoly*, v textu značenými ➡. Ke kontrole zvládnutí větších celků jsou určena *cvičení* uváděná vždy za jednou, případně několika kapitolami. Závěrečná *souhrnná cvičení* tvoří vlastně sbírku úloh k tématu celého sešitu.

Většina úkolů, cvičení i souhrnných cvičení je na konci sešitu opatřena výsledky. Příklady určené k samostatné práci žáků označujeme někdy pro lepší orientaci těmito symboly s uvedenými významy:

□ – lze řešit zpravidla zpaměti
$*$ – obtížnější příklad
$**$ – velmi obtížný příklad
■ – zajímavý příklad (podle našeho názoru)

Na závěr připojujeme přehled titulů všech sešitů naší řady:

Prima

Úvodní opakování
Kladná a záporná čísla
Dělitelnost
Osová a středová souměrnost

Sekunda

Racionální čísla. Procenta
Trojúhelníky a čtyřúhelníky
Hranoly
Výrazy 1

Tercie

Rovnice a nerovnice
Kruhy a válce
Úměrnosti
Geometrické konstrukce
Výrazy 2

Kvarta

Rovnice a jejich soustavy
Funkce
Podobnost a funkce úhlu
Jehlany a kužely

ÚVOD

Sportovní stránky novin, rozpočty a jiné finanční přehledy, prospekty nových výrobků, výsledky veřejných průzkumů – to vše jsou zdroje informací, které jsou bohaté na *čísla* v nejrůznějších významech. Čísla jsou rovněž stálými průvodci našeho každodenního života. Snad ani o prázdninách se nenajde den, kdy bychom nepočítali nějaké předměty, nějaký čas, nějakou vzdálenost nebo alespoň peníze při placení v obchodě. Proto je velmi důležité, abychom se ve světě čísel dobře vyznali. Učíme se to od první třídy, a to právě v hodinách matematiky.

Umíme již dobře pracovat s čísly, kterým říkáme *přirozená*. Jsou to čísla 1, 2, 3, 4, ... a vystačíme s nimi při určování počtu prvků jakékoliv (konečné) skupiny osob, předmětů nebo jiných prvků. Víme, jak se přirozená čísla zapisují v desítkové soustavě a znázorňují na číselné ose, jak se tato čísla mezi sebou porovnávají, sčítají, odčítají, násobí a dělí. Protože některá dělení (například 11 : 4) vycházejí se zbytkem, zapisujeme jejich přesné výsledky novým druhem čísel, kterým říkáme *desetinná* (11 : 4 = 2,75). Znalosti o těchto číslech si nejprve prohloubíme a pak se s nimi naučíme počítat tak dobře, jako to umíme s čísly přirozenými.

Víme již také mnohé o pozoruhodném čísle, kterému říkáme *nula*. Dostaneme ji, když od sebe odečteme dvě stejná čísla. Nula tedy označuje „prázdno“ neboli „nic“. Proto mnozí učenci až do raného novověku vůbec s nulou jako číslem nepočítali. Podobně „nelehký osud“ měla i čísla, kterým dnes říkáme *záporná* a která jsou hlavním tématem tohoto sešitu. Pomýšleli na ně již starověcí Číňané, kteří je pojmenovávali stejným slovem jako *dluh*. Jistě tušíte proč. Představte si, že máte jen 7 Kč a chcete si koupit bonbony za 10 Kč. Podaří se vám to, jen když vám někdo 3 Kč půjčí. Kolik Kč vám pak „zůstane“, vyjádříme rozdílem $7 - 10$. Výsledkem je záporné číslo „minus 3“.

Protože záporná čísla jsou „menší než nic“, vyhýbali se jim například i vynikající italští matematikové 16. století, kteří se proslavili tím, že nalezli vzorce pro řešení tzv. kubických rovnic. Záporná čísla byla pro ně „lživá a falešná“. Teprve francouzský matematik René Descartes (čti Dékár), který žil v letech 1596 – 1650, jako jeden z prvních ukázal, že záporná čísla tvoří s kladnými čísly ústrojný celek, který poskytuje při matematických úvahách a výpočtech řadu výhod. Patří k nim, jak v závěru sešitu uvidíme, především možnost popisu jednotlivých bodů celé roviny dvojicemi čísel. Budeme jim říkat *kartézské souřadnice* bodů.

1 DESETINNÁ ČÍSLA

Desetinná čísla pro vás nejsou něčím úplně neznámým. Už v základní škole jste se naučili s některými desetinnými čísly trochu počítat. Byla to čísla, která se skládala z celé části, desetin a setin. Zapisovali jste je v desítkové soustavě pomocí číslic oddělených *desetinnou čárkou*.

Možná už také víte, že k některým výpočtům nám desetiny a setiny nestačí. Často potřebujeme desetinná čísla, která mají za desetinnou čárkou více než dvě číslice. Nyní se naučíme taková čísla zapisovat a číst. V dalších kapitolách je pak budeme sčítat, odčítat, násobit a dělit. I když lze takové výpočty snadno provádět na kalkulačce, zvládneme to vlastními silami na papíře.

Které dvě části má desetinné číslo?

Každé desetinné číslo je složeno z *celé* části a z *necelé* části. Necelé části desetinných čísel, se kterými jste dosud počítali, byly tvořeny desetinami a setinami. Například číslo 16,32 je složeno takto:

$$16{,}32 = 16 + 0{,}32$$

Číslo 16 je celá část a číslo 0,32 necelá část původního čísla. Necelá část je složena ze 3 desetin a 2 setin.

celá část ↘ 16,32 ↙ necelá část

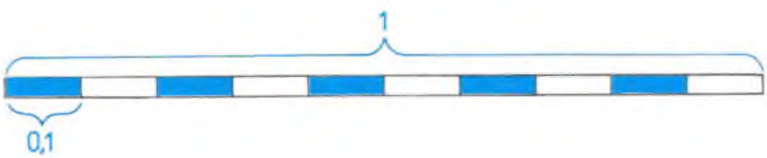
↑

desetinná čárka

Co jsou tisíciny, desetitisíciny, statisíciny, ... ?

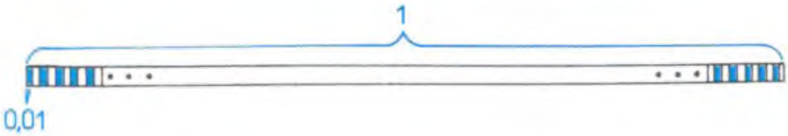
Připomeňme nejprve, jaký význam mají desetiny a setiny.

Rozdělme určitý celek (např. tyč na obrázku) na deset stejných částí. Každá z nich je *desetinou* původního celku.



V matematice to vyjadřujeme dělením $1 : 10 = 0{,}1$.

Podobně rozdělením celku na sto stejných částí dostaneme *setiny* původního celku.



$$1 : 100 = 0{,}01$$

Například:

Protože $1\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{dm}$, platí $1\,\mathrm{dm} = 0{,}1\,\mathrm{m}$.
Protože $1\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{cm}$, platí $1\,\mathrm{cm} = 0{,}01\,\mathrm{m}$.

Rozdělíme-li celek na 1 000 stejných částí, bude každá část *tisícinou* původního celku. Jednu tisícinu zapíšeme desetinným číslem

0,001 (čti „žádná celá, jedna tisícina“
nebo „nula celá, jedna tisícina“).

Platí tedy:

$$1 : 1\,000 = 0{,}001$$

Například:

Protože $1\,\mathrm{m} = 1\,000\,\mathrm{mm}$, platí $1\,\mathrm{mm} = 0{,}001\,\mathrm{m}$.
Protože $1\,\mathrm{kg} = 1\,000\,\mathrm{g}$, platí $1\,\mathrm{g} = 0{,}001\,\mathrm{kg}$.

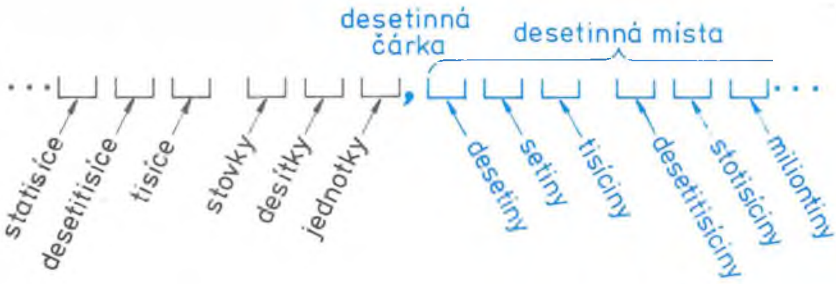
V rozdělování celku na menší, stejně velké díly můžeme pokračovat i dále. Při rozdělení na 10 000 stejných dílů dostaneme *desetitisíciny*, na 100 000 stejných dílů *stotisíciny*, na 1 000 000 stejných dílů *miliontiny* (původního celku). V matematice to zapíšeme rovnostmi:

$1 : 10\,000 = 0{,}000\,1$ (čti „žádná celá, jedna desetitisícina“)
$1 : 100\,000 = 0{,}000\,01$ (čti „žádná celá, jedna stotisícina“)
$1 : 1\,000\,000 = 0{,}000\,001$ (čti „žádná celá, jedna miliontina“)

V praxi se díly menší než miliontiny nezapisují jako desetinná čísla, ale vyjadřují se pomocí mocnin. Naučíte se to v sekundě.

Zápis „dlouhého“ desetinného čísla bude přehlednější, když každou trojici číslic za desetinnou čárkou oddělíme malou mezerou. Dobře víte, že podobně se seskupují i číslice před desetinnou čárkou.

Desetiny, setiny, tisíciny, desetitisíciny, ... jsou *jednotky řádů* na místech *za* desetinnou čárkou. Těmto místům říkáme *desetinná*. (Jednotky na místech řádů *před* desetinnou čárkou už znáte: jsou to jednotky, desítky, stovky, tisíce, ...)



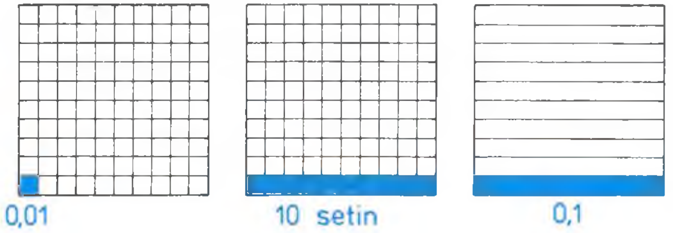
V následující tabulce jsou znovu zapsána desetinná čísla, která vyjadřují jednotky řádů za desetinnou čárkou:

desetina	0,1
setina	0,01
tisícina	0,001
desetitisícina	0,000 1
stotisícina	0,000 01
miliontina	0,000 001

☐ **1.** Přečtěte čísla: 0,01; 0,000 01; 0,000 001; 0,000 1

Jaké jsou vztahy mezi desetinami, setinami, tisícinami, ... ?

Nejprve vysvětlíme, z kolika setin je složena 1 desetina. Na obrázku vidíte čtverec rozdělený na 100 stejných čtverečků. Jsou to setiny celého čtverce. Deset čtverečků v jednom řádku tvoří obdélník. Ten je desetinou celého čtverce.



Všimněte si rovnosti napravo. K zápisu čísla 0,1 jsme zprava připsali jednu nulu. Tím jsme „přidali“ 0 setin, takže jsme původní číslo nezměnili. Zápis 0,10 nám napovídá, že jde o číslo složené z 10 setin. (Přečteme číslo za desetinnou čárkou a pojmenujeme ho podle posledního „obsazeného“ místa.)

Připisováním dalších nul objevíme tyto vztahy:

0,1 = 0,100	1 desetina je 100 tisícin
0,1 = 0,1000	1 desetina je 1 000 desetitisícin
0,1 = 0,100 00	1 desetina je 10 000 stotisícin
0,1 = 0,100 000	1 desetina je 100 000 miliontin

Stejně snadno například zjistíme, z kolika stotisícin je složena 1 setina:

$$0{,}01 = 0{,}010\,00$$

K číslu 0,01 jsme připisovali nuly tak dlouho, až jsme se „dostali“ ke stotisícinám. Vidíme, že 1 setina je 1 000 stotisícin.

□ **2.** Určete,

a) z kolika tisícin je složena 1 setina,
b) z kolika tisícin je složena 1 desetina,
c) z kolika miliontin je složena 1 setina,
d) z kolika miliontin je složena 1 desetina.

3. Doplňte správně věty:

a) 10 setin je jedna ... b) 10 desetitisícin je jedna ...
c) 100 desetitisícin je jedna ... d) 100 miliontin je jedna ...

4. Zapište desetinným číslem:

a) sto tisícin b) sto miliontin c) deset desetitisícin
d) tisíc miliontin e) tisíc stotisícin f) tisíc tisícin

?

Jak zapisujeme a čteme desetinná čísla?

Zápis 0,007 vyjadřuje číslo, složené ze 7 tisícin. Přečteme ho „žádná celá, sedm tisícin". Podobně čteme další čísla:

0,000 3	„žádná celá, tři desetitisíciny"
0,000 04	„žádná celá, čtyři stotisíciny"
5,000 009	„pět celých, devět miliontin"

Poslední číslo je složeno z pěti jednotek a devíti miliontin.

Složitější situace nastane, když je za desetinnou čárkou více nenulových číslic.

Víte již, že číslo 0,35 (složené z tří desetin a pěti setin) nečteme „žádná celá, tři desetiny, pět setin", ale jednodušeji: „žádná celá, třicet pět setin". Podobně číslo 0,035 složené ze tří setin a pěti tisícin přečteme „žádná celá, třicet pět tisícin".

Podívejte se, jak čteme další desetinná čísla:

1,328	„jedna celá, tři sta dvacet osm tisícin"
4,000 204	„čtyři celé, dvě stě čtyři miliontiny"
7,408 25	„sedm celých, čtyřicet tisíc osm set dvacet pět stotisícin"

Vysvětlíme, na čem je čtení necelých částí založeno. Například číslo 0,328 je složeno ze tří desetin, dvou setin a osmi tisícin. Protože 3 desetiny jsou 300 tisícin a 2 setiny jsou 20 tisícin, je celkový počet tisícin roven $300 + 20 + 8$, tj. 328.

Obvyklým zápisům desetinných čísel někdy říkáme *zkrácené*. Například 24,561 je zkrácený zápis čísla, které je složeno ze dvou desítek, čtyř jednotek, pěti desetin, šesti setin a jedné tisíciny. „Podrobněji" je můžeme zapsat jako součet:

$$24{,}561 = 2 \cdot \boxed{10} + 4 \cdot \boxed{1} + 5 \cdot \boxed{0{,}1} + 6 \cdot \boxed{0{,}01} + 1 \cdot \boxed{0{,}001}$$

Napravo stojí *rozvinutý zápis* daného čísla.

Prohlédněte si rozvinuté zápisy dalších dvou čísel:

$$98{,}745\,6 = 9 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}01 + 5 \cdot 0{,}001 + 6 \cdot 0{,}000\,1$$

$$102{,}201 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}001$$

Všimněte si, že v posledním zápisu jsme vynechali sčítance $0 \cdot 10$ a $0 \cdot 0{,}01$. (V rozvinutém zápisu čísla nejsou desítky a setiny zastoupeny.)

□ **5.** Přečtěte:

a) 1,254 b) 20,368 1 c) 0,205 23 d) 14,358 025
e) 105,514 f) 2,306 12 g) 10,257 03 h) 4,300 005

6. Zapište desetinným číslem:

a) tři celé, sto padesát pět tisícin
b) dvanáct celých, dvacet pět tisícin
c) žádná celá, pět set tři desetitisícin
d) sto jedna celých, sto jedna miliontin

7. Zapište zkráceným zápisem:

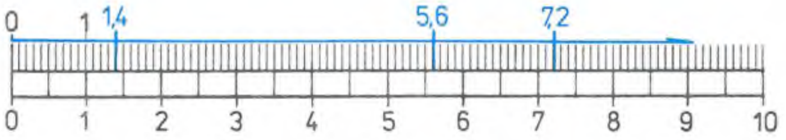
a) $1 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}01$
b) $4 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}001$
c) $7 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}001 + 6 \cdot 0{,}0001$

8. Uveďte rozvinutý zápis čísla:

a) 0,123 4 b) 1,234 56 c) 12,345 678 d) 103,040 608

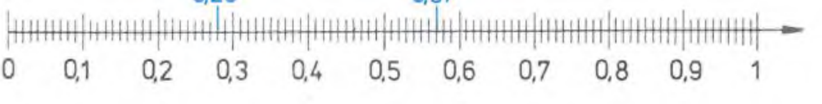
? Jak znázorňujeme desetinná čísla?

Desetinná čísla znázorňujeme na stejné číselné ose jako čísla přirozená. Z obrázku je vidět, jak se například znázorní čísla 1,4; 5,6 a 7,2:

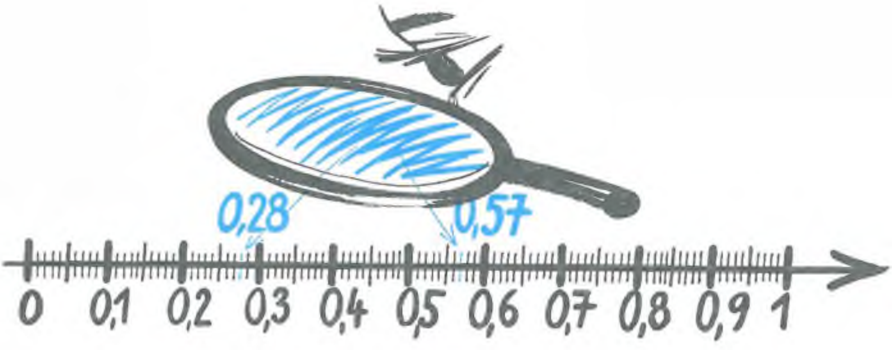


Kromě zmíněných čísel jsme na číselné ose znázornili i čísla 0 a 1. Tím jsme vlastně na číselné ose zadali *jednotku délky* (v našem případě 1 cm).

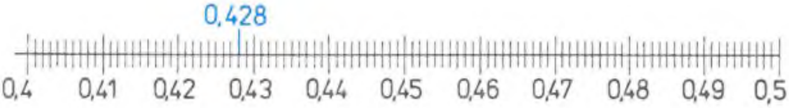
Kdybychom měli na číselné ose znázornit čísla 0,28 a 0,57, bylo by vhodnější zvolit jinou jednotku délky (např. 10 cm):



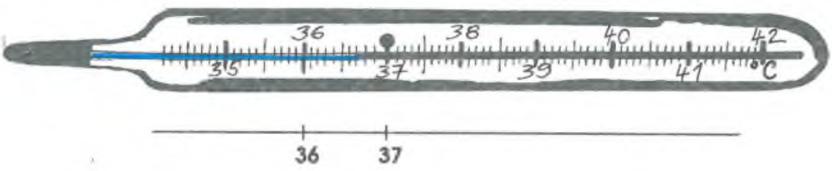
Ani na této číselné ose však nemůžeme přesně znázornit například číslo 0,428. Představme si, že se na část „mezi 0,4 a 0,5“ podíváme lupou, která desetkrát zvětšuje:



Nyní je již obraz čísla 0,428 dobře rozeznatelný například od obrazů čísel 0,427 a 0,429.



Do stejného obrázku však nemůžeme znázornit to, co nám na číselných osách dosud nikdy nechybělo: obrazy čísel 0 a 1. I takové části číselných os však mají praktický význam. Příkladem je stupnice lékařského teploměru.



□ **9.** Jaká je jednotka délky číselné osy, na které jsme znázornili číslo 0,428? Jaká na stupnici lékařského teploměru z obrázku?

10. Na číselné ose s jednotkou délky 10 cm znázorněte čísla: 0,16; 0,28; 0,49; 0,68; 0,23

11. Která čísla jsou označena na obrázku otazníky?

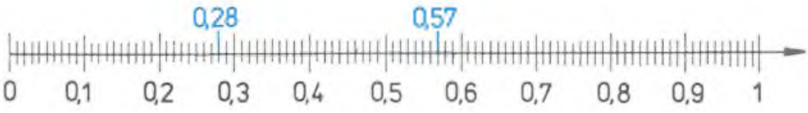
12. Na jedné číselné ose znázorněte čísla 9,835; 9,812 a 9,872. (Jednotku délky i potřebnou část číselné osy vhodně zvolte sami.)

? Jak porovnáváme desetinná čísla?

Již ze základní školy víte, že ze dvou různých čísel je vždy jedno *menší* a druhé *větší*. Zapisujeme to nerovnostmi. Například číslo 0,57 *je větší* než číslo 0,28, neboli číslo 0,28 *je menší* než číslo 0,57:

$$0{,}57 > 0{,}28 \qquad \text{neboli} \qquad 0{,}28 < 0{,}57$$

Na naší číselné ose leží větší číslo *vpravo* od čísla menšího.



Jak poznáme, které ze dvou čísel je menší a které větší?

Nerovnost $1{,}28 > 0{,}95$ je jasná, neboť první číslo má větší celou část než druhé.

Čísla 3,45 a 3,15 však mají celou část stejnou, proto se podíváme, které z nich má více desetin. Je to číslo 3,45, takže $3{,}45 > 3{,}15$.

Čísla 2,183 a 2,182 9 se shodují v celých částech, desetinách i setinách. Proto je porovnáme podle počtu tisícin: $2{,}183 > 2{,}182\,9$.

Sami vysvětlete, proč platí:

$$0{,}125\,4 < 0{,}125\,5; \quad 12{,}998\,987 > 12{,}998\,978; \quad 101{,}101\,101 < 110{,}101$$

13. Rozhodněte, který ze znaků $=$, $<$, $>$ patří do rámečku:

a) 2,152 ☐ 2,21 b) 12,103 ☐ 12,103 0
c) 19,99 ☐ 20,0 d) 7,000 001 ☐ 7,000 010
e) 119,909 909 ☐ 120,000 001 f) 4,102 ☐ 4,120

14. Z daných čísel vyberte nejmenší a největší:

a) 0,812; 0,281; 0,821 b) 1,011 2; 1,102 1; 1,021 1
c) 21,001 3; 21,003 1; 21,010 3 d) 0,001 234; 0,001 342; 0,001 243

15. Daná čísla uspořádejte od nejmenšího k největšímu:

a) 2,102 12; 2,201 12; 2,021 12; 2,012 21; 2,210 12; 2,201 21
b) 0,434 343; 0,433 443; 0,443 344; 0,444 333; 0,434 433; 0,433 344

■ **16.** Zapište nějaké číslo, které je větší než 0,123 45 a současně menší než 0,123 456.

Jak *zaokrouhlujeme* desetinná čísla?

Víte již, že *přesné* číselné údaje v praxi často nahrazujeme jejich *přibližnými* hodnotami. Při tom je nutné čísla správně zaokrouhlovat.

Naučili jste se již zaokrouhlovat přirozená čísla. Připomeňme, jak se například zaokrouhluje číslo 8 734 na desítky, stovky a tisíce:

$$8\,734 \doteq 8\,730 \quad \text{(zaokrouhleno na desítky)}$$
$$8\,734 \doteq 8\,700 \quad \text{(zaokrouhleno na stovky)}$$
$$8\,734 \doteq 9\,000 \quad \text{(zaokrouhleno na tisíce)}$$

Desetinná čísla zaokrouhlujeme podle stejných pravidel. Vysvětlíme je při zaokrouhlování čísla 42,817 5:

- Při zaokrouhlení na *jednotky* je rozhodující číslice 8 na místě *desetin*. Proto zaokrouhlíme *nahoru*:

$$42{,}817\,5 \doteq 43$$

- Při zaokrouhlení na *desetiny* je rozhodující číslice 1 na místě *setin*. Proto zaokrouhlíme *dolů*:

$$42{,}817\,5 \doteq 42{,}8$$

- Při zaokrouhlení na *setiny* je rozhodující číslice 7 na místě *tisícin*. Proto zaokrouhlíme *nahoru*:

$$42{,}817\,5 \doteq 42{,}82$$

- Při zaokrouhlení na *tisíciny* je rozhodující číslice 5 na místě *desetitisícin*. Proto zaokrouhlíme *nahoru*:

$$42{,}817\,5 \doteq 42{,}818$$

Někdy říkáme, že jsme desetinné číslo zaokrouhlili na určitý *počet desetinných míst*. Na jedno desetinné místo znamená na desetiny, na dvě desetinná místa na setiny atd.

17. Daná čísla zaokrouhlete na desetiny: 16,27; 10,05; 2,49; 0,059; 0,02; 3,95; 99,99

18. Daná čísla zaokrouhlete na setiny: 0,023; 1,277; 0,005; 0,004 9; 0,009; 123,895; 9,999

19. Číslo 27,052 386 zaokrouhlete:

a) na jednotky b) na tisíciny c) na setiny
d) na desetiny e) na desetitisíciny f) na stotisíciny

20. Číslo 0,082 745 zaokrouhlete:

a) na 1 desetinné místo b) na 2 desetinná místa
c) na 3 desetinná místa d) na 5 desetinných míst

Se zaokrouhlenými čísly se běžně setkáváte tehdy, počítáte-li na *kalkulačce* s „příliš velkými" či „příliš malými" čísly. Protože displej kalkulačky obsahuje jen omezený počet míst pro zobrazení čísel (zpravidla 8), čísla s větším počtem „platných číslic" se automaticky zaokrouhlují – bohužel však nikoli podle pravidel, která jsme připomněli. Vkládáte-li např. číslo s větším počtem desetinných míst, bude na kalkulačce vždy zaokrouhleno *dolů*, protože další číslice se na displej prostě „nevejdou". Proto je třeba správné zaokrouhlení provést předtím, než číslo začnete na kalkulačku zapisovat.

Navíc se při výpočtech s „velkými" či „malými" čísly objevuje na displeji tzv. *semilogaritmický zápis*: Za zápisem čísla (s desetinnou tečkou místo čárky) se objeví ještě znaménko „plus" (někdy písmeno E, někdy prázdné místo), nebo „minus" a číslo o dvou číslicích. Počet míst na displeji se tedy zmenší o tři a zobrazená čísla jsou zpravidla *zaokrouhlená*.

Vysvětlíme ještě, co uvedený semilogaritmický tvar čísla znamená. Jeho podstatu dobře pochopíte, až budete umět počítat s tzv. *mocninami deseti*. Zatím si pouze zapamatujte:

Je-li na konci displeje znaménko „plus" (nebo písmeno E), pak je třeba v zobrazeném čísle posunout desetinnou čárku o tolik míst *doprava*, kolik je hodnota čísla za znaménkem „plus".

Je-li na konci displeje znaménko „minus", pak je třeba v zobrazeném čísle posunout desetinnou čárku o tolik míst *doleva*, kolik je hodnota čísla za znaménkem „minus".

Tak například zápis $145.37E05$ znamená číslo 14 537 000, zápis $2.4512-04$ znamená číslo 0,000 245 12.

∗21. Dané desetinné číslo jsme nejprve zaokrouhlili na setiny, výsledek jsme pak zaokrouhlili na desetiny. Můžeme říci, že jsme tak dostali zaokrouhlení původního čísla na desetiny?

CVIČENÍ 1

1. Přečtěte desetinná čísla:

a) 0,003	b) 0,040 1	c) 1,020 4
3,03	0,104 14	2,400 01
0,000 3	0,040 01	1,041 2
3,300 3	0,010 044	4,200 1
3,030 3	0,100 41	1,402 002

□ 2. Najděte všechna dvojciferná přirozená čísla, která jsou
   a) menší než 86,742 a větší než 77,19;
   b) větší než 86,742 a menší než 87,1;
   c) sudá a větší než 86,742;
   d) násobky deseti menší než 86,742.

3. Určete rozvinutý zápis čísla:
   a) 0,702   b) 0,523 004   c) 78,52   d) 3,400 07

4. Zapište zkráceným zápisem číslo:
   a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 0{,}0001 + 5 \cdot 0{,}00001$
   b) $3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}01 + 5 \cdot 0{,}0001$

5. Na číselné ose s jednotkou délky 10 cm znázorněte čísla: 0,6; 0,28; 1,1; 0,53; 0,74; 0,05

6. Na vhodné části číselné osy s jednotkou délky 10 cm znázorněte čísla: 8,5; 9,15; 8,0; 8,25; 8,1; 7,92

7. Na číselné ose znázorněte čísla 1,141; 1,144 a 1,147. (Jednotku délky i potřebnou část číselné osy vhodně zvolte.)

□ 8. Ke každému z čísel 5,28; 10,5; 1,672; 13,45 a 8,783 řekněte nejbližší menší a nejbližší větší přirozené číslo.

9. Seřaďte od nejmenšího k největšímu čísla:
   a) 0,565; 0,506; 0,605; 0,5; 0,65; 0,655; 0,56
   b) 2,34; 2,43; 3,42; 2,403; 3,204; 2,304

10. Rozhodněte, který ze znaků =, <, > patří do rámečku:

a) 0,42 □ 0,4 b) 3,5 □ 3,35 c) 7,080 □ 7,08
0,42 □ 0,402 5,3 □ 5,53 0,807 □ 0,808
0,42 □ 0,420 3,5 □ 3,30 8,078 □ 8,80
0,42 □ 0,424 5,3 □ 5,35 0,087 □ 0,8
0,42 □ 0,242 3,5 □ 3,50 7,708 □ 7,78

□ **11.** Určete, která číslice patří do rámečku, aby platilo:

a) 3,88 < 3,□5 b) 7,2□6 < 7,21
c) 0,74□ < 0,741 d) 5,□88 > 5,9

□ **12.** Čísla 0,782; 1,056 7; 7,943; 102,035 7; 4,849; 13,123 zaokrouhlete:

a) na desetiny b) na setiny

13. Zaokrouhlete na jednotky číslo:

a) 124,78 b) 16,09 c) 0,723 d) 0,49

■ **14.** Z daných tří číslic a desetinné čárky sestavte všechna možná desetinná čísla:

a) 0, 1, 4 b) 1, 4, 4 c) 4, 4, 4 d) 4, 0, 0

15. Zapište všechna čísla, která mají dvě desetinná místa a po zaokrouhlení na desetiny jsou rovna číslu:

a) 1,3 b) 9,9 c) 5,6 d) 2,0

16. Na číselné ose na obrázku je barevně vyznačena ta její část, na které leží všechna čísla, která jsou po zaokrouhlení na setiny rovna číslu 7,40. Osu z obrázku překreslete do sešitu a vyznačte na ní barevně všechna čísla, která jsou po zaokrouhlení na desetiny rovna číslu 7,4.

2 SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Desetinná čísla už umíme zapisovat, číst, porovnávat a zaokrouhlovat. Nyní se s nimi naučíme počítat.

Začneme se sčítáním a odčítáním. Tlačítka $\boxed{+}$ a $\boxed{-}$ najdete na každé kalkulačce, která by všechny příklady z této kapitoly hravě zvládla za vás. (Nezapomeňte, že na většině kalkulaček se na displeji zobrazuje místo desetinné čárky *desetinná tečka*.)

Někdy však kalkulačku nemáme po ruce. Proto se naučíme desetinná čísla sčítat a odčítat i bez ní, tak jako umíme sčítat a odčítat čísla přirozená.

Jak *sčítáme* desetinná čísla?

?

Zopakujme nejdříve to, co už umíme – sčítat desetinná čísla, ve kterých vystupují za desetinnou čárkou pouze desetiny, popř. setiny.

Některé výpočty zvládneme zpaměti:

$$1{,}1 + 0{,}4 = 1{,}5; \qquad 1{,}5 + 0{,}5 = 2$$
$$3{,}14 + 2{,}12 = 5{,}26; \qquad 3{,}1 + 0{,}02 = 3{,}12$$

Jindy se vyplatí sčítat písemně. Při tom je důležité zapsat sčítaná čísla správně pod sebe: desítky pod desítky, jednotky pod jednotky, desetiny pod desetiny, ...

Podívejte se, jak sčítala desetinná čísla Lucie:

$$\begin{array}{r} 228{,}08 \\ 3756{,}70 \\ \hline 3984{,}78 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1307{,}27 \\ 78{,}89 \\ \hline 1386{,}16 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11{,}52 \\ 0{,}36 \\ 152{,}37 \\ \hline 164{,}25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11{,}2 \\ 2{,}54 \\ 0{,}37 \\ \hline 14{,}11 \end{array}$$

Všimněte si, že v posledním příkladu „chybějí“ u prvního sčítance setiny. Lucie si mohla představit, že na místě setin stojí číslice 0.

Stejným způsobem se sčítají desetinná čísla s větším počtem desetinných míst. Nejdůležitější je při tom zapsat sčítaná čísla správně pod sebe.

Prohlédněte si dva příklady:

$$\begin{array}{r} 0{,}278 \\ 3{,}645 \\ \hline 3{,}923 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21{,}304\,5 \\ 3{,}871 \\ \hline 25{,}175\,5 \end{array}$$

Další tři příklady jsme vybrali z Vojtova sešitu:

471,238	25,3	46,057
53,339	4,2576	6,5075
0,052	0,72	500,7
524,629	30,2776	553,2645

□ **1.** Vypočtěte zpaměti:

a) 2,5 + 1,5 b) 0,25 + 5,75
c) 10,3 + 6,7 d) 0,26 + 0,14
e) 0,004 + 0,054 f) 0,042 + 0,058

2. Sečtěte:

a) 0,36 + 0,45 b) 1,6 + 25,8
c) 0,35 + 3,28 d) 12,6 + 1,26
e) 0,36 + 0,405 f) 1,62 + 5,8
g) 0,033 5 + 0,298 h) 2,64 + 0,276

3. Vypočtěte:

a) 0,26 + 1,05 + 4,36
b) 3,1 + 0,31 + 1,03
c) 0,256 + 2,65 + 0,062
d) 0,032 2 + 0,012 + 0,003 36
e) 2 + 2,2 + 20,02 + 200,002
f) 124 + 12,4 + 1,24 + 0,124 + 0,012 4

? Jak *odčítáme* desetinná čísla?

Stejně jako u sčítání začneme s několika příklady na odčítání zpaměti:

$$6{,}4 - 3{,}3 = 3{,}1; \qquad 12{,}9 - 0{,}8 = 12.1$$
$$0{,}24 - 0{,}11 = 0{,}13; \qquad 5{,}62 - 4{,}51 = 1{,}11$$

Nyní přejdeme k písemnému odčítání. Platí při něm stejná zásada jako při sčítání – daná čísla zapisujeme správně pod sebe:

$$\begin{array}{r} 9{,}28 \\ -\,3{,}53 \\ \hline 5{,}75 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}628 \\ -\,0{,}549 \\ \hline 0{,}079 \end{array}$$

Takto odčítáme dvě čísla se stejným počtem desetinných míst. Podívejte se na příklady, kdy tomu tak není:

$$\begin{array}{r} 7{,}281 \\ -\,5{,}63 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11{,}28 \\ -\,9{,}572 \\ \hline \end{array}$$

Můžeme si pomoci tak, že na „neobsazená" místa tisícin dopíšeme nuly:

$$\begin{array}{r} 7{,}281 \\ -\,5{,}630 \\ \hline 1{,}651 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11{,}280 \\ -\,9{,}572 \\ \hline 1{,}708 \end{array}$$

Zběhlejší počtáři (jako například Honza) si chybějící nuly pouze představují:

$$\begin{array}{r} 475{,}628 \\ -\,108{,}27 \\ \hline 367{,}358 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}1221 \\ -\,0{,}01221 \\ \hline 0{,}10989 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54{,}008 \\ -\,9{,}87 \\ \hline 44{,}138 \end{array}$$

Než Honza podtrhl výsledek, udělal zpaměti zkoušku. „Odspodu" sčítal vypočtený rozdíl s odčítaným číslem a kontroloval, zda vychází číslo, od kterého odčítal. Taková zkouška se vyplatí i vám.

□ 4. Odečtěte zpaměti:

a) 0,6 – 0,4 b) 0,08 – 0,01
c) 0,005 – 0,002 d) 1,2 – 0,5
e) 0,45 – 0,22 f) 0,078 – 0,075

5. Odečtěte:

a) 1,28 – 0,35 b) 0,012 3 – 0,005 6
c) 58,27 – 3,98 d) 4,24 – 0,42
e) 0,325 – 0,18 f) 12,28 – 2,9
g) 0,12 – 0,012 h) 0,598 – 0,067 1

3 NÁSOBENÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

V této kapitole se naučíme násobit desetinná čísla. Nejprve vysvětlíme, jak se desetinné číslo násobí číslem přirozeným, teprve potom budeme násobit dvě desetinná čísla.

? Jak násobíme desetinné číslo číslem *přirozeným*?

Již ze základní školy víte, že pomocí násobení zapisujeme *opakované sčítání*:

$$3 \cdot 0{,}5 = 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 = 1{,}5$$

$$4 \cdot 0{,}12 = 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}48$$

$$2 \cdot 0{,}056 = 0{,}056 + 0{,}056 = 0{,}112$$

Převádět násobení na opakované sčítání je však nepraktické. Místo toho přímo násobíme, a to způsobem, který už znáte:

$$\begin{array}{r} 0{,}5 \\ \cdot\ 3 \\ \hline 1{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}12 \\ \cdot\ 4 \\ \hline 0{,}48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}056 \\ \cdot\ 2 \\ \hline 0{,}112 \end{array}$$

V desetinném čísle jsme si vždy odmysleli desetinnou čárku a násobili jsme tak dvě přirozená čísla. Nakonec jsme ve výsledku oddělili desetinnou čárkou desetinná místa – tolik, kolik jich mělo násobené číslo.

Podobně postupujeme při násobení desetinného čísla přirozeným číslem s více číslicemi:

$$\begin{array}{r} 1{,}28 \\ \cdot\ 23 \\ \hline 3\,84 \\ 25\,6 \\ \hline 29{,}44 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}021 \\ \cdot\ 47 \\ \hline 147 \\ 84 \\ \hline 0{,}987 \end{array}$$

Oba součiny jsme mohli počítat i jinak:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \cdot\ 1{,}28 \\ \hline 1\,84 \\ 4\,6 \\ 23 \\ \hline 29{,}44 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ \cdot\ 0{,}021 \\ \hline 47 \\ 94 \\ \hline 0{,}987 \end{array}$$

Pořadí činitelů při písemném násobení volíme tak, aby výpočet byl co nejkratší. Porovnejte, který z výpočtů součinu čísel 1,28 a 23 byl výhodnější.

Výsledek násobení můžeme psát rovnou, násobíme-li některým z čísel 10, 100, 1 000, … Například:

$$1{,}28 \cdot 10 = 12{,}8; \qquad 0{,}598 \cdot 100 = 59{,}8$$

$$0{,}0457 \cdot 1\,000 = 45{,}7; \qquad 6{,}2472 \cdot 10\,000 = 62\,472$$

Při násobení číslem 10 posuneme v násobeném desetinném čísle desetinnou čárku o jedno místo *doprava*. Podobně při násobení číslem 100 ji posuneme doprava o dvě místa, při násobení číslem 1 000 o tři místa, …

$$\underbrace{10\,000}_{\text{4 nuly}} \cdot 0{,}\underbrace{2834}_{\text{4 místa}}1 = 2\,834{,}1$$

$$235{,}71 \cdot 100 = 23\,571$$

Má-li násobené číslo „málo“ desetinných míst, doplníme chybějící místa nulami:

$$\underbrace{1\,000}_{\text{3 nuly}} \cdot 1{,}\underbrace{28}_{\text{3 místa}} = 1\,280$$

□ **1.** Vynásobte zpaměti:

a) $2 \cdot 0{,}2$ b) $3 \cdot 0{,}2$ c) $4 \cdot 0{,}2$
$2 \cdot 0{,}02$ $3 \cdot 0{,}02$ $4 \cdot 0{,}02$
$2 \cdot 0{,}002$ $3 \cdot 0{,}002$ $4 \cdot 0{,}002$
$2 \cdot 0{,}000\,002$ $3 \cdot 0{,}000\,002$ $4 \cdot 0{,}000\,002$

□ **2.** Vynásobte:

a) $0{,}128 \cdot 10$ b) $0{,}43 \cdot 10$ c) $5{,}3 \cdot 10$
$0{,}128 \cdot 100$ $0{,}43 \cdot 100$ $5{,}3 \cdot 100$
$0{,}128 \cdot 1\,000$ $0{,}43 \cdot 1\,000$ $5{,}3 \cdot 1\,000$

3. Vypočtěte:

a) $6 \cdot 1{,}2$ b) $7 \cdot 0{,}28$ c) $11 \cdot 0{,}083$
d) $56 \cdot 0{,}2$ e) $74 \cdot 0{,}008$ f) $11 \cdot 0{,}003\,1$
g) $0{,}5 \cdot 12$ h) $0{,}021 \cdot 78$ i) $0{,}100\,1 \cdot 101$

? Jak násobíme desetinné číslo číslem *desetinným*?

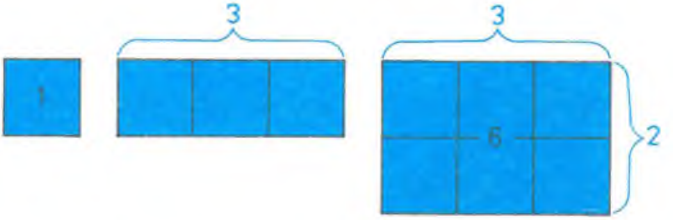
Abychom dobře pochopili násobení dvou desetinných čísel, vysvětlíme nejprve jednoduchý příklad, který vás možná překvapí:

$$0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$$

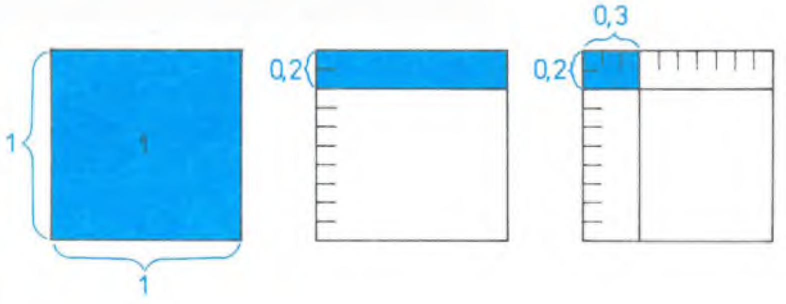
Vyjádřeno slovy: „2 *desetiny* krát 3 *desetiny* je 6 *setin*."

Něco podobného už znáte. Rovnost $20 \cdot 30 = 600$ můžeme přečíst: „2 *desítky* krát 3 *desítky* je 6 *stovek*."

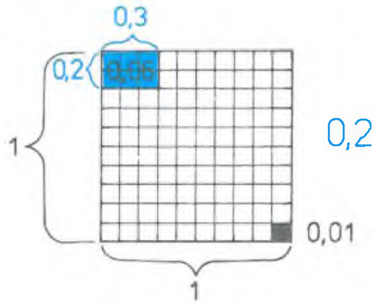
Nejprve obrázkem vysvětlíme rovnost $2 \cdot 3 = 6$:



Můžeme podobně znázornit součin $0{,}2 \cdot 0{,}3$? Jednotku znázorníme větším čtvercem a vyznačíme 2 desetiny jedné strany a 3 desetiny strany sousední:



Jakou částí původního čtverce je výsledný modrý obdélník? Další obrázek ukazuje, že je to 6 setin.



$$0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$$

Podobně by se dalo zdůvodnit, že platí:

$$0{,}2 \cdot 0{,}03 = 0{,}006$$

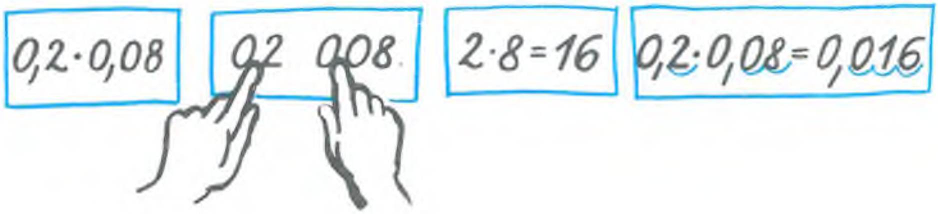
$$0{,}02 \cdot 0{,}3 = 0{,}006$$

$$0{,}02 \cdot 0{,}03 = 0{,}000\,6$$

Vidíme, že počet desetinných míst ve výsledku dostaneme, když *sečteme* počty desetinných míst obou činitelů.

Toto pravidlo nám umožní násobit libovolná desetinná čísla.

Při násobení dvou desetinných čísel zakryjeme v obou činitelích desetinnou čárku. Pak vynásobíme vzniklá přirozená čísla a ve výsledku umístíme desetinnou čárku tak, aby počet desetinných míst byl roven **součtu** počtů desetinných míst obou činitelů.



Uveďme ještě několik příkladů:

$$0{,}7 \cdot 0{,}11 = 0{,}077 \qquad (1 + 2 = 3)$$
$$222{,}2 \cdot 0{,}4 = 88{,}88 \qquad (1 + 1 = 2)$$
$$1{,}12 \cdot 0{,}003 = 0{,}003\,36 \qquad (2 + 3 = 5)$$

V předchozích příkladech jsme mohli desetinná čísla násobit zpaměti. Většinou však násobení provádíme písemně. Prohlédněte si několik ukázek z Petrova sešitu:

```
  2,36        0,4091       313,3        60,72
·  2,1      ·   0,15     ·    23      ·  25,4
------      --------     -------      -------
   236        20455        9399        24288
  472         4091        6266         30360
------      --------     -------      12144
 4,956      0,061365      7205,9      -------
                                      1542,288
```

Je dobré si nejprve rozmyslet, v jakém pořadí při písemném násobení činitele zapíšeme. Jsou-li v zápisu druhého činitele nuly, zapisujeme výpočet úsporně. Sami posuďte, který výpočet – Karla, Lenky, nebo Jakuba – šetří nejvíc místa:

Karel

```
        2,6
·  1,003701
-----------
         26
        00
       182
       78
      00
     00
    26
-----------
  2,6096226
```

Lenka

```
        2,6
·  1,003701
-----------
         26
      1820
      78
   2600
-----------
  2,6096226
```

Jakub

```
  1,003701
·      2,6
----------
   6022206
  2007402
----------
 2,6096226
```

Všimněte si počtů desetinných míst v součinu $3{,}2 \cdot 2{,}5 = 8$. Narušení pravidla je zde pouze zdánlivé, neboť při písemném výpočtu vyjde $8{,}00$.

Zmíníme se ještě o násobení čísly 0,1; 0,01; 0,001; … Taková násobení provádíme zpaměti, a to tak, že v druhém činiteli posunujeme desetinnou čárku o správný počet míst *doleva*.

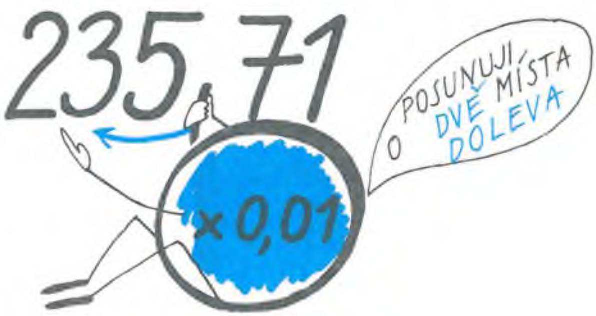
Například:

$$1{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}15$$

$$0{,}3 \cdot 0{,}01 = 0{,}003$$

$$12{,}5 \cdot 0{,}001 = 0{,}012\,5$$

$$19 \cdot 0{,}000\,1 = 0{,}001\,9$$



$$235{,}71 \cdot 0{,}01 = 2{,}357\,1$$

□ **4.** Vynásobte zpaměti:

a) $0{,}4 \cdot 0{,}2$	b) $0{,}3 \cdot 0{,}07$	c) $1{,}2 \cdot 0{,}3$	d) $0{,}5 \cdot 30$
$0{,}5 \cdot 0{,}3$	$0{,}08 \cdot 0{,}7$	$0{,}15 \cdot 0{,}03$	$50 \cdot 0{,}07$
$0{,}8 \cdot 0{,}4$	$0{,}6 \cdot 0{,}05$	$1{,}3 \cdot 0{,}003$	$0{,}4 \cdot 200$
$0{,}9 \cdot 0{,}9$	$0{,}04 \cdot 0{,}9$	$2{,}4 \cdot 0{,}02$	$5{,}2 \cdot 0{,}2$

5. Víte-li, že $264 \cdot 3 = 792$, zapište ihned výsledek:

a) $2{,}64 \cdot 0{,}3$ b) $26{,}4 \cdot 0{,}003$ c) $0{,}264 \cdot 0{,}03$

∗**6.** Najděte dvě stejná desetinná čísla, jejichž součin je roven číslu:

a) 0,09 b) 0,49 c) 0,002 5 d) 1,21

☐ **7.** Vynásobte zpaměti:

a)	b)	c)
124 · 0,1	124 · 0,01	124 · 0,001
5,23 · 0,1	5,23 · 0,01	5,23 · 0,001
47,2 · 0,1	47,2 · 0,01	47,2 · 0,001
0,8 · 0,1	0,8 · 0,01	0,8 · 0,001

8. Vypočtěte:

a) 16,4 · 3,5 b) 12,5 · 4,56 c) 14,2 · 4,05

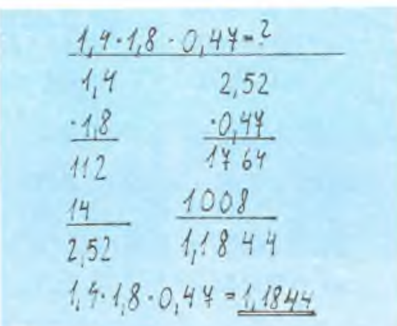
9. Nejprve rozhodněte, v jakém pořadí činitele zapíšete, a pak teprve písemně vynásobte:

a) 0,72 · 0,156 b) 0,29 · 4,68 c) 0,104 · 1,08 d) 2,7 · 0,416

10. David jel s tatínkem autem do sousedního města. Dostal za úkol sledovat ceny benzinu SPECIAL, aby na zpáteční cestě mohli nakoupit co nejlevněji. Ceny za 1 litr byly u jednotlivých čerpadel postupně 21,30 Kč, 20,90 Kč a 21,70 Kč. Při cestě zpět koupil tatínek 22 litrů benzinu u stanice s nejnižší cenou. Kolik Kč zaplatil? O kolik Kč by zaplatil více, kdyby koupil stejné množství benzinu u stanice s nejvyšší cenou?

? Jak násobíme více čísel?

Máme-li vynásobit více čísel, například 1,4 · 1,8 · 0,47, můžeme počítat „zleva doprava“, jak to udělala Sandra:



Martin stejný součin počítal „zprava doleva“:

$$1{,}4 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}47 = ?$$

$$\begin{array}{r}
0{,}47 \\
1{,}8 \\
\hline
376 \\
47 \\
\hline
0{,}846
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0{,}846 \\
\cdot\ 1{,}4 \\
\hline
3384 \\
846 \\
\hline
1{,}1844
\end{array}$$

$$1{,}4 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}47 = \underline{\underline{1{,}1844}}$$

Vidíme, že nezáleží na pořadí, ve kterém násobíme. Znáte to již z počítání s přirozenými čísly.

Někdy se vyplatí si rozmyslet, v jakém pořadí bude násobení nejvýhodnější. Vysvětlete, jaký postup jsme zvolili v následujících příkladech:

$$0{,}2 \cdot 1{,}24 \cdot 0{,}5 = 0{,}10 \cdot 1{,}24 = 0{,}124$$

$$0{,}72 \cdot 4 \cdot 0{,}25 = 0{,}72 \cdot 1{,}00 = 0{,}72$$

11. Vypočtěte:

a) $2 \cdot 12 \cdot 0{,}005$ b) $2{,}5 \cdot 7 \cdot 0{,}5$ c) $2{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 6$

d) $5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}45$ e) $0{,}4 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}3$ f) $0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 3{,}5$

CVIČENÍ 2

1. Určete součet a rozdíl čísel:

a) 46,7 a 24,35 b) 1,324 a 0,676

2. Vypočtěte:

a) $3{,}72 + 0{,}625 + 4{,}3$ b) $62{,}35 - 17{,}8 + 9{,}45$

c) $103{,}4 - 12{,}49 - 17{,}9$ d) $509{,}13 + 603 - 112{,}13$

□ **3.** Každé z následujících čísel odečtěte od čísla 1: 0,7; 0,25; 0,04; 0,072; 0,006; 0,300 5

4. Eva si chce vyrobit z výkresu krabičku bez víka a potřebuje ji mít 4,5 cm vysokou. Bude ji skládat z výkresu, který má rozměry 29,6 cm a 21 cm. Jaké budou rozměry dna krabičky?

□ 5. Dané číslo vynásobte jak deseti, tak stem:

a) 15,24 b) 0,378 c) 356 d) 2,3

□ 6. Každé z čísel 5; 2,5; 3,25; 0,783; 12,007 5 vynásobte tisícem.

7. Určete, které číslo patří do rámečku:

a) $3{,}6 \cdot \square = 3\,600$ b) $\square \cdot 1\,000 = 512{,}3$

c) $10\,000 \cdot \square = 1\,009{,}8$ d) $\square \cdot 100 = 70{,}5$

e) $\square \cdot 0{,}089 = 8{,}9$ f) $4{,}25 \cdot \square = 42\,500$

8. Vedoucí oddílu nakoupil na půldenní výlet svačiny pro 10 dětí. Každému koupil dva rohlíky, sýr a vitamínový nápoj. Rohlík stál 1,20 Kč, sýr 5,40 Kč a nápoj 5,70 Kč. Kolik korun vedoucí zaplatil za celý nákup?

□ 9. Číslo

a) 0,4; b) 0,12

vynásobte postupně všemi jednocifernými přirozenými čísly.

10. Vypočtěte obvod čtverce o straně a, je-li:

a) $a = 2{,}5$ cm b) $a = 7{,}8$ cm c) $a = 10{,}2$ cm d) $a = 23{,}9$ cm

11. Určete součin:

a) $6{,}072 \cdot 58$ b) $105 \cdot 92{,}43$ c) $127 \cdot 0{,}459$

12. Vynásobte číslo 23 postupně čísly 5; 2,4; 1,2; 1; 0,9; 0,75 a 0,3. Porovnejte každý z vypočtených součinů s číslem 23. Jakým číslem musíme vynásobit číslo 23, aby vyšlo číslo větší než 23?

□ **13.** Vynásobte každé z čísel 134; 52,3; 0,8; 5,49 číslem:

a) 0,1 b) 0,01

14. Marek koupil v papírnictví tři sešity po 4,80 Kč a 25 čtvrtek papíru po 90 haléřích. Platil padesátikorunou. Kolik korun dostal vráceno?

□ **15.** Vynásobte zpaměti:

a) $0{,}3 \cdot 0{,}8$	b) $1{,}5 \cdot 0{,}03$	c) $0{,}07 \cdot 1\,000$
$0{,}3 \cdot 1{,}2$	$1{,}5 \cdot 4$	$0{,}07 \cdot 1{,}1$
$0{,}3 \cdot 9$	$1{,}5 \cdot 0{,}5$	$0{,}07 \cdot 0{,}04$
$0{,}3 \cdot 100$	$1{,}5 \cdot 1\,000$	$0{,}07 \cdot 0{,}6$

16. Vynásobte:

a) $2{,}4 \cdot 73{,}5$	b) $4{,}2 \cdot 4{,}2$	c) $10{,}5 \cdot 0{,}168$
d) $0{,}56 \cdot 0{,}315$	e) $24{,}5 \cdot 720$	f) $56 \cdot 31{,}5$

17. Hanákovi chovají na farmě slepice. Vejce od nich vykupuje společnost, se kterou mají smlouvu o cenách. V letním období obdrží za jedno vejce 1,30 Kč a v zimním období 2,10 Kč. O kolik korun více dostanou Hanákovi za 2 700 vajec odevzdaných v zimě než za stejné množství odevzdané v létě?

18. Vynásobte:

a) $0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3$	b) $0{,}2 \cdot 5 \cdot 0{,}4$	c) $4 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}3$
$0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2$	$5 \cdot 0{,}8 \cdot 2$	$2 \cdot 2{,}7 \cdot 0{,}5$
$0{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5$	$8 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4$	$3{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}62$

19. Vypočtěte:

a) $(3{,}16 - 2{,}18) \cdot 5 + 8{,}4 - 3{,}3$

b) $3 \cdot (2{,}6 - 1{,}7) + 2 \cdot (12{,}4 - 9{,}65)$

c) $5 - 3{,}2 + 7 \cdot 8{,}2 - (5{,}2 - 2{,}9) \cdot 4$

d) $100 - [40 - (5{,}2 - 3{,}7)] + 1{,}5 \cdot 18$

20. Obvod čtyřúhelníku je 17 cm. Jedna z jeho stran měří 2,5 cm, druhá strana je 1,2krát delší. Délka třetí strany je dvojnásobkem délky druhé strany. Vypočtěte délku zbývající strany čtyřúhelníku.

∗ **21.** Jak se změní součin dvou činitelů, jestliže první činitel

a) se zvětší 2,2krát a druhý činitel se nezmění,

b) se změní 0,8krát a druhý činitel se zvětší 2,5krát,

c) se zmenší dvakrát a druhý činitel se zvětší 2,6krát,

d) se zvětší pětkrát a druhý činitel se zmenší 2,5krát,

e) se zmenší pětkrát a druhý činitel se zvětší 2,5krát.

■ **22.** Karel zalil každý z dvanácti stromků, které s dědečkem zasadili podél plotu, celou konví vody. Kolik metrů s konví nejméně ušel, jestliže sud s vodou byl postaven u prvního stromku a každé dva sousední stromky byly od sebe vzdáleny 3,8 m? Karel měl pouze jednu konev, každý strom zaléval z bezprostřední blízkosti a nakonec konev odnesl zpět k sudu.

4 DĚLENÍ DESETINNÝCH ČÍSEL

Poslední početní operací, kterou se budeme zabývat, je *dělení*. Prozatím jste se učili dělit pouze *jednociferným číslem*. Nejprve si toto dělení připomeneme, pak přejdeme k dělení, kdy dělitelem bude víceciferné přirozené číslo. Nakonec se naučíme dělit desetinným číslem.

Jak již víte, dělení je operace „opačná“ k násobení:

$$20 : 4 = 5, \qquad \text{protože} \qquad 5 \cdot 4 = 20$$

To nám umožňuje kontrolovat výsledky dělení násobením.

? Jak dělíme *přirozeným* číslem?

Dělíme-li desetinné číslo přirozeným číslem, postupujeme podobně, jako bychom dělili číslo bez desetinné čárky. V podílu zapíšeme desetinnou čárku ihned, jakmile ji „překročíme“ v dělenci.

Začneme ukázkou dělení jednociferným dělitelem:

45,44 : 8 = 5,68
 5 4
  64
   0

Další dva příklady jsme vybrali z Ondrova sešitu.

10,7,6 : 4 = 26,9
27
 36
  0

zk.: 26,9 · 4 = 107,6

17,71 : 7 = 2,53
 37
  21
   0

zk.: 2,53 · 7 = 17,71

Všimněte si, že Ondra vždy zkontroloval výsledek svého dělení násobením. Dělejte to také, a to i u příkladů, kde my zkoušku vynecháváme.

V obou Ondrových příkladech dělení „začalo" před desetinnou čárkou. Nyní uvedeme z Honzova sešitu dva příklady, kdy tomu tak není.

0,984 : 8 = 0,123
 18
  24
   0

0,27711 : 9 = 0,03079
 071
  81
   0

Honza vždy „zarážkou" vyznačil desetinné místo, kde dělení „začalo". Podle toho „uvedl" výsledek správným počtem nul.

Přejdeme nyní k dělení víceciferným číslem. Na předchozím postupu se při tom nic nezmění. Počítáme opět, jako bychom dělili číslo bez desetinné čárky. Tu ve „správný okamžik" zapíšeme do výsledku.

Porovnejte nejprve dvě dělení, jedno „bez čárky", druhé „s čárkou":

1 053 : 27 = 39	10 53 : 27 = 0 39
243	2 43
0	0

Protože v prvním kroku jsme číslem 27 dělili číslo 105, „začíná" výsledek druhého dělení až za desetinnou čárkou, a to na místě desetin.

Prohlédněte si ještě dva příklady z Barbořina sešitu:

$$
\begin{array}{lcl}
20{,}8 : 16 = \underline{1{,}3} & \qquad & 9{,}38 : 35 = \underline{0{,}268} \\
\;\;48 & & \;238 \\
\;\;\;\;0 & & \;\;280 \\
 & & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

Výpočet druhého příkladu Barbora dokončila tak, že před posledním dělením sepsala číslici 0 z místa tisícin, která je v zápisu čísla 9,38 „zamlčena“. Kdyby ani pak dělení neskončilo, mohla by sepisovat nuly z dalších míst. Někdy ani takové sepisování není nic platné – dělení nelze ukončit. Například:

$$
\begin{array}{l}
0{,}1 \quad\;\; : 3 = 0{,}033\,3\ldots \\
\;\;10 \\
\;\;\;10 \\
\;\;\;\;10 \\
\;\;\;\;\;1 \\
\;\;\;\;\;\vdots
\end{array}
$$

V takových případech výsledek po určitém počtu kroků *zaokrouhlujeme*. Zaokrouhlováním se budeme podrobně zabývat ještě v této kapitole.

Než si dělení procvičíme na příkladech, zmíníme se o dělení čísly 10, 100, 1 000, ... Všimněte si rovností:

$$
\begin{aligned}
28{,}35 : 10 &= 2{,}835 \\
1\,597{,}2 : 100 &= 15{,}972 \\
487{,}269 : 1000 &= 0{,}487\,269
\end{aligned}
$$

$$
1\underbrace{3{,}28}_{\text{3 místa}}4 : 1\underbrace{000}_{\text{3 nuly}} = 0{,}013\,284
$$

Při dělení číslem 10 posuneme v děleném čísle desetinnou čárku o jedno místo *doleva*. Podobně při dělení číslem 100 ji posuneme doleva o dvě místa, při dělení číslem 1 000 o tři místa, ...

$$235{,}71 : 100 = 2{,}357\,1$$

□ **1.** Vypočtěte:

a) $4{,}28 : 2$ b) $0{,}693 : 3$ c) $0{,}012 : 4$ d) $100{,}055 : 5$
e) $0{,}600\,606 : 6$ f) $0{,}000\,007 : 7$ g) $16{,}16 : 8$ h) $99{,}099 : 9$

2. Vydělte:

a) $99{,}8 : 10$ b) $107{,}8 : 11$ c) $24{,}32 : 32$
d) $7{,}6 : 100$ e) $826{,}5 : 57$ f) $145 : 1\,000$
g) $376{,}2 : 99$ h) $0{,}38 : 100$ i) $0{,}608 : 16$

3. Na pile rozřezali každý z pěti stejných trámů o délce 3,36 m pěti řezy na stejně dlouhé kusy. Kolik kusů tak vzniklo a jak dlouhé byly? (Tloušťku řezů zanedbejte.)

4. Víte-li, že $2\,842 : 14 = 203$, určete bez dělení:

a) $28{,}42 : 14$ b) $284{,}2 : 14$ c) $0{,}284\,2 : 14$ d) $2{,}842 : 14$

Jak dělíme *desetinným* číslem?

Nejprve se zmíníme o jedné vlastnosti dělení, kterou již znáte:

Výsledek dělení dvou čísel se nezmění, vynásobíme-li obě čísla deseti, stem, tisícem, ... Například:

$$6 : 2 = 60 : 20 = 600 : 200 = 6\,000 : 2\,000 = \ldots = 3$$

Tímto „trikem“ si budeme pomáhat při dělení desetinnými čísly:

místo 0,125 : 0,5	budeme dělit 1,25 : 5
místo 86,420 2 : 0,02	budeme dělit 8 642,02 : 2
místo 0,16 : 0,004	budeme dělit 160 : 4
místo 2,5 : 0,000 5	budeme dělit 25 000 : 5

V dělenci i děliteli jsme vždy posunuli desetinnou čárku o stejný počet míst doprava. O kolik míst? O tolik, aby se z *dělitele* stalo přirozené číslo. Dělit přirozenými čísly jsme se již naučili.

Prohlédněte si, jak Hanka počítala podíl 10,893 6 : 0,12.

10,8936 : 0,12 /. 100
1089,36 : 12 = 90,78
093
96
0

10,8936 : 0,12 = 90,78

zk.: 90,78
. 0,12
18156
9078
10,8936

Zmíníme se ještě o dělení čísly 0,1; 0,01; 0,001; … Kdybychom například podíl 235,71 : 0,01 počítali postupem, který jsme se právě naučili, přešli bychom k dělení číslem 1:

místo 235,71 : 0,01 počítáme 23 571 : 1 = 23 571

To vlastně znamená, že při dělení číslem 0,01 posuneme desetinnou čárku v dělenci o dvě místa *doprava*.

Stejně by se daly zdůvodnit rovnosti:

$$12{,}58 : 0{,}1 = 125{,}8$$

$$0{,}358 : 0{,}01 = 35{,}8$$

$$58{,}2 : 0{,}001 = 58\,200$$

Při dělení číslem 0,1 posuneme v děleném čísle desetinnou čárku o jedno místo *doprava*. Podobně při dělení číslem 0,01 ji posuneme doprava o dvě místa, při dělení číslem 0,001 o tři místa, ...

□ **5.** Vydělte:

a) 500 : 0,1
500 : 0,01
500 : 0,001

b) 45 : 0,1
45 : 0,01
45 : 0,001

c) 7 : 0,1
7 : 0,01
7 : 0,001

d) 12,5 : 0,1
12,5 : 0,01
12,5 : 0,001

6. Vydělte a proveďte zkoušku násobením:

a) 3,4 : 0,2 b) 6 : 0,03 c) 0,248 : 0,004
d) 525,5 : 0,5 e) 0,168 : 0,6 f) 70,14 : 0,007

7. Vydělte a výsledek zkontrolujte na kalkulačce:

a) 2,28 : 2,4 b) 1,095 : 0,15 c) 0,871 2 : 0,88
d) 530,4 : 10,2 e) 1 998 : 5,55 f) 79,92 : 0,666

Naučili jsme se převádět dělení desetinným číslem na dělení číslem přirozeným. Posunovali jsme při tom desetinnou čárku v dělenci i děliteli *doprava*.

Naproti tomu při dělení 145 : 2 500 je výhodné přejít k dělení číslem 25:

místo 145 : 2 500 budeme počítat 1,45 : 25

Porovnejte dva výpočty:

145 : 2 500 = 0,058	1,45 : 25 = 0,058
14500	1 45
20000	200
0	0

Takto si budeme pomáhat i při jiných děleních:

místo 1 200 : 3 000 počítáme 1,2 : 3 = 0,4

místo 1 200 000 : 60 000 počítáme 120 : 6 = 20

místo 50 : 5 000 počítáme 0,05 : 5 = 0,01

Co mají uvedené příklady společného? Dělitelem je vždy přirozené číslo, které končí jednou nebo více nulami. Tyto nuly „škrtneme", čímž posuneme desetinnou čárku v děliteli o několik míst *doleva*. O stejný počet míst pak posuneme doleva desetinnou čárku i v dělenci.

Prohlédněte si ještě dva Jirkovy výpočty:

59 80$\cancel{0}$: 46$\cancel{0}$	1920 : 75$\cancel{00}$
5 980 : 46 = 130	19,2 : 75 = 0,256
1 38	4 20
00	450
0	0
59 800 : 460 = 130	1920 : 7500 = 0,256

8. Vydělte:

a) 3 640 : 70 b) 47 200 : 8 000 c) 306 000 : 900
d) 3 850 : 11 000 e) 2 250 000 : 1 500 f) 8 640 : 2 400
g) 283 500 : 45 000 h) 3 599 : 590 i) 1 955 000 : 850 000

Jak zaokrouhlujeme při dělení?

?

Příklady na dělení, které jsme dosud uvedli, byly vybrány tak, aby výpočet po určitém počtu kroků skončil. Jedinou výjimkou byl příklad 0,1 : 3 na str. 34. U něj jsme se zmínili o tom, že v podobných případech výsledky dělení obvykle zaokrouhlujeme.

Takový je i případ dělení 11 : 7, při kterém vycházejí všechny „průběžné zbytky“ různé od nuly:

$$
\begin{array}{l}
11\quad : 7 = 1{,}571\ldots \\
\;\;40 \\
\;\;\;\;50 \\
\;\;\;\;\;\;10 \\
\;\;\;\;\;\;\;\;3 \\
\;\;\;\;\;\;\;\;\vdots
\end{array}
$$

V takovém případě se rozhodneme, na kolik desetinných míst podíl zaokrouhlíme. Pak řekneme, že jsme podíl určili *s přesností* na zvolený počet desetinných míst (též: s přesností na desetiny, setiny, ...).

Určíme nejprve podíl 11 : 7 s přesností na jedno desetinné místo. Výsledek 1,5, který v průběhu dělení vychází, není správný. Přesný výsledek je bližší číslu 1,6, neboť na místě setin má číslici 7 ($1{,}57\ldots \doteq 1{,}6$). Proto $11 : 7 \doteq 1{,}6$.

Podobně podle číslice 1 na místě tisícin rozhodneme, že podíl 11 : 7 určený s přesností na setiny je roven 1,57 ($1{,}571\ldots \doteq 1{,}57$).

Prohlédněte si další dva příklady:

$$12{,}56 : 7{,}18 = 1\,256 : 718 = 1{,}74\ldots \doteq 1{,}7$$
(přesnost na 1 desetinné místo)

$$3{,}45 : 44{,}7 = 34{,}5 : 447 = 0{,}077\ldots \doteq 0{,}08$$
(přesnost na 2 desetinná místa)

Často stačí vypočítat jen předepsaný počet číslic výsledku a „poslední zbytek“. Podle něj totiž obvykle bez dělení odhadneme, zda je další číslice výsledku menší než 5 či nikoliv (a zda tedy zaokrouhlovat „dolů“ či „nahoru“).

Takovým způsobem zaokrouhlovala v následujících příkladech Jana. Při zaokrouhlování dolů (první příklad) už „neúplný“ výsledek znovu nepřepisovala.

100 : 24 ≐ $\underline{4}$	1234 : 21 = 58,... ≐ $\underline{\underline{59}}$	34 481 : 54 = 662,... ≐ $\underline{\underline{663}}$
40	184	358
	160	161
		470

9. Podíl 13 : 6 vypočtěte s přesností
   a) na jedno desetinné místo, b) na dvě desetinná místa.

10. Vypočtěte s přesností na setiny:
   a) 7 : 3 b) 3 : 7 c) 0,3 : 0,07
   d) 0,7 : 3 e) 70 : 0,3 f) 0,003 : 7

CVIČENÍ 3

□ 1. Ke každému z daných čísel určete číslo třikrát menší: 21; 2,1; 0,21; 0,000 021; 0,021

2. Vydělte a proveďte zkoušku násobením:

a)	b)	c)
9,6 : 4	52,41 : 10	13,53 : 11
2,52 : 6	5,24 : 100	547,2 : 12
28,14 : 7	2 540 : 1 000	10,14 : 13
16,032 : 8	14,25 : 100	127,68 : 14
0,021 6 : 9	24,5 : 1 000	0,544 : 16

3. Jana šla s maminkou koupit do obchodu jablka. Všimla si, že tatáž jablka, jichž 1 kg stojí 20,50 Kč, mají také balená ve čtyřkilogramových sáčcích za 74,40 Kč. Koupily s maminkou dva tyto sáčky. Kolik korun ušetřily na jednom kilogramu jablek tím, že daly přednost jablkům baleným? Kolik Kč tak uspořily celkem?

4. Vydělte a výsledek zkontrolujte na kalkulačce:
   a) 2,555 : 0,7 b) 17,64 : 2,1 c) 1,96 : 0,35
   d) 3,78 : 4,2 e) 0,63 : 7,5 f) 0,358 8 : 0,92

5. Přesvědčte se, že výsledky dělení 1,360 8 : 24 a 21,546 : 0,38 jsou čísla, která se liší pouze umístěním desetinné čárky.

■ **6.** Vypočtěte, kolik udělá dospělý člověk přibližně kroků, než ujde vzdálenost 1 km. Vycházejte z toho, že krok dospělého člověka měří asi 0,75 m. Kolik kroků potřebuje k překonání téže vzdálenosti chlapec, jehož krok je dlouhý asi 0,65 m?

7. Zjistěte, která čísla patří do prázdných polí tabulky:

dělenec	11,2	112		1,12	11,2
dělitel		0,14	14	0,014	
podíl	8		0,8		0, 08

8. Vypočtěte s přesností na jedno desetinné místo:

a) 58,77 : 9 b) 39,524 : 100 c) 11,28 : 3,4
d) 578,2 : 1 000 e) 42,89 : 8 f) 0,349 : 0,52

9. V nádrži, do které se vejde 500 l vody, je napuštěno pouze 272 l. Za jak dlouho se nádrž zaplní od okamžiku, kdy se otevře kohoutek, kterým do ní bude přitékat 9,5 l vody za minutu?

■ **10.** Výsledky dělení 135,3 : 1,1; 50,16 : 0,11 a 8,679 : 0,011 tvoří zajímavou trojici čísel. Najděte ji.

11. Vydělte a výsledky zkontrolujte na kalkulačce:

a) 224,1 : 8,3 b) 0,945 : 0,9 c) 0,207 : 0,45
d) 1,612 : 6,2 e) 0,350 7 : 0,07 f) 52,9 : 0,23

12. Zahradník chce keříky růží obklopit (ze všech čtyř stran) travnatý čtverec o straně 4,2 m. Rozhodl se, že sousední keříky vysadí ve vzdálenosti 0,6 m. Kolik keříků bude potřebovat? Kolik jich bude na každé straně čtverce?

13. Vypočtěte:

a) $3{,}57 : 0{,}1$
$3{,}57 : 0{,}01$
$3{,}57 : 0{,}001$

b) $3{,}57 \cdot 10$
$3{,}57 \cdot 100$
$3{,}57 \cdot 1\,000$

c) $2{,}46 : 0{,}01$
$0{,}758 : 0{,}1$
$0{,}054\,28 : 0{,}001$

14. Zjistěte, která čísla patří do prázdných polí tabulky:

x	10	100	1	9	0,6
$0{,}2 \cdot x$					
$4{,}5 \cdot x$					
$x : 0{,}2$					
$x : 100$					

15. Vypočtěte:

a) $36\,800 : 400$
$3\,680 : 400$
$368 : 400$

b) $20\,700 : 90$
$207 : 90$
$20{,}7 : 90$

c) $1\,050 : 140$
$7\,725\,000 : 2\,500$
$735\,735 : 910$

■ **16.** V červnu 1997 bylo uveřejněno v novinách, že na celém světě žije asi 5 850 000 000 lidí. Kolikrát je to více než v České republice, která má přibližně 10 000 000 obyvatel? Kolik lidí z ostatních zemí světa připadá na jednoho našeho občana?

17. Vydělte s přesností na setiny:

a) $1 : 3$, $2 : 3$, $4 : 3$, $5 : 3$, $7 : 3$, $8 : 3$
b) $1 : 6$, $2 : 6$, $4 : 6$, $5 : 6$, $7 : 6$, $8 : 6$
c) $1 : 7$, $2 : 7$, $3 : 7$, $4 : 7$, $5 : 7$, $6 : 7$

** **18.** Určete dvě čísla, pro která platí:

a) jejich součet je 40 a jejich podíl je 7
b) jejich součet je 40 a jejich podíl je 15
c) jejich součet je 40 a jejich podíl je 1,5

5 PŘEVÁDĚNÍ JEDNOTEK

Pokud chceme vyjádřit hodnoty některých *veličin* (času, délky, obsahu atd.), nestačí nám samotná *čísla*. Musíme je doplnit *jednotkami*, v kterých jsou tyto veličiny měřeny.

Řeknete-li svému kamarádovi: „Cesta mi trvala 6“, nemůže si udělat žádnou představu, jak dlouho jste vlastně cestovali. Teprve doplníte-li svůj údaj o patřičnou *jednotku času*: např. 6 minut, 6 hodin či 6 dnů, bude vaše informace „úplná“.

K vyjádření hodnot téže veličiny se používají různé jednotky (např. čas se udává v *sekundách*, *minutách* atd.). Zopakujme nyní, jak se tyto jednotky *převádějí*, tzn. jak se hodnota veličiny vyjádřená některou jednotkou vyjádří v jednotkách jiných.

?

Jak převádíme jednotky *času*?

Jednotky času jsou zřejmě jedny z nejstarších používaných jednotek. Objevují se v nich pozůstatky *šedesátkové* soustavy, kterou užívali staří Babyloňané. Jejich převádění nám proto dnes dělá největší obtíže.

V běžném životě se časové údaje zapisují zkráceně mnoha různými způsoby. Např. údaj 5 hodin 10 minut můžete vidět zapsaný jako

5.10, 5 h 10 min, 5^{10} h, 5 : 10

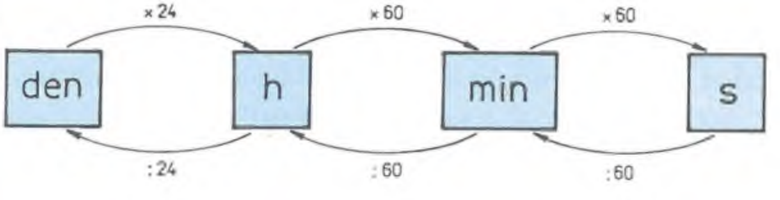
i jinak. V matematice jej budeme zapisovat 5 h 10 min.

Nejpoužívanější jednotky času se v matematice značí takto:

hodina .... h
minuta .... min
sekunda .... s

Je třeba si pamatovat:

$$1\,\text{den} = 24\,\text{h}, \qquad 1\,\text{h} = 60\,\text{min}, \qquad 1\,\text{min} = 60\,\text{s}$$



□ **1.** Doplňte zápisy:

a) 1 rok = ... dnů
b) 1 rok = ... měsíců
c) 1 měsíc = ... dnů
d) 1 týden = ... dnů
e) 1 den = ... h
f) 1 h = ... min
g) 1 min = ... s
h) 1 h = ... s

2. Doplňte:

a) 1 h 20 min = ... min
b) 85 min = ... h ... min
c) 1 h 5 min = ... min
d) 1 h 50 min = ... s
e) 1 den = ... min
f) 1 den = ... s

∗ **3.** Vyjádřete časové údaje v celých hodinách a minutách:

a) 0,2 h
b) 0,8 h
c) 1,5 h
d) 1,6 h
e) 2,9 h
f) 5,5 h
g) 0,25 h
h) 7,75 h

∗ **4.** Vypočtěte:

a) 2 h 15 min + 2 h 50 min
b) 13 min 24 s − 5 min 38 s
c) 17 min 13 s · 5
d) 8 min 40 s · 2
e) 14 min 33 s : 3
f) 8 min 45 s : 5

Z šedesátkové soustavy vycházejí nejen převodní vztahy mezi různými jednotkami času, ale také vztahy mezi jednotkami *velikosti úhlu* – stupni, minutami a vteřinami. Podrobně jsme se jim věnovali v předchozím sešitu *Úvodní opakování*.

? Jak převádíme jednotky dalších veličin?

Jednotky jiných veličin, které dnes používáme, jsou „mladší“ než jednotky času. Lidé je zvolili v době, kdy již užívali *desítkovou poziční soustavu*. U každé veličiny máme kromě *výchozí* jednotky (metr, gram, litr, ...) i jednotky *odvozené*. Každá odvozená jednotka je desetinásobkem, stonásobkem, ..., desetinou, setinou, ... výchozí jednotky. Jejich názvy se odvozují pomocí *předpon*, které jsou souhrnně zapsány v následující tabulce:

Značka	Znění	Význam	Příklad
k	kilo-	tisíc	1 km = 1 000 m
h	hekto-	sto	1 hl = 100 l
da	deka-	deset	
d	deci-	desetina	1 dl = 0,1 l
c	centi-	setina	1 cm = 0,01 m
m	mili-	tisícina	1 mg = 0,001 g

Jednotku s předponou *deka-* jsme neuvedli úmyslně. Jediný příklad, který se v praxi používá, 1 dekagram, se u nás totiž tradičně zapisuje 1 dkg, tedy značkou dk , a nikoli da .

Uvedené předpony mají svůj původ v řeckých nebo latinských slovech. Vyjmenovali jsme pouze nejběžnější, mnozí z vás jistě slyšeli i jednotky s jinými předponami, např. *mega-* (milion), nebo *mikro-* (miliontina). S takovými jednotkami se podrobně seznámíte ve fyzice.

Jak převádíme jednotky *hmotnosti*?

Výchozí jednotkou hmotnosti je **1 gram** (značka **1 g**). Odvozené jednotky jsou uvedeny v tabulce:

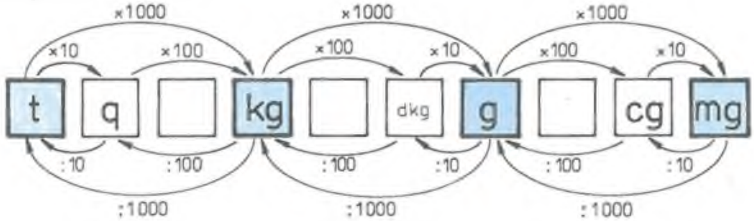
Název	Značka	Převodní vztah
1 kilogram	1 kg	1 kg = 1 000 g
1 dekagram	1 dkg	1 dkg = 10 g
1 centigram	1 cg	1 cg = 0,01 g
1 miligram	1 mg	1 mg = 0,001 g

V běžném životě se používají také jednotky *tuna* a *metrický cent*. Ty však nepatří do soustavy jednotek, které se mají používat např. ve fyzice.

- **1 tuna** (značka **1 t**) je tisíckrát větší než 1 kg (1 t = 1 000 kg).
- **1 metrický cent** (značka **1 q**) je stokrát větší než 1 kg (1 q = 100 kg).

Základní jednotkou hmotnosti je 1 kg.

V následujícím schématu jsou přehledně znázorněny převodní vztahy mezi různými jednotkami hmotnosti:



Prázdné čtverečky odpovídají jednotkám, které se neužívají nebo užívají jen zřídka: byly by to např. hektogram či decigram.

5. Doplňte:

a) 1 t = ... q
b) 4 t = ... q
c) 0,5 q = ... kg
d) 1 q = ... t
e) 6 t = ... kg
f) 35 kg = ... q
g) 1 q 3 kg = ... kg
h) 0,5 t = ... kg
i) 35 mg = ... g
j) 750 mg = ... kg

6. Doplňte správné jednotky:

a) 35 dkg = 0,35 ...
b) 25 kg = 0,25 ...
c) 3,5 kg = 350 ...
d) 4 kg = 4 000 ...
e) 3 q 5 kg = 305 ...
f) 3,5 kg = 0,003 5 ...

7. Vyjádřete v daných jednotkách hmotnosti:

a) 4 kg = ... q = ... t = ... dkg = ... g
b) 12 g = ... mg = ... dkg = ... kg = ... t

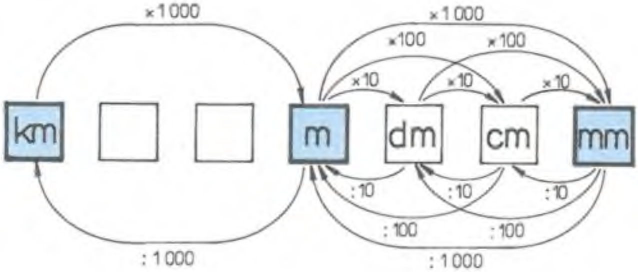
? Jak převádíme jednotky *délky*?

Základní jednotkou délky je **1 metr** (značka **1 m**). Další jednotky jsou opět uvedeny v tabulce:

Název	Značka	Převodní vztah
1 kilometr	1 km	1 km = 1 000 m
1 decimetr	1 dm	1 dm = 0,1 m
1 centimetr	1 cm	1 cm = 0,01 m
1 milimetr	1 mm	1 mm = 0,001 m

Možná jste již slyšeli i o jiných jednotkách délky, které se ještě nyní výjimečně používají – *zeměpisná míle, námořní míle, uzel, stopa, loket, palec, yard*. Zkuste sami zjistit, kolik metrů musí uběhnout atleti při překážkovém běhu na 110 yardů.

Vztahy mezi různými jednotkami délky jsou opět zřejmé z následujícího schématu:



8. Vyjádřete v daných jednotkách délky:

a) 1 m = ... dm = ... cm = ... mm = ... km
b) 25 m = ... dm = ... cm = ... mm = ... km
c) 0,04 m = ... dm = ... cm = ... mm = ... km
d) 1 km = ... m = ... dm = ... cm = ... mm
e) 0,015 km = ... m = ... dm = ... cm = ... mm

9. Doplňte správné jednotky:

a) 7 dm = 70 ...
7 dm = 700 ...
7 dm = 0,7 ...
7 dm = 0,000 7 ...

b) 32 cm = 320 ...
32 cm = 0,32 ...
32 cm = 3,2 ...
32 cm = 0,000 32 ...

c) 0,5 m = 50 ...
0,5 m = 5 ...
0,5 m = 500 ...
0,5 m = 0,000 5 ...

d) 0,000 3 km = 3 ...
0,000 3 km = 300 ...
0,000 3 km = 0,3 ...
0,000 3 km = 30 ...

10. Doplňte:

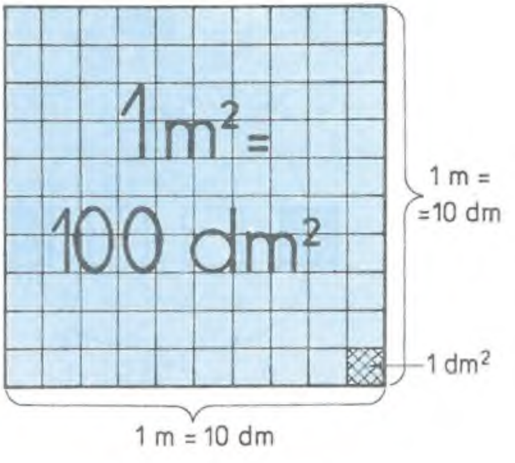
a) 0,9 m = ... cm
b) 12 000 m = ... km
c) 1 m 3 cm = ... cm
d) 0,25 m = ... mm
e) 12 cm 5 mm = ... m
f) 250 cm = ... m

? Jak převádíme jednotky *obsahu*?

Základní jednotkou obsahu je **1 metr čtverečný** (značka **1 m²**). Takový obsah má například čtverec o straně délky 1 m.

Rozdělíme-li každou stranu takového čtverce na deset dílů a „protilehlé" body spojíme úsečkami, rozdělíme tak výchozí čtverec na $10 \cdot 10$, tj. 100 menších čtverců o straně délky 1 dm. Obsah každého z těchto čtverců je $1\,\mathrm{dm}^2$. Proto platí

$$1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{dm}^2.$$



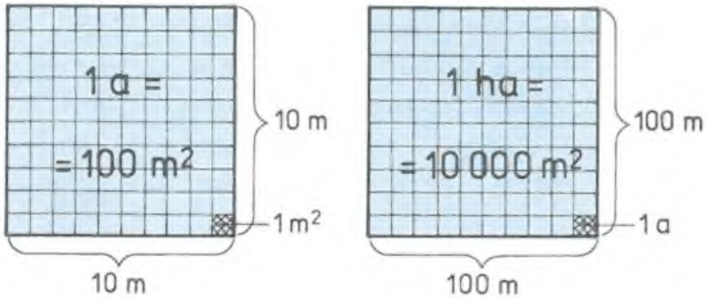
Podobně je možné odvodit i další převodní vztahy mezi jednotkami obsahu. Jsou uvedeny v následující tabulce:

Název	Značka	Převodní vztah
1 kilometr čtverečný	$1\,\mathrm{km}^2$	$1\,\mathrm{km}^2 = 1\,000\,000\,\mathrm{m}^2$
1 decimetr čtverečný	$1\,\mathrm{dm}^2$	$1\,\mathrm{dm}^2 = 0{,}01\,\mathrm{m}^2$
1 centimetr čtverečný	$1\,\mathrm{cm}^2$	$1\,\mathrm{cm}^2 = 0{,}000\,1\,\mathrm{m}^2$
1 milimetr čtverečný	$1\,\mathrm{mm}^2$	$1\,\mathrm{mm}^2 = 0{,}000\,001\,\mathrm{m}^2$

V běžném životě (zejména v zemědělství) se používají další jednotky – *ar* a *hektar*.

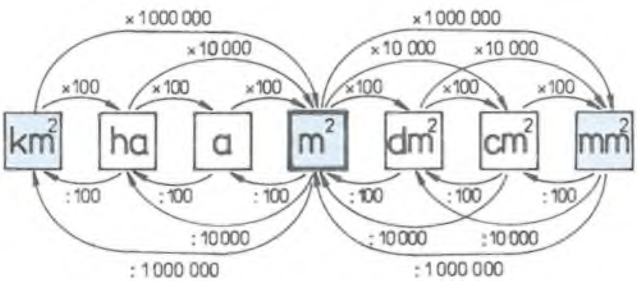
- **1 ar** (značka **1 a**) je obsah čtverce o straně 10 m.
- **1 hektar** (značka **1 ha**) je obsah čtverce o straně 100 m.

1 ar je tedy stokrát větší než $1\,\mathrm{m}^2$ ($1\,\mathrm{a} = 100\,\mathrm{m}^2$). 1 hektar je desettisíckrát větší než $1\,\mathrm{m}^2$ ($1\,\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m}^2$).

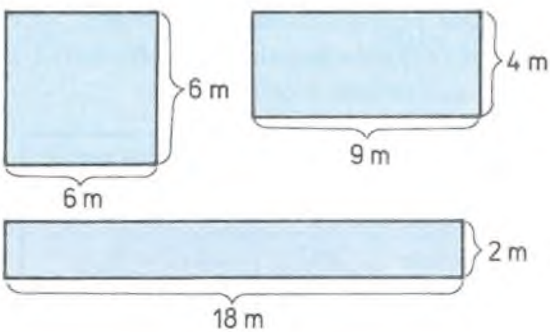


$$1\,\mathrm{ha} = 100\,\mathrm{a}$$

V následujícím schématu jsou přehledně znázorněny převodní vztahy mezi jednotkami obsahu:



11. Porovnejte výměry tří zahrádek různých tvarů:



12. Vyjádřete v daných jednotkách obsahu:

a) $1\,m^2 = \dots\ dm^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2 = \dots\ km^2$
b) $2\,m^2 = \dots\ dm^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2 = \dots\ km^2$
c) $25\,m^2 = \dots\ dm^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2 = \dots\ km^2$
d) $0{,}04\,m^2 = \dots\ dm^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2 = \dots\ km^2$
e) $5\,dm^2 = \dots\ m^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2$
f) $146\,dm^2 = \dots\ m^2 = \dots\ cm^2 = \dots\ mm^2$

13. S pomocí vhodného náčrtku doplňte:

a) $1\,mm^2 = \dots\ cm^2$
$1\,mm^2 = \dots\ dm^2$
$1\,mm^2 = \dots\ m^2$

b) $1\,dm^2 = \dots\ cm^2$
$1\,dm^2 = \dots\ m^2$
$1\,dm^2 = \dots\ mm^2$

c) $1\,a = \dots\ m^2$
$1\,a = \dots\ ha$
$1\,a = \dots\ km^2$

d) $1\,ha = \dots\ a$
$1\,ha = \dots\ m^2$
$1\,ha = \dots\ km^2$

14. Doplňte:

a) $700\,m^2 = \dots\ a$
b) $25\,mm^2 = \dots\ cm^2$
c) $700\,a = \dots\ ha$
d) $2{,}5\,m^2 = \dots\ dm^2$
e) $3{,}5\,ha = \dots\ a$
f) $2{,}5\,dm^2 = \dots\ m^2$
g) $0{,}1\,ha = \dots\ m^2$
h) $250\,m^2 = \dots\ ha$

15. Doplňte správné jednotky:

a) $25\,cm^2 = 2\,500\ \dots$
$25\,cm^2 = 0{,}25\ \dots$
$25\,cm^2 = 0{,}002\,5\ \dots$

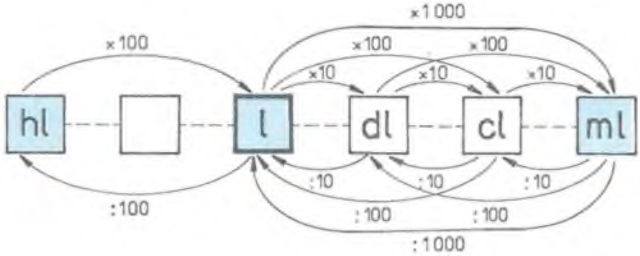
b) $7\,a = 700\ \dots$
$7\,a = 0{,}000\,7\ \dots$
$7\,a = 0{,}07\ \dots$

? Které jednotky *objemu* již znáte?

Již v základní škole jste poznali důležitou jednotku, užívanou v běžném životě k měření objemů (zejména kapalin a plynů), a to **1 litr** (značka **1 l**). Další jednotky jsou opět uvedeny v tabulce:

Název	Značka	Převodní vztah
1 hektolitr	1 hl	1 hl = 100 l
1 decilitr	1 dl	1 dl = 0,1 l
1 centilitr	1 cl	1 cl = 0,01 l
1 mililitr	1 ml	1 ml = 0,001 l

Vztahy mezi různými jednotkami objemu jsou dobře vidět v následujícím schématu:



Dříve se používaly i jiné jednotky objemu, například *měřice* nebo *věrtel*.

Nyní se používají i další jednotky. Jsou podobně jako jednotky obsahu „odvozeny" od jednotky délky – metru. Je to např. $1\,m^3$ (metr krychlový). S nimi se seznámíte až při počítání objemů těles.

16. Převeďte na dané jednotky objemu:

a) 1 l = ... dl = ... cl = ... ml = ... hl
b) 30 l = ... dl = ... cl = ... ml = ... hl
c) 0,05 l = ... dl = ... cl = ... ml = ... hl

17. Doplňte správné jednotky:

a) 0,25 l = 250 ...
0,25 l = 25 ...
0,25 l = 2,5 ...

b) 0,3 hl = 30 ...
0,3 hl = 300 ...
0,3 hl = 30 000 ...

c) 447 cl = 44,7 ...
447 cl = 4 470 ...
447 cl = 4,47 ...

d) 5 500 ml = 0,055 ...
5 500 ml = 550 ...
5 500 ml = 5,5 ...

18. Doplňte:

a) 0,8 l = ... cl
b) 12 000 ml = ... hl
c) 3 cl = ... l
d) 0,25 l = ... ml
e) 12 hl = ... ml
f) 250 dl = ... l

CVIČENÍ 4

1. Kolik hodin uplyne v jednom týdnu od 8 hodin v pondělí ráno do 12 hodin v pátek v poledne?

2. Určete datum stého dne letošního kalendářního roku.

3. Kolik minut zbývá Evě do odjezdu vlaku?

4. Tomáš četl v sobotních novinách: „Slunce dnes vychází v 6.50 a zapadá v 17.37. Měsíc vychází v 18.38 a zapadá v neděli ráno v 6.56.“ Spočítal si, jak dlouhý bude v sobotu den. Udělejte to také.

□ 5. Uveďte příklady zboží, jehož hmotnost bývá obvykle uváděna
   a) v kilogramech,
   b) v dekagramech,
   c) v gramech,
   d) v miligramech,
   e) v tunách,
   f) v metrických centech.

□ 6. Určete
   a) kolik kilogramů je 9 t, 3 q, 2 000 g, 10 dkg,
   b) kolik gramů je 5 kg, 0,25 kg, 1 dkg, 4 cg, 4 mg.

7. Určete, který ze znaků $<$, $>$, $=$ je třeba doplnit do rámečku, má-li být vzniklý zápis pravdivý:
   a) 0,8 kg □ 80 g
   b) 1 300 kg □ 1,3 t
   c) 51 dkg □ 0,5 kg
   d) 17 q □ 1 t
   e) 20 cg □ 12 g
   f) 500 mg □ 0,5 g

8. Vyjádřete v kilogramech (užijte desetinná čísla):
   a) 1 dkg 1 g
   b) 5 dkg 3 g
   c) 8 cg 5 mg

9. Určete

a) kolik metrů je 12 km, 0,8 km, 62 dm, 62 cm, 345 mm,

b) kolik milimetrů je 6 m, 0,6 m, 0,06 m, 0,006 m,

c) kolik decimetrů je 13 m, 1,3 m, 0,13 m, 0,013 m.

10. Vyjádřete v jednotkách uvedených v závorce:

a) 3 m (dm, cm, mm)   b) 8 dm (m, cm, mm)

c) 5 cm (m, dm, mm)   d) 11 mm (m, dm, cm)

11. Vyjádřete:

a) v m^2: 5 a, 5 ha, 5 km^2, 5 dm^2, 5 cm^2

b) v dm^2: 12 m^2, 12 mm^2, 12 cm^2, 1,2 m^2

12. Doplňte:

a) 0,4 ha = ... a   b) 72 cm^2 = ... dm^2

c) 75 m^2 = ... a   d) 0,1 m^2 = ... dm^2

e) 6,2 a = ... m^2 f) 513 dm^2 = ... m^2

13. Doplňte tabulku:

Obsah	4 m^2	0,7 m^2	9 dm^2	35 dm^2	0,2 dm^2
v cm^2					

14. Vyjádřete v litrech množství vody, které je možno nalít do odměrek po rysku:

15. Doplňte tabulky:

a)

hl	l
2	
0,75	
	2
	305

b)

l	dl
0,5	
	3
	185
2,3	

c)

l	ml
0,05	
3	
	980
	1 500

16. Najděte chybné zápisy:

a) $12{,}5\,\text{m} = 1\,250\,\text{dm}$ b) $6\,\text{a} = 60\,\text{m}^2$
c) $88\,\text{cm} = 0{,}88\,\text{m}$ d) $0{,}3\,\text{ha} = 300\,\text{m}^2$
e) $2{,}7\,\text{dm} = 270\,\text{mm}$ f) $9\,\text{m}^2 = 900\,\text{dm}^2$
g) $503\,\text{mm} = 5{,}03\,\text{m}$ h) $5\,\text{cm}^2 = 0{,}5\,\text{dm}^2$

17. Vyjádřete v jednotkách uvedených v závorce:

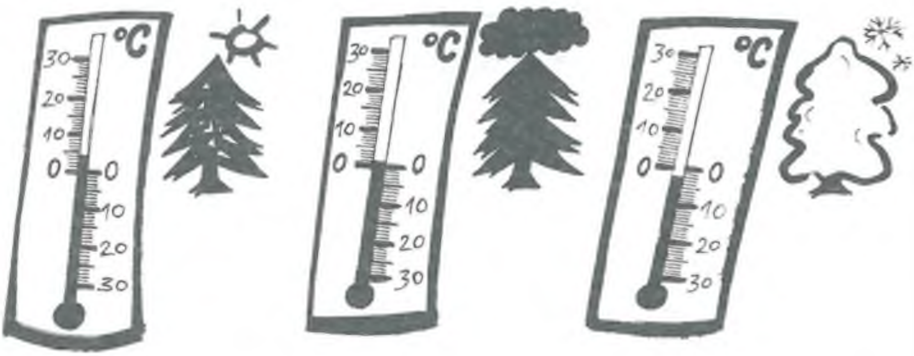
a) 645 m (km) b) 14 t (kg) c) 0,4 l (dl)
d) 8 hl (l) e) 4 h (min) f) 0,4 kg (g)
g) 2,5 q (kg) h) 126 dm (m) i) 8 min (s)

6 CELÁ ČÍSLA

Při televizní předpovědi počasí se na obrazovce objevila mapka České republiky s několika čísly.

Jistě víte, jaký význam tato čísla mají. Udávají ve stupních Celsia teplotu, která je pro danou oblast předpovídána. O čem znaménka + a − před jednotlivými čísly vypovídají? Určují, zda půjde o teplotu „nad nulou“, či „pod nulou“.

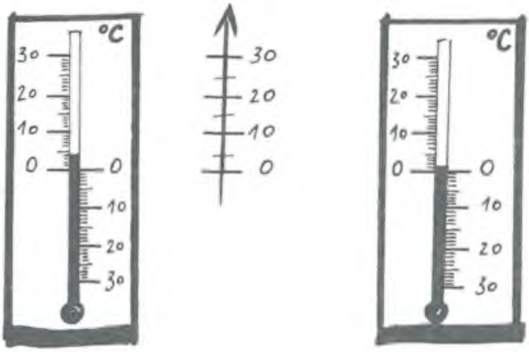
Skutečné hodnoty teploty zjišťujeme na *teploměru*:



čti „plus čtyři“ čti „plus jeden“ čti „mínus dva“

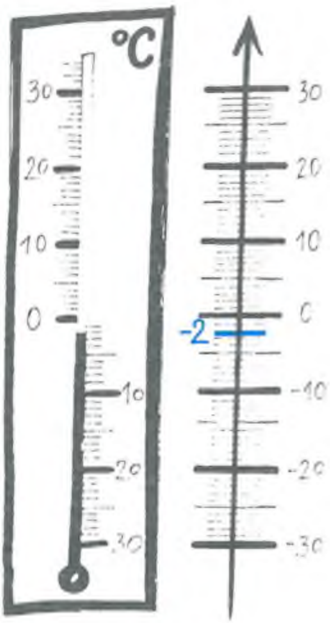
Co jsou *kladná* a *záporná* čísla?

Teploty +4 °C a +1 °C jsme mohli zapsat jednodušeji jako 4 °C a 1 °C. Jsou tedy vyjádřeny (ve stupních Celsia) přirozenými čísly 1 a 4. Tato čísla již umíte znázornit na číselné ose:



Číselná osa, kterou vidíte mezi oběma teploměry, je pro vás možná neobvyklá, protože jste dosud kreslili číselné osy pouze vodorovně. Pro nás je však nyní výhodné mít číselnou osu umístěnou svisle.

Můžeme na stejné svislé číselné ose znázornit i teplotu −2 °C? Ano, pokud osu prodloužíme dolů pod obraz čísla 0:



Teploty „pod nulou“ jsou vyjádřeny novým druhem čísel, kterým říkáme **záporná**.

Teplota $-2\,°C$ je znázorněna číslem -2. Zápis každého záporného čísla začíná znaménkem „minus“. Prohlédněte si ještě několik zápisů záporných čísel doplněných o správný způsob jejich čtení:

-3	„mínus tři“
-584	„mínus pět set osmdesát čtyři“
$-1\,000$	„mínus tisíc“

Vraťme se ještě k naší svislé číselné ose. Čísla znázorněná „nad nulou“ nazýváme **kladná**. Jsou to například čísla 1, 2, 3, 4, ... Chceme-li zdůraznit, že jde o kladné číslo, připisujeme před ně znaménko „plus“:

$$1 = +1, \quad 3 = +3, \quad 102 = +102, \quad 4\,871 = +4\,871$$

Znaménko + u kladného čísla psát můžeme, znaménko − u záporného čísla psát musíme.

Mezi kladná čísla patří nejen čísla přirozená (1, 2, 3, 4, ...), ale také další čísla desetinná (např. 1,2; 0,8; 0,004 apod.).

Podobně záporná nejsou pouze čísla -1, -2, -3, -4, ..., ale také například čísla $-1{,}2$; $-0{,}5$; $-12{,}028$. Říkáme jim *záporná desetinná* čísla a podrobně se jimi budeme zabývat až v 9. kapitole.

Prohlédněte si, kde leží čísla kladná a záporná na číselné ose, kterou tentokrát nakreslíme vodorovně:

Číslo 0 je výjimečné. Neřadíme ho ani k číslům kladným, ani k číslům záporným.

Číselná osa na obrázku je „nasměrována“ obvyklým způsobem: záporná čísla leží nalevo od čísel kladných. „Narůstání“ čísel bývá na číselných osách vyznačováno šipkou.

□ **1.** Z daných čísel vyberte záporná: -2; $5{,}4$; -10; 0; $+8$; $-3{,}2$

□ **2.** Vzpomeňte si na některé situace z běžného života, kdy jste se setkali se zápornými čísly.

Co jsou *celá* čísla?

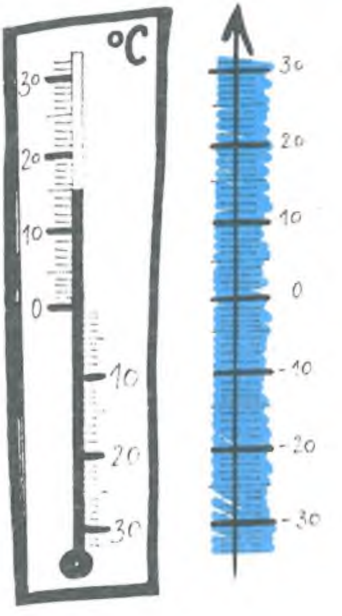
?

Stupnice venkovního teploměru je ocejchována „po jednom“ stupni Celsia. Znamená to, že dílky na jeho stupnici odpovídají „celým“ stupňům Celsia.

Podobně na číselné ose vedle teploměru jsou čárkami vyznačena čísla, kterým říkáme **celá**.

Patří k nim číslo 0, přirozená čísla 1, 2, 3, ... a čísla −1, −2, −3, ...

Číslům −1, −2, −3, ... říkáme **záporná celá** čísla.



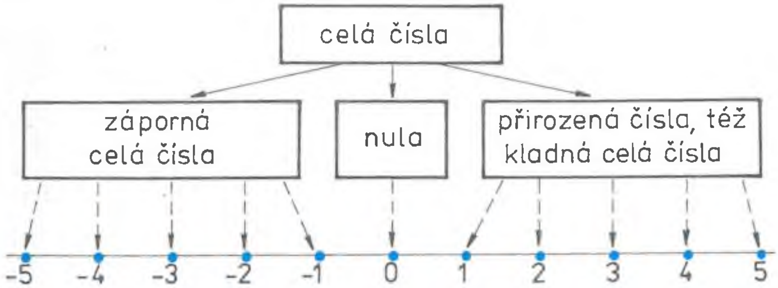
Se zápornými celými čísly se běžně setkáváte v denním životě. Jistě rozumíte větám:

- Mrtvé moře má nadmořskou výšku −394 m.
- Stav Honzovy pokladničky byl −10 Kč.

Přirozeným číslům 1, 2, 3, ... někdy říkáme *kladná celá* čísla.

Jediné celé číslo, které není ani kladné, ani záporné, je číslo 0.

Prohlédněte si znovu umístění celých čísel na číselné ose:



Všechna celá čísla tvoří nekonečnou množinu, kterou značíme písmenem Z:

$$\mathsf{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Všimněte si, že jsme do množinových závorek vypsali jen několik celých čísel z „okolí" čísla 0, a to v pořadí, v jakém leží na číselné ose.

Symbol Z vznikl z prvního písmena německého slova *Zahl* (čti „cál"), které znamená číslo.

Připomeneme, že množinu všech přirozených čísel značíme písmenem N:

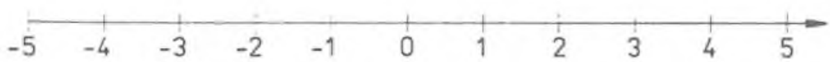
$$\mathsf{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

Vysvětlete zápisy:

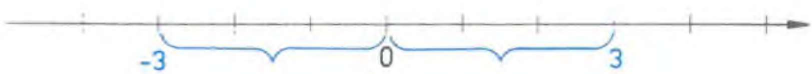
$$\mathsf{N} \subset \mathsf{Z}, \qquad \mathsf{N} \cap \mathsf{Z} = \mathsf{N}, \qquad \mathsf{N} \cup \mathsf{Z} = \mathsf{Z}$$

? Co jsou *opačná* celá čísla?

Podívejme se podrobněji na polohu celých čísel na číselné ose:



Všimněte si, že čísla jsou na ní rozmístěna „pravidelně", tj. každá dvě sousední mají stejnou vzdálenost (rovnou jednotce délky číselné osy). To znamená, že dvě čísla, která se liší jen znaménky, např. 3 a −3, jsou na číselné ose „stejně daleko" od čísla 0:



Takovým dvěma číslům budeme říkat čísla navzájem **opačná**. Tak například opačným číslem k číslu 7 je číslo -7, opačným číslem k číslu -5 je číslo 5.

Opačné číslo k číslu 0 je 0.

3. Narýsujte vodorovnou číselnou osu a vyznačte na ní čísla: -7, -5, -2, 0, 1, 5, 7

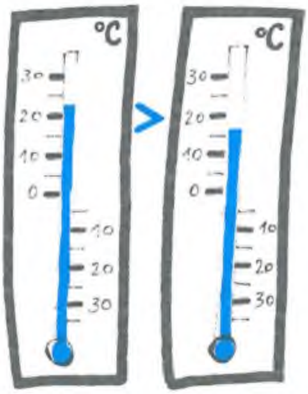
4. Zapište opačná čísla k celým číslům 2, 17, 11, 222, -3, 0.

Jak *porovnáváme* celá čísla?

Víte již, jak porovnáváme přirozená čísla. Například číslo 17 je menší než číslo 23:

$$17 < 23 \qquad \text{neboli} \qquad 23 > 17$$

Jaký význam má nerovnost $23 > 17$ na stupnici teploměru? Teplota 23 °C je *vyšší* než teplota 17 °C.

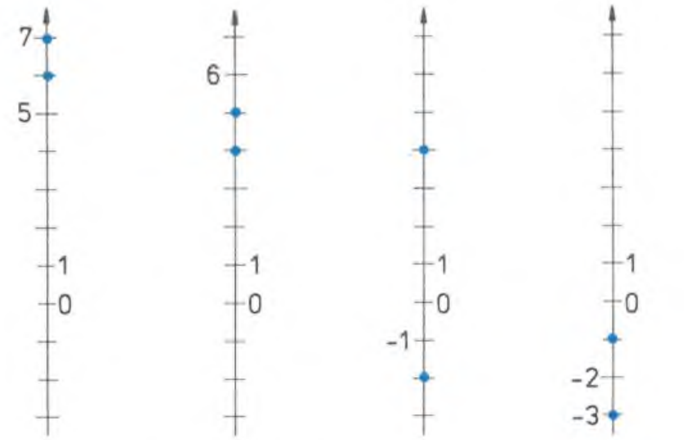


Při vyšší teplotě dosahuje rtuť teploměru výš.

Takto porovnáváme různé teploty vyjádřené ve stupních Celsia jak kladnými, tak i zápornými čísly. Například:

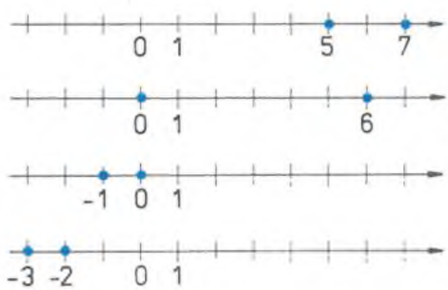
teplota	7 °C	je vyšší než teplota	5 °C
teplota	6 °C	je vyšší než teplota	0 °C
teplota	0 °C	je vyšší než teplota	−1 °C
teplota	−2 °C	je vyšší než teplota	−3 °C

Uvedené příklady nyní zapíšeme pouze čísly a znázorníme na svislých číselných osách:

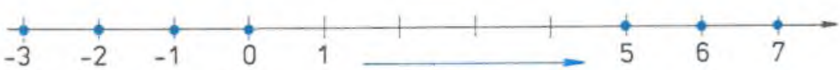


$7 > 5$ $\quad$ $6 > 0$ $\quad$ $0 > -1$ $\quad$ $-2 > -3$

Na našich svislých číselných osách leží vždy větší číslo nad číslem menším. Jak to vypadá na obvyklých osách vodorovných?

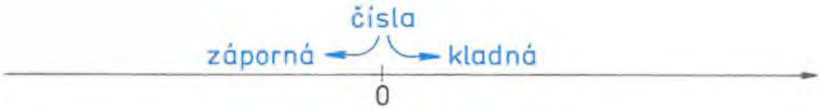


Všechny čtyři nerovnosti můžeme vyčíst z obrázku jedné číselné osy:



Na takové číselné ose leží vždy větší číslo *napravo* od čísla menšího.

Vzpomeňte si, jak jsme čísla rozdělili na kladná a záporná:



Podle pravidla „nalevo – napravo“ tak docházíme k následujícím závěrům:

- Kladné číslo je větší než 0.
- Záporné číslo je menší než 0.
- Kladné číslo je větší než záporné číslo.

Platí tedy například:

$$17 > 0, \qquad -5 < 0, \qquad 17 > -5$$

Prohlédněte si nyní několik dvojic nerovností mezi přirozenými čísly a čísly k nim opačnými:

$$\begin{array}{ccc} 3 < 5 & \text{a} & -3 > -5 \\ 63 < 76 & \text{a} & -63 > -76 \\ 166 > 107 & \text{a} & -166 < -107 \end{array}$$

Tyto příklady potvrzují, že dvě záporná celá čísla můžeme porovnávat podle následujícího pravidla:

> Platí-li pro dvě přirozená čísla nerovnost $a < b$, platí pro opačná záporná celá čísla nerovnost $-a > -b$.
> Platí-li pro dvě přirozená čísla nerovnost $a > b$, platí pro opačná záporná celá čísla nerovnost $-a < -b$.

5. Rozhodněte, který znak nerovnosti patří do rámečku:

a) $12 \;\Box\; 5$ b) $-12 \;\Box\; 5$

c) $12 \;\Box\; -5$ d) $-12 \;\Box\; -5$

6. Porovnejte podle velikosti čísla:

a) -5 a 0 b) -32 a 12 c) 1 a -100

d) -53 a -24 e) -133 a -132 f) $-3\,210$ a $-2\,301$

7. Daná čísla uspořádejte od nejmenšího k největšímu: -20, 12, 0, -12, 15, 20, -14, 35, -30

8. Vypište všechna záporná celá čísla, která jsou větší než -7.

9. Nejprve porovnejte daná dvě čísla, potom porovnejte čísla k nim opačná:

a) 4 a 7 b) -2 a -8 c) -1 a 15

CVIČENÍ 5

1. Číselnou hodnotu uvedené teploty zapište jako kladné nebo záporné číslo (se správným znaménkem):

a) V alpské kotlině *Gstettneralm* byla naměřena minimální teplota 52,5 °C pod nulou.

b) Na Sibiři v *Omjakonu* byla naměřena teplota 77,8 °C pod nulou.

c) Absolutně nejnižší teplota byla změřena v Antarktidě (na stanici *Vostok*) dne 21. 7. 1983, a to 89,2 °C pod nulou.

d) Absolutně nejvyšší teplota byla změřena dne 11. 8. 1933 v mexickém *San Luis*, a to 57,8 °C nad nulou.

2. Normální stav vodní hladiny je dán výškou 180 cm ode dna. Zapište kladnými a zápornými čísly odchylky hladiny v centimetrech od normální hodnoty při některých dubnových měřeních:

Datum měření	2. 4.	6. 4.	10. 4.	14. 4.	18. 4.	22. 4.	26. 4.
Výška hladiny v cm	165	172	168	185	190	204	186

3. Je dána množina $A = \{-9; -8{,}4; -5; -4; -0{,}7; 0; 1; 2{,}3; 6\}$. Zapište množinu, která obsahuje právě všechna:

a) kladná čísla z A
b) záporná čísla z A
c) celá čísla z A
d) přirozená čísla z A
e) záporná celá čísla z A
f) kladná celá čísla z A

4. Obchodník měl v pokladně před otevřením 1 258 Kč. Během dopoledne utržil za prodané zboží 12 354 Kč. V polední přestávce odnesl na poštu 12 000 Kč. Během odpoledního prodeje utržil 14 670 Kč. Po zavírací době opět odnesl na poštu peníze, a to 15 000 Kč. Zbytek, tj. 1 282 Kč, nechal v pokladně jako hotovost pro příští den.

Zapište kladnými a zápornými čísly, co každá uvedená částka pro *stav pokladny* znamená.

5. Narýsujte vodorovnou číselnou osu a vyznačte na ní čísla: -32, $+75$, -14, -25, 0, $+10$, -48, $+20$
(Jednotku délky vhodně zvolte sami.)

6. Ze zeměpisu víte, že nadmořská výška se měří od klidné hladiny moře (0 m n. m.). Znázorněte na svislé číselné ose s vhodně zvolenou jednotkou délky následující tři údaje:

- Nejvyšší vrchol Žďárských vrchů je *Devět skal*, dosahující výšky 836 m n. m.
- Nejhlubší proláklinou na světě je *Mrtvé moře*, jehož hladina je v nadmořské výšce -394 m.
- Kopec *Větrník* v chráněné oblasti Podyjí má výšku 510 m n. m.

7. Narýsujte vodorovnou číselnou osu a vyznačte na ní libovolný bod, který bude obrazem čísla -8. Vpravo od něho ve vzdálenosti 11,9 cm vyznačte bod, který bude obrazem čísla $+9$. Najděte a vyznačte na této ose bod, který bude obrazem čísla 0.

8. Na číselné ose jsou čísla 0 a 3 vyznačena ve vzdálenosti 6 cm od sebe. Dále je na ní vyznačen bod X, který leží vlevo od čísla 3 ve vzdálenosti 14 cm, a bod Y, který leží vpravo od čísla 3 ve vzdálenosti 10 cm. Která čísla body X a Y znázorňují?

□ **9.** Určete číslo, které má na číselné ose stejnou vzdálenost od čísla 0 jako číslo:

a) 7
b) -9
c) -17
d) -75

■ **10.** Překreslete „pohádkové hodiny“ z obrázku a vepište do prázdných kroužků jednociferná záporná čísla. Dodržte přitom všechny vyznačené nerovnosti.

11. Porovnejte čísla:

a) 3 a 4, -3 a -4

b) 2 a 11, -2 a -11

c) 2 a 0, -2 a 0

d) 4 a -4, -7 a 7

e) -3 a 0, 2 a -3

f) 3 a 9, -3 a -9

g) -10 a -8, -8 a -5

h) -5 a -6, -5 a 0

12. Uspořádejte daná čísla od největšího k nejmenšímu:

a) -607, -76, -760, -670, -67, -706

b) -105, 501, -510, -501, 150, 510, -150

7 SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ CELÝCH ČÍSEL

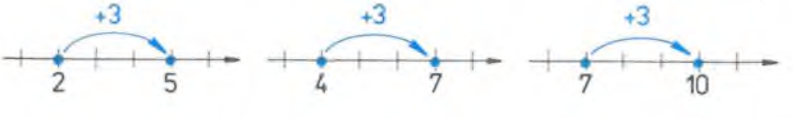
Seznámili jsme se již s novým druhem čísel, kterým říkáme *záporná*. Víme, jak se znázorňují na číselné ose, neumíme však s nimi zatím počítat. Postupně se to naučíme. Začneme se sčítáním a odčítáním *celých* čísel, tedy nuly a kladných a záporných čísel „bez desetinné čárky“ . S jinými čísly v této kapitole počítat nebudeme.

? Jak *přičítáme* kladné číslo?

Známé příklady přičtení čísla 3

$$2 + 3 = 5, \qquad 4 + 3 = 7, \qquad 7 + 3 = 10$$

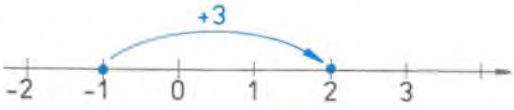
znázorníme „skoky“ na číselné ose:



Každý takový skok si můžeme představit jako tři „kroky“ *doprava*:

Každý krok panáčka má délku rovnou jednotce délky na naší číselné ose. Předchozímu obrázku rozumíme, je-li číslo a kladné (nebo rovno 0).

Zkusme nyní na číselné ose přičíst číslo 3 k některému zápornému číslu, například k číslu -1:



Znázorněným skokem doprava se od čísla -1 dostaneme k číslu 2. Zapíšeme to rovností

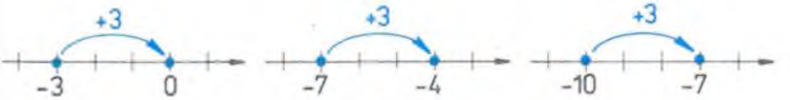
$$(-1) + 3 = 2.$$

Záporné číslo -1 jsme v ní „schovali“ do závorek, abychom zdůraznili, že znaménko „minus“ patří k němu. Je tak lépe vidět, která dvě čísla se sčítají.

Má předchozí rovnost praktický význam? Představme si, že jednoho zimního rána byla venkovní teplota $-1\,°C$. Během dopoledne se zvýšila o $3\,°C$. Je jasné, že pak teploměr ukazoval právě $2\,°C$.

Podobně lze na číselné ose ukázat, že platí:

$$(-3) + 3 = 0, \qquad (-7) + 3 = -4, \qquad (-10) + 3 = -7$$



Poslední dva výsledky jsou záporná čísla. Napsali jsme je bez závorek, neboť se s nimi už dále nic „neděje“.

Stejným postupem můžeme přičítat i ostatní kladná čísla. Například:

$$5 + 12 = 17, \qquad (-3) + 15 = 12, \qquad (-21) + 12 = -9$$

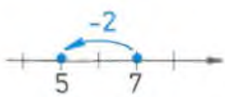
1. Pomocí kroků na číselné ose určete součty:

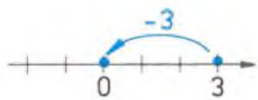
a) $4+1$	b) $7+2$	c) $5+4$
$(-1)+1$	$(-2)+2$	$(-4)+4$
$(-6)+1$	$(-5)+2$	$(-2)+4$

2. Součty $4+3$ a $3+4$ mají na číselné ose odlišná znázornění. Nakreslete je.

Jak *odčítáme* kladné číslo?

Na číselné ose můžeme nejen sčítat, ale i odčítat:

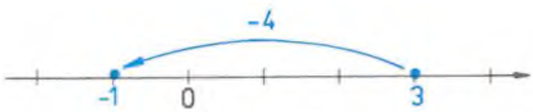




$7-2=5$, $\quad 5-4=1$, $\quad 3-3=0$

Vidíme, že při odčítání kladných čísel děláme skoky „doleva“.

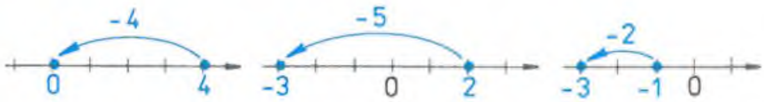
Zatím jsme neodčítali větší číslo od menšího. Proč jsme se vyhýbali příkladům jako $3-4$? Bylo to proto, že jsme neznali záporná čísla. Nyní však už můžeme určit i zmíněný rozdíl:



$$3-4=-1$$

K této rovnosti dojdeme, když denní teplota 3 °C navečer poklesne o 4 °C. Tehdy teploměr ukáže teplotu −1 °C.

Prohlédněte si ještě několik dalších příkladů:



$4 - 4 = 0,\qquad 2 - 5 = -3,\qquad (-1) - 2 = -3$

3. Pomocí číselné osy vypočtěte:

a) $5 - 2$	b) $7 - 5$	c) $10 - 7$
$2 - 2$	$5 - 5$	$7 - 7$
$1 - 2$	$3 - 5$	$5 - 7$
$0 - 2$	$0 - 5$	$0 - 7$
$(-1) - 2$	$(-3) - 5$	$(-5) - 7$
$(-8) - 2$	$(-7) - 5$	$(-6) - 7$

Jak přičítáme *záporné* číslo?

Vysvětlíme nejprve, proč například

přičíst číslo -3 znamená *odečíst* číslo 3.

V našem sešitě jsme záporná čísla uvedli příkladem se stupnicí teploměru. Nový druh čísel jsme zavedli proto, abychom každou teplotu („nad nulou" i „pod nulou") mohli zapisovat jediným číselným údajem. Takto „jednotně" můžeme vyjadřovat i kolísání teplot. Například

zvýšení o 2 °C znamená *změnu o* +2 °C
snížení o 3 °C znamená *změnu o* −3 °C

Podle toho je také sestavena následující tabulka. Dohodneme se, že u kladných změn znaménko „plus“ opět psát nebudeme.

Počáteční teplota	Změna	Konečná teplota
5 °C	2 °C	7 °C
14 °C	3 °C	17 °C
−1 °C	4 °C	3 °C
8 °C	−2 °C	6 °C
1 °C	−3 °C	−2 °C
−4 °C	−1 °C	−5 °C

V prvních třech řádcích tabulky je výsledná teplota *součtem* teploty počáteční a změny:

$$5 + 2 = 7, \qquad 14 + 3 = 17, \qquad (-1) + 4 = 3$$

Pravidlo „přičtení změny“ pro další řádky naší tabulky vede k rovnostem:

$$8 + (-2) = 6, \qquad 1 + (-3) = -2, \qquad (-4) + (-1) = -5$$

První dvě můžeme „podpořit“ výpočty, které už umíme:

$$(-2) + 8 = 6, \qquad (-3) + 1 = -2$$

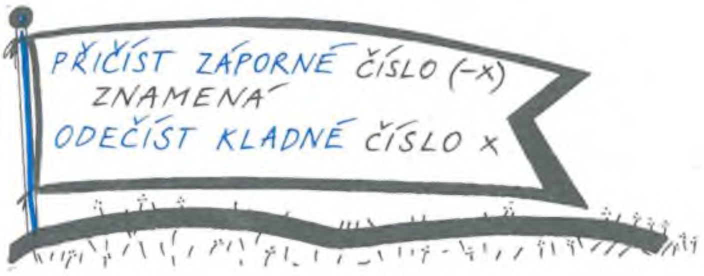
Již z dřívějška víme, že při sčítání kladných čísel nezáleží na jejich pořadí. Nyní vidíme, že na pořadí nezáleží ani při sčítání čísel celých.

Vzorec $a + b = b + a$, který vyjadřuje komutativnost sčítání, platí, ať mají čísla a, b jakákoliv znaménka.

Vraťme se znovu k situaci, kdy teplota 8 °C poklesla o 2 °C. Obvyklý rozdíl $8 - 2$ jsme vyjádřili „novým“ součtem $8 + (-2)$. Platí tedy:

$$8 + (-2) = 8 - 2$$

Přičtení záporného čísla −2 jsme tedy převedli na odečtení kladného čísla 2.



Podobně můžeme počítat:

$$1 + (-3) = 1 - 3 = -2$$
$$(-4) + (-1) = -4 - 1 = -5$$

Všimněte si následujících výpočtů:

$$5 + (-5) = 5 - 5 = 0$$
$$10 + (-10) = 10 - 10 = 0$$
$$17 + (-17) = 17 - 17 = 0$$

Na každém řádku jsme sčítali dvě navzájem opačná čísla. Takový součet je vždy roven nule.

Pro každé kladné číslo a platí:

$$\boxed{a + (-a) = 0}$$

Shrňme, jak přičítáme záporná čísla:

Přičíst záporné číslo znamená odečíst číslo k němu opačné.

□ 4. Sečtěte:

a) $7 + (-1)$
$1 + (-1)$
$0 + (-1)$
$(-2) + (-1)$

b) $10 + (-4)$
$4 + (-4)$
$2 + (-4)$
$(-2) + (-4)$

c) $9 + (-7)$
$7 + (-7)$
$3 + (-7)$
$(-3) + (-7)$

5. Vypočtěte:

a) $6+(-2)$	b) $6+(-7)$	c) $6+(-10)$
d) $0+(-12)$	e) $16+(-16)$	f) $3+(-15)$
g) $(-2)+(-11)$	h) $(-4)+(-6)$	i) $(-25)+(-5)$
j) $30+(-41)$	k) $(-42)+(-26)$	l) $(-25)+(-75)$

? Jak odčítáme *záporné* číslo?

Začneme znovu příkladem s kolísáním teplot. Tentokrát nás bude zajímat, jak z konečné a počáteční teploty vypočítat *změnu* teploty, ke které došlo.

Konečná teplota	Počáteční teplota	Změna
9 °C	7 °C	2 °C
6 °C	10 °C	−4 °C
−2 °C	5 °C	−7 °C
4 °C	−1 °C	5 °C
−6 °C	−8 °C	2 °C

Prvním třem řádkům tabulky odpovídají rovnosti

$$9-7=2, \qquad 6-10=-4, \qquad (-2)-5=-7,$$

kterým už rozumíte. Odčítáme v nich vždy kladné číslo. Každou změnu jsme určili tak, že od konečné teploty jsme *odečetli* počáteční teplotu. Toto pravidlo pro další řádky tabulky vede k rovnostem

$$4-(-1)=5, \qquad (-6)-(-8)=2.$$

Obě rovnosti můžeme ještě „podpořit“ zkouškou. Tu při odčítání děláme tak, že k výsledku přičteme odčítané číslo:

$$5+(-1)=5-1=4, \qquad 2+(-8)=2-8=-6$$

Všimněte si, že platí:

$$4-(-1)=4+1, \qquad (-6)-(-8)=(-6)+8$$

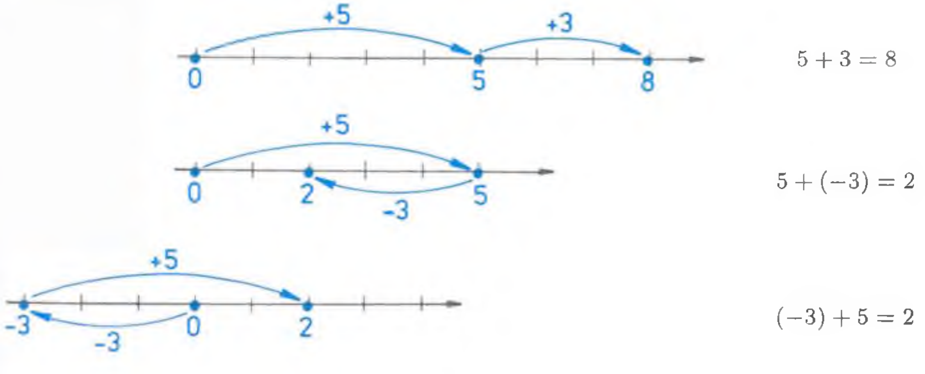
Vidíme, že odečtení záporného čísla můžeme převést na přičtení čísla kladného.

Prohlédněte si ještě několik příkladů odčítání. V pravém sloupci je vždy provedena zkouška sčítáním.

$3 - (-2) = 3 + 2 = 5$	$5 + (-2) = 5 - 2 = 3$
$0 - (-4) = 0 + 4 = 4$	$4 + (-4) = 4 - 4 = 0$
$(-5) - (-2) = (-5) + 2 = -3$	$(-3) + (-2) = (-3) - 2 = -5$

Odečíst záporné číslo znamená přičíst kladné číslo k němu opačné.

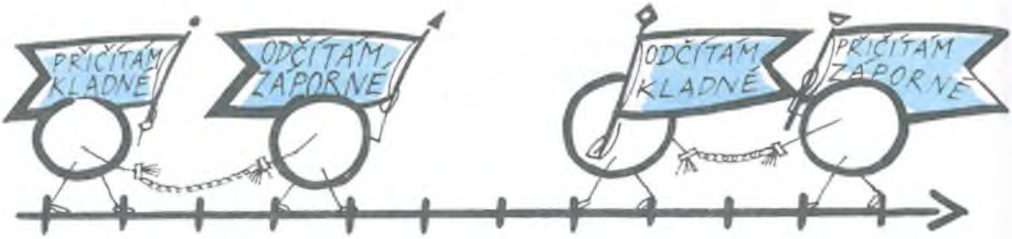
Vraťme se ještě ke znázornění přičítání a odčítání čísel pomocí skoků na číselné ose. Oba sčítance součtu $a + b$ při tom „zrovnoprávníme", když nejen přičtení čísla b, ale i prvního sčítance a znázorníme skokem, a to od čísla 0 k číslu a. Tak si každý součet dvou čísel představíme jako „sestavu" dvou skoků, tedy – sportovně řečeno – jako jakýsi „dvojskok":



Výsledek každé sestavy několika skoků záleží jen na tom, kolik při nich uděláme kroků (délky 1) doprava a kolik doleva. (Na posledních dvou číselných osách vidíte sestavu

„5 kroků doprava, 3 kroky doleva"; výsledkem je skok „2 kroky doprava", který odpovídá číslu 2.) Názorně se nám tak potvrzuje pravidlo: *Součet několika celých čísel nezáleží na pořadí, ve kterém tato čísla sečteme.*

Znázorňování *rozdílu* dvou čísel podrobně vysvětlovat nemusíme. Víme totiž, že *odečíst číslo* znamená totéž, co *přičíst číslo opačné.*



□ **6.** Odečtěte:

a) $7-(-1)$	b) $6-(-3)$	c) $2-(-5)$
$0-(-1)$	$2-(-3)$	$5-(-5)$
$(-4)-(-1)$	$(-3)-(-3)$	$(-2)-(-5)$

7. Vypočtěte:

a) $0-(-2)$	b) $(-2)-(-4)$	c) $7-(-9)$
d) $12-(-58)$	e) $(-45)-(-25)$	f) $17-(-12)$
g) $(-7)-(-59)$	h) $(-78)-(-56)$	i) $63-(-65)$

? Jak sčítáme a odčítáme prakticky?

Porozuměli jsme podstatě sčítání a odčítání celých čísel. Nyní se naučíme takové výpočty provádět jednodušeji, aniž bychom si představovali číselnou osu nebo stupnici teploměru.

Kvůli zjednodušení zápisů nejprve ukážeme, jak odstranit závorky, které „obklopují" čísla se znaménky. Jak víte, platí například rovnosti:

$$(+3)+5=3+5 \qquad 3+(-5)=3-5 \qquad 3+(+5)=3+5$$

$$(-3)+5=-3+5 \qquad 3-(+5)=3-5 \qquad 3-(-5)=3+5$$

Co vyjadřuje levý sloupec? Vidíme, že u prvního sčítance můžeme vždy vynechat závorky (a také znaménko +, které před ním popř. stojí).

Rovnosti v druhém sloupci stručně vyjadřujeme tak, že „+ a − (v jakémkoli pořadí) dávají −".

Podobně lze stručně vyjádřit rovnosti v pravém sloupci: „+ a + (stejně jako − a −) dávají +".

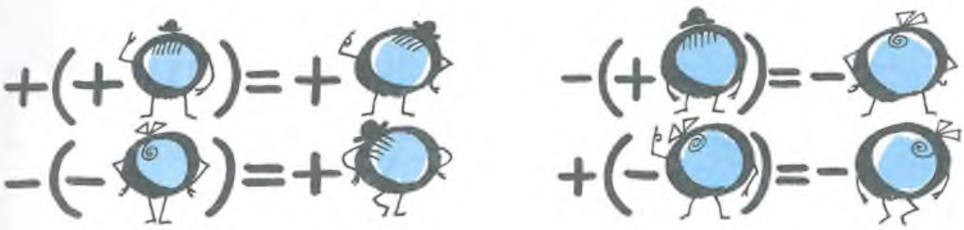
Z Honzova sešitu jsme vybrali tři příklady. Je na nich dobře vidět, jak mu zjednodušené zápisy usnadnily výpočty.

$321-(-45)=321+45=\underline{\underline{366}}$

$-28+(-203)=-28-203=\underline{\underline{-231}}$

$-104-(+28)=-104-28=\underline{\underline{-132}}$

Nakonec ještě jednou zopakujeme „znaménková“ pravidla. Podívejte se, jak je nakreslila naše malířka:



8. Nejprve odstraňte závorky a pak vypočtěte:

a) $12+(-40)$ b) $(-32)-(+12)$

c) $(+34)+(-28)$ d) $-14-(-45)$

e) $(+28)-(+45)$ f) $(-11)-49$

g) $64-(+14)$ h) $27+(-35)$

Pravidla pro sčítání a odčítání čísel přehledně zapíšeme do rámečku. Pro jakákoli kladná čísla a, b platí:

$$(-a)+(-b)=-(a+b)$$
$$a+(-b)=a-b$$
$$a-(-b)=a+b$$

Vysvětlíme nyní, jak prakticky počítáme výrazy bez závorek tvaru

$$+a+b,\qquad +a-b,\qquad -a+b,\qquad -a-b,$$

kde písmena a, b označují konkrétní kladná čísla (v prvních dvou případech si $+$ před a zpravidla pouze představujeme).

Nejprve určíme znaménko výsledku. Stojí-li před oběma čísly *stejná* znaménka, bude mít toto znaménko i výsledek. Stojí-li před oběma čísly *různá* znaménka, bude znaménko výsledku stejné jako znaménko, které stojí před větším číslem.

Nyní znaménka před oběma čísly zakryjeme. Pokud jsou zakrytá znaménka *stejná*, obě čísla sečteme. Pokud jsou *různá*, odečteme menší číslo od většího. Rozdíl pak zapíšeme za předem určené znaménko.

Jana, která tento postup používá, počítala následující příklady takto:

$$-107 + 58 = -(107 - 58) = \underline{\underline{-49}}$$
$$-7 - 28 = -(7 + 28) = \underline{\underline{-35}}$$
$$15 - 39 = -(39 - 15) = \underline{\underline{-24}}$$
$$132 + (-74) = +(132 - 74) = \underline{\underline{58}}$$

□ **9.** Vypočtěte:

a) $15 - 9$, $9 - 15$, $-15 - 9$

b) $15 - 9 - 2$, $(15 - 9) - 2$, $15 - (9 - 2)$

10. Odečtěte písemně:

a) $657 - 298$ b) $5\,625 - 3\,937$

c) $568 - 714$ d) $2\,593 - 7\,859$

e) $1\,728 - 945$ f) $1\,435 - 6\,027$

g) $653 - 8\,230$ h) $270 - 1\,406$

11. Vypočtěte:

a) $200 - 20 - 2$
$(200 - 20) - 2$
$200 - (20 - 2)$

b) $1\,000 - 100 - 10 - 1$
$1\,000 - (100 - 10 - 1)$
$1\,000 - 100 - (10 - 1)$

12. Sečtěte:

a) $2 + (+4)$
$2 + (-4)$
$-2 + (-4)$
$-2 + (+4)$

b) $-25 + (+15)$
$-25 + (-15)$
$25 + (-15)$
$25 + (+15)$

c) $-30 + (-202)$
$-30 + (+202)$
$30 + (-202)$
$30 + (+202)$

13. Vypočtěte:

a) $3 + (-7) + (-8) + 7$
b) $4 + 12 + (-8) + (-2) + (-10)$
c) $-3 + (-4) + (-5) - (+6)$
d) $10 + 9 - 8 + 7 - 6 + 5 + 4$
e) $-10 - (-9) + (-8) - (+7) - (-6)$

Možná vás napadla otázka, proč lidé k rozlišení *kladných* a *záporných* čísel vybrali právě symboly $+$ a $-$, které jinak označují *součet* a *rozdíl*, tedy početní úkony mezi dvěma čísly. Na vysvětlenou připomeňme, že záporná čísla začali lidé používat hlavně proto, aby mohli odečítat větší číslo od čísla menšího:

$$-1 = 0 - 1 = 1 - 2 = 2 - 3 = \ldots, \qquad -2 = 0 - 2 = 1 - 3 = 2 - 4 = \ldots$$

Zápis -1 je vlastně *zkráceným zápisem* rozdílu $0 - 1$ (vynechána je nula), zápis -2 rozdílu $0 - 2$, ... Podobně zkracujeme součty: $0 + 1$ na $+1$, $0 + 2$ na $+2$, ... Tak se *znaky* početního úkonu mění na *znaménka* čísel. Dvojí význam symbolů $+$ a $-$ prakticky oceníte později, až si dobře osvojíte znaménková pravidla při úpravách číselných výrazů. Představte si na chvíli, že bychom místo znamének $+$ a $-$ psali před kladná čísla písmeno k, před záporná čísla písmeno z. Jistě byste hravě zvládli následující příklady:

$k3 + k9 =$	$z4 + z5 =$	$z6 - z3 =$
$k10 - k3 =$	$z6 - k3 =$	$k7 - z5 =$
$k3 - k10 =$	$z9 - k4 =$	$z8 - z2 =$
$k1 - k11 =$	$z8 + k6 =$	$k6 + z12 =$

CVIČENÍ 6

1. Na číselné ose ukažte výsledek a zapište ho:

a)	b)	c)	d)
$5 + 4$	$2 + 1$	$-1 + 1$	$-5 + 1$
$5 - 4$	$2 - 1$	$-1 + 10$	$-5 + 5$
$5 - 5$	$2 - 2$	$-1 - 1$	$-5 + 10$
$5 - 6$	$2 - 3$	$-1 - 2$	$-5 - 1$
$5 - 10$	$2 - 10$	$-1 - 10$	$-5 - 5$

2. Michal si vzal ze své pokladničky na dárek pro sestru Evu 65 Kč. Při nákupu dárku 20 Kč ušetřil a ty do pokladničky vrátil. Vyjádřete kladným nebo záporným číslem, o kolik Kč se změnily jeho úspory.

3. Ráno klesla teplota proti předchozímu večeru o 6 °C, v poledne byla o 8 °C vyšší než ráno a večer opět klesla o 4 °C proti poledni. Vypočtěte celkovou změnu teploty od prvního večera do následujícího.

4. Hladina přehrady byla v pondělí na normální výši. Za první týden se snížila o 12 cm, za další týden o 15 cm. Vyjádřete kladným nebo záporným číslem celkovou změnu výšky hladiny (v centimetrech) proti normálu.

□ **5.** Odhadněte, zda je daný součet kladný nebo záporný:

a) $396 + (-128)$ b) $(-38) + (-69)$
c) $+1\,256 + (-784)$ d) $734 + (-905)$

□ **6.** Vypočtěte:

a) $3 + 5$, $(-3) + (-5)$ b) $18 + 17$, $(-18) + (-17)$
c) $7 + 0$, $(-7) + 0$ d) $86 + 96$, $(-86) + (-96)$
e) $178 + 62$, $(-178) + (-62)$ f) $0 + 1\,624$, $0 + (-1\,624)$

□ **7.** Vypočtěte:

a) $21 + (-5)$, $21 + (-30)$, $21 + (-51)$
b) $9 + (-6)$, $9 + (-19)$, $9 + (-100)$
c) $34 + (-150)$, $34 + (-280)$, $34 + (-18)$

□ **8.** Vypočtěte:

a) $-13 + (-8)$, $-404 + (-602)$, $-85 + (-160)$, $-605 + (-610)$
b) $-108 + 8$, $-108 + 150$, $-385 + 100$, $-612 + 1\,000$
c) $-17 + 50$, $-46 + 15$, $-250 + 180$, $-314 + 400$

9. Vypočtěte:

a) $10 - (-3)$, $10 - (-7)$, $10 - (-20)$
b) $15 - (-4)$, $18 - (-9)$, $21 - (-35)$
c) $-8 - (-9)$, $-22 - (-18)$, $-13 - (-24)$

10. Doplňte tabulku:

a	1	0	-3	-5	-10	-6
b	2	3	4	5	6	10
$-b$						
$a + b$						
$a + (-b)$						
$a - (+b)$						

11. Určete neznámá čísla a, b, c, d:

$a + 685 = 1\,000$ $b - 685 = 1\,000$
$102 + c = 250$ $102 - d = 250$

12. Vypočtěte:

a) $9\,612 - 10\,842$ b) $-9\,612 + 10\,842$

c) $-8\,082 + 8\,538$ d) $8\,082 - 8\,538$

e) $3\,247 - 11\,137$ f) $-3\,247 + 11\,137$

■ **13.** Průměrné teploty ovzduší v okolí zeměkoule jsou velmi rozdílné. Z teploty 15 °C při zemském povrchu klesá teplota vzduchu k horní hranici troposféry asi na −60 °C. Při horní hranici stratosféry činí teplota asi −10 °C. Na rozhraní mezi mezosférou a termosférou je průměrná teplota vzduchu asi −120 °C. Určete, o kolik stupňů Celsia jsou teploty na rozhraní zmíněných vrstev nižší než při zemském povrchu.

14. Hladina *Mrtvého moře* je ve výšce −394 m n. m. Jeho maximální hloubka je 395 m. Určete nadmořskou výšku nejhlubšího místa na dně Mrtvého moře.

15. Nejhlubší jezero na světě je sladkovodní *Bajkal* v Rusku. Má hloubku 1 637 m. Jeho dno leží v nadmořské výšce 1 181 m. Vypočtěte nadmořskou výšku jeho hladiny.

16. Výšková budova nemocnice má osmnáct pater nad zemí a dvě patra pod zemí. Na panelu výtahu je sloupec čísel od −2 do 18. Zapište pomocí sčítání kladných a záporných čísel následujících šest jízd výtahu a určete, v kterém patře nakonec výtah skončil:
„Výtah sjel z třetího patra o čtyři patra dolů. Odtud vyjel o sedm pater výše, pak sjel o čtyři patra níže. Potom vyjel o jedenáct pater výše, pak byl povolán o patnáct pater níže a nakonec vyjel o osmnáct pater výše.“

****17.** Tonda si našel ve sbírce *Nebojte se matematiky* obtížnou úlohu označenou čtyřmi hvězdičkami.
Doplňte mezi číslice znaky + a − tak, aby se výsledek skutečně rovnal číslu 0. Pořadí číslic nesmíte měnit, ale můžete číslice spojovat ve víceciferná čísla:

a) $123 = 0$

b) $1234 = 0$

c) $12345 = 0$

d) $123456 = 0$

e) $1234567 = 0$

f) $12345678 = 0$

g) $123456789 = 0$

Prvních 6 úloh Tonda vyřešil, na poslední však ztroskotal. Budete úspěšnější než on?

8 NÁSOBENÍ A DĚLENÍ CELÝCH ČÍSEL

V minulé kapitole jsme se naučili sčítat a odčítat dvě celá čísla s libovolnými znaménky. Víme již, že nám k tomu stačí umět sčítat a odčítat *kladná* čísla a správně pracovat se znaménky + a −. V této kapitole podobným způsobem zvládneme násobení a dělení čísel s libovolnými znaménky. Omezíme se při tom opět na čísla *celá*. Budeme jim stručně říkat *čísla*. (V další kapitole uvidíme, že s desetinnými čísly libovolných znamének počítáme podle stejných pravidel jako s čísly celými.)

? Jak vynásobit *kladné* číslo číslem *záporným*?

Dobře víme, že součin dvou přirozených čísel můžeme vypočítat opakovaným sčítáním:

$$2 \cdot 5 = 5 + 5 = 10$$
$$8 \cdot 3 = 8 + 8 + 8 = 24$$

Stejným postupem zkusíme počítat i jiné součiny, například:

$$2 \cdot (-5) = (-5) + (-5) = -10$$
$$(-8) \cdot 3 = (-8) + (-8) + (-8) = -24$$

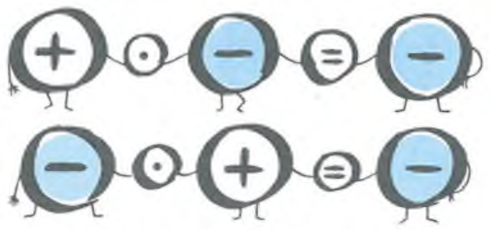
Podobné příklady jistě zvládnete i bez rozepisování:

$$(-3) \cdot 4 = -12, \qquad 5 \cdot (-6) = -30, \qquad 7 \cdot (-7) = -49$$

Docházíme k závěru, že součin kladného čísla a záporného čísla je záporný. Vypočítáme ho tak, že vynásobíme oba činitele „bez znamének“ a před výsledek napíšeme znaménko „minus“. Toto pravidlo vyjádříme vzorci, které platí pro libovolná kladná čísla a, b:

$$\boxed{\begin{aligned} a \cdot (-b) &= -a \cdot b \\ (-a) \cdot b &= -a \cdot b \end{aligned}}$$

Zapamatujte si dobře znaménková pravidla:



Součin záporného čísla a kladného čísla je záporný.

1. Vypočtěte:

a) $(-8) \cdot 5$ b) $4 \cdot (-6)$ c) $45 \cdot (-2)$
d) $10 \cdot (-5)$ e) $(-1) \cdot 105$ f) $(-100) \cdot 47$

2. Vynásobte:

a) $(-1) \cdot 1\,548$ b) $(-2\,691) \cdot 100$
c) $157 \cdot (-10)$ d) $7 \cdot (-11)$
e) $204 \cdot (-5)$ f) $24 \cdot (-51)$

Jak vynásobit dvě *záporná* čísla?

1	. 2 =	2
0	. 2 =	0
-1	. 2 =	-2
-2	. 2 =	-4
-3	. 2 =	-6
-4	. 2 =	-8
-5	. 2 =	-10
-6	. 2 =	-12

Všimněme si nejprve tabulky, která se týká *násobení číslem* 2. Šipkami je vyznačena zákonitost: zmenšíme-li násobené číslo o 1, zmenší se výsledek o 2. Vyslovte podobné zákonitosti pro násobení jinými kladnými čísly, např. čísly 3, 4 a 5.

Zkusme nyní sestavit podobnou tabulku pro *násobení číslem* -2. Protože jsme číslem -2 dosud násobili jen *kladná* čísla, ukončíme tabulku řádkem $1 \cdot (-2) = -2$.

6	.(-2) =	-12
5	.(-2) =	-10
4	.(-2) =	-8
3	.(-2) =	-6
2	.(-2) =	-4
1	.(-2) =	-2

Zákonitost je zde jasná: zmenšíme-li násobené číslo o 1, zvětší se výsledek o 2. Doplňme podle toho tabulku o další řádky:

1	.(-2) =	-2
0	.(-2) =	0
-1	.(-2) =	2
-2	.(-2) =	4
-3	.(-2) =	6
-4	.(-2) =	8
-5	.(-2) =	10

Prodloužená tabulka napovídá i další výsledky, například:

$$(-8) \cdot (-2) = 16, \qquad (-10) \cdot (-2) = 20, \qquad (-50) \cdot (-2) = 100$$

Podobným prodlužováním tabulky pro násobení číslem -3 bychom zjistili, že například

$$(-4) \cdot (-3) = 12, \qquad (-8) \cdot (-3) = 24, \qquad (-100) \cdot (-3) = 300.$$

Na příkladech jsme vypozorovali, že pro libovolná kladná čísla a, b platí:

$$\boxed{(-a) \cdot (-b) = a \cdot b}$$

Vyjádřeno slovy:

Součin dvou **záporných** čísel je **kladný**. Je roven součinu kladných čísel, která jsou opačná k číslům původním.

Dobře si zapamatujte znaménkové pravidlo:

Dodejme ještě, že z našich prodlužovaných tabulek rovněž vyplývá *známá vlastnost čísla* 0:

Součin nuly a kteréhokoli čísla je roven nule.

Shrneme nyní naše poznatky o násobení dvou čísel s libovolnými znaménky:

Zakryjeme znaménka obou činitelů, vzniklá kladná čísla vynásobíme a před výsledek napíšeme znaménko výsledku podle pravidel:

Pokud mají oba činitelé **stejná znaménka**, výsledný součin má znaménko „**plus**“.

Pokud mají oba činitelé **různá znaménka**, výsledný součin má znaménko „**minus**“.

□ **3.** Vypočtěte:

a) $(-1) \cdot (-5)$ b) $(-8) \cdot (-9)$ c) $(-10) \cdot (-47)$
d) $(-11) \cdot (-9)$ e) $(-12) \cdot (-10)$ f) $(-548) \cdot (-100)$

4. Vynásobte:

a) $(-13) \cdot (-4)$ b) $(-5) \cdot (-11)$ c) $(-25) \cdot (-200)$
d) $(-14) \cdot (-7)$ e) $(-125) \cdot (-6)$ f) $(-57) \cdot (-24)$

□ **5.** Vypočtěte:

a) $7 \cdot 3$
$(-7) \cdot (-3)$
$7 \cdot (-3)$
$(-7) \cdot 3$

b) $5 \cdot (-11)$
$(-5) \cdot 11$
$(-5) \cdot (-11)$
$5 \cdot 11$

c) $15 \cdot 3$
$(-15) \cdot 3$
$(-15) \cdot (-3)$
$15 \cdot (-3)$

? Jak dělíme nulu a nulou?

Připomeňme nejprve souvislost dělení s násobením:

$$24 : 8 = 3, \qquad \text{protože} \quad 3 \cdot 8 = 24$$

Proto je snadné dělit číslo 0 jiným číslem:

$$\begin{aligned} 0 : 5 &= 0, && \text{protože} \quad 0 \cdot 5 = 0, \\ 0 : 125 &= 0, && \text{protože} \quad 0 \cdot 125 = 0, \\ 0 : (-1) &= 0, && \text{protože} \quad 0 \cdot (-1) = 0. \end{aligned}$$

Jiná situace nastane v případě, je-li číslo 0 *dělitelem*:
Určit např. podíl $3 : 0$ znamená nalézt takové číslo x, aby platilo:

$$x \cdot 0 = 3$$

Žádné takové číslo však neexistuje, protože součin $x \cdot 0$ je roven 0, ať za x dosadíme jakékoliv číslo.

Proto si budeme pamatovat:

Dělit **nulou** nemá smysl.

Nemá smysl ani podíl $0 : 0$, neboť rovnost $x \cdot 0 = 0$ platí pro každé x.

? Jak určujeme podíl nenulových čísel s *libovolnými znaménky*?

Příklad 1. Vypočtěte:

a) $12 : (-4)$ b) $(-12) : 4$ c) $(-12) : (-4)$

Řešení

a) Protože $(-3) \cdot (-4) = 12$, platí $12 : (-4) = -3$.

b) Protože $(-3) \cdot 4 = -12$, platí $(-12) : 4 = -3$.

c) Protože $3 \cdot (-4) = -12$, platí $(-12) : (-4) = 3$.

Vidíme, že podíl dvou čísel můžeme určit takto:

Zakryjeme znaménka dělence i dělitele a vypočteme podíl vzniklých kladných čísel. Výsledek opatříme znaménkem podle pravidla:

> Podíl dvou čísel se **stejnými znaménky** je **kladný**, podíl dvou čísel s **různými znaménky** je **záporný**.

Proto platí například:

$$10 : (-5) = -2, \qquad (-15) : 3 = -5, \qquad (-8) : (-4) = 2$$

□ **6.** Vydělte a proveďte zkoušku násobením:

a) $18 : 3$, $(-18) : 3$, $18 : (-3)$, $(-18) : (-3)$

b) $(-30) : 5$, $30 : (-5)$, $30 : 5$, $(-30) : (-5)$

c) $24 : (-4)$, $24 : 4$, $(-24) : (-4)$, $(-24) : 4$

CVIČENÍ 7

□ **1.** Vypočtěte:

a) $(-8) \cdot 4$, $(-12) \cdot 5$, $7 \cdot (-13)$, $11 \cdot (-9)$

b) $(-2) \cdot 112$, $105 \cdot (-2)$, $(-3) \cdot 106$, $108 \cdot (-2)$

c) $4 \cdot (-2)$, $(-4) \cdot 7$, $(-60) \cdot 5$, $80 \cdot (-900)$

□ **2.** Vypočtěte:

a) $(-3) \cdot (-2)$ b) $(-5) \cdot (-6)$ c) $(-4) \cdot (-12)$

d) $(-15) \cdot (-6)$ e) $(-19) \cdot (-2)$ f) $(-8) \cdot (-11)$

□ **3.** Určete, která čísla patří do prázdných polí tabulky:

a	-200	-40	-5	-1	0	12	21	100
$6 \cdot a$								
$(-6) \cdot a$								

4. Čísla -7, -3, -1, 9, 13 vynásobte:

a) číslem -5 b) číslem 8 c) číslem -13

5. Vynásobte:

a) $(-26) \cdot 73$ b) $-314 \cdot 76$

c) $-612 \cdot 385$ d) $(-806) \cdot (-6\,800)$

e) $(-902) \cdot (-1\,845)$ f) $604 \cdot (-875)$

6. Určete součet a součin čísel:

a) -24 a 70 b) -24 a -70

c) 95 a $-1\,030$ d) -95 a $1\,030$

e) -18 a -40 f) -18 a 40

□ **7.** Čísla 120, 36, 12, 0, -24, -60, -600 vydělte:

a) číslem 6 b) číslem -4

□ **8.** Vydělte:

a) $26 : (-13)$, $(-32) : 16$, $(-56) : 8$, $350 : (-7)$

b) $(-42) : (-6)$, $(-120) : (-40)$, $(-60) : (-12)$, $(-1\,000) : (-8)$

9. Určete rozdíl a podíl čísel:

a) 81 a -9 b) -387 a 43 c) -510 a -15

10. Vypočtěte:

a) $(-19 - 37) : (-7)$ b) $(41 - 500) : (49 - 100)$

c) $(-121 + 345) : (-28)$ d) $(-43 - 69) : (-20 + 4)$

9 ZÁPORNÁ DESETINNÁ ČÍSLA

Víme již, co jsou celá čísla i jak se s nimi počítá. Nyní tyto znalosti „rozšíříme“ i na čísla *desetinná*. Patří k nim jak čísla *kladná* (např. 1,28; 0,001; 215,040 2), tak i čísla *záporná* (např. −1,28; −0,001; −215,040 2). Protože kladná desetinná čísla již dobře znáte, soustředíme se nejprve na desetinná čísla, která jsou záporná. Vysvětlíme, jak se znázorňují na číselné ose a jak se mezi sebou porovnávají. Teprve pak budeme s oběma druhy desetinných čísel (kladnými i zápornými) počítat.

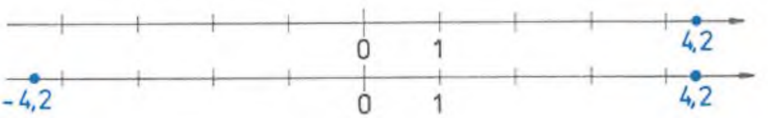
Co jsou záporná desetinná čísla a jak je znázorňujeme na číselné ose?

?

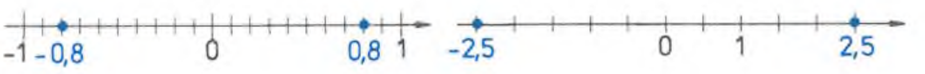
Připomeňme nejprve, kterým dvěma celým číslům jsme říkali čísla navzájem *opačná*. Byla to čísla, která se lišila jenom znaménky, např. 4 a −4. Na číselné ose jsou opačná čísla „stejně daleko“ od čísla 0:

Stejným způsobem zavedeme i záporná desetinná čísla – jako čísla opačná ke kladným desetinným číslům.

Tak například číslo −4,2 je opačné k číslu 4,2. Protože číslo 4,2 znázornit na číselné ose umíme, není obtížné znázornit i číslo −4,2:



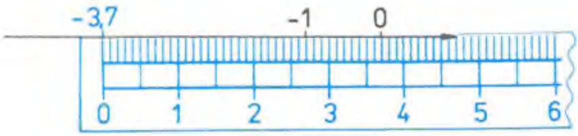
Podobně můžeme znázornit i jiná záporná desetinná čísla:



Možná vám už tyto příklady napovídají, jak znázorňovat záporná desetinná čísla „přímo“, aniž byste znázorňovali čísla k nim opačná.

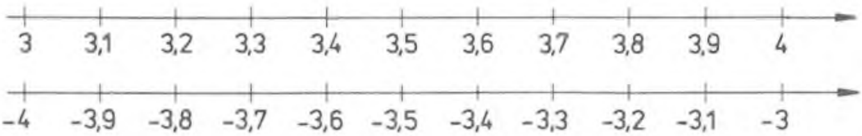
Například ke znázornění čísla −3,7 postačí tato část číselné osy:

Vzdálenost 3,7 jednotky (v našem případě 3,7 cm) naneseme *nalevo* od čísla 0:



Vidíme, že postup při znázorňování záporných desetinných čísel na číselné ose je podobný jako u čísel kladných. Jediný rozdíl je v tom, že příslušné vzdálenosti nanášíme *nalevo* od čísla 0.

Prohlédněte si ještě části číselných os mezi čísly 3 a 4 a čísly −3 a −4:

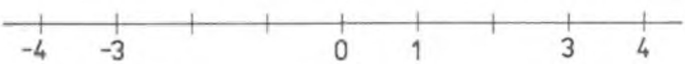


1. Na číselné ose s vhodně zvolenou jednotkou délky znázorněte čísla:
   a) −1; −2,5; −4,3; −5,8; −6; −6,4; −7,3
   b) −1,25; −1,52; −1,38; −1,84; −1,6; −1,42; −1,03
   c) −0,22; 0,12; −0,18; −0,24; 0,22; −0,04; 0,13

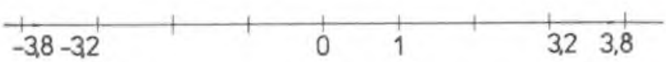
Jak *porovnáváme* záporná desetinná čísla?

Celá čísla už porovnávat umíme. Víme například, že platí:

$$3 < 4 \qquad \text{a} \qquad -3 > -4$$



Na naší číselné ose leží *větší* číslo *napravo* od *menšího* čísla. Podle polohy na číselné ose nyní porovnáme desetinná čísla −3,2 a −3,8. Znázorněme je spolu s opačnými čísly 3,2 a 3,8:



Číslo $3{,}2$ je nalevo od čísla $3{,}8$. Proto $3{,}2 < 3{,}8$.
Číslo $-3{,}2$ je napravo od čísla $-3{,}8$. Proto $-3{,}2 > -3{,}8$.

Porovnejte zápisy:

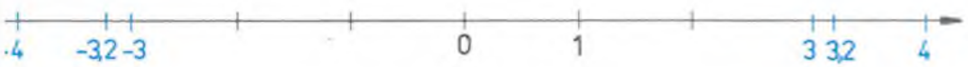
$$3{,}2 < 3{,}8 \qquad \text{a} \qquad -3{,}2 > -3{,}8$$

Změníme-li porovnávaná kladná čísla na čísla opačná záporná, znak nerovnosti se „obrátí“. S tím jsme se setkali již při porovnávání celých čísel.

Platí-li pro dvě kladná desetinná čísla nerovnost $a < b$, platí pro opačná záporná desetinná čísla nerovnost $-a > -b$.
Platí-li pro dvě kladná desetinná čísla nerovnost $a > b$, platí pro opačná záporná desetinná čísla nerovnost $-a < -b$.

Tak například:

	$2{,}9 > 1{,}8$,		$-2{,}9 < -1{,}8$.
Protože	$0{,}4 < 0{,}9$,	platí	$-0{,}4 > -0{,}9$.
	$3{,}89 < 3{,}9$,		$-3{,}89 > -3{,}9$.



$$-4 < -3{,}2 < -3 \qquad\qquad 3 < 3{,}2 < 4$$

Doplňme ještě pravidla, která jsme podrobně vysvětlili při počítání s celými čísly:

- Kladné desetinné číslo je větší než 0.
- Záporné desetinné číslo je menší než 0.
- Kladné desetinné číslo je větší než záporné desetinné číslo.

2. Rozhodněte, který ze znaků $=$, $<$, $>$ patří do rámečku:

a) $-0{,}5 \;\square\; -0{,}4$ b) $-0{,}2 \;\square\; -0{,}4$
c) $-0{,}25 \;\square\; -0{,}24$ d) $-0{,}102 \;\square\; -0{,}101$
e) $-1{,}02 \;\square\; -1{,}20$ f) $-12{,}020 \;\square\; -12{,}02$

3. Zapište nerovnostmi, mezi kterými dvěma po sobě jdoucími celými čísly leží čísla: $-3{,}24$; $-218{,}321$; $-1\,111{,}1$; $-0{,}000\,008$; $-117{,}117$

? Jak sčítáme a odčítáme desetinná čísla s libovolnými znaménky?

Podstatu sčítání a odčítání čísel s libovolnými znaménky jsme důkladně vyložili v kapitole o celých číslech. S desetinnými čísly se počítá podle stejných pravidel. Proto rovnou uvedeme několik příkladů. Porovnejte počítání s celými a desetinnými čísly:

$$31 + (-25) = 31 - 25 = 6$$
$$3{,}1 + (-2{,}5) = 3{,}1 - 2{,}5 = 0{,}6$$

$$31 - (-25) = 31 + 25 = 56$$
$$3{,}1 - (-2{,}5) = 3{,}1 + 2{,}5 = 5{,}6$$

$$-31 - 25 = -56$$
$$-3{,}1 - 2{,}5 = -5{,}6$$

U posledního příkladu jsme vlastně počítali součet $3{,}1 + 2{,}5$ a před výsledek jsme předepsali znaménko „minus“.

Sami vysvětlete ještě dva příklady:

$$25 - 31 = -6$$
$$2{,}5 - 3{,}1 = -0{,}6$$

Podívejte se, jak se složitějšími desetinnými čísly počítala Dáša:

$-3{,}128 - (-0{,}46) = ?$

$-3{,}128 - (-0{,}46) = -3{,}128 + 0{,}46$

Výsledek $\underline{\underline{-2{,}668}}$

$$\begin{array}{r} 3{,}128 \\ -\,0{,}460 \\ \hline 2{,}668 \end{array}$$

☐ **4.** Určete pouze znaménko výsledku:

a) $-1{,}2 + (-2{,}3)$ b) $5{,}4 - (+5{,}7)$
c) $(-0{,}28) + (-0{,}35)$ d) $2{,}8 - 2{,}4$
e) $-0{,}102 - (-0{,}12)$ f) $(-0{,}358) + 0{,}385$

☐ **5.** Vypočtěte:

a) $-0{,}2 + (+0{,}3)$
$0{,}2 - (+0{,}3)$
$0{,}2 - (-0{,}3)$
$-0{,}2 + (-0{,}3)$

b) $-2{,}5 - (-1{,}5)$
$2{,}5 - (-1{,}5)$
$-2{,}5 - (+1{,}5)$
$2{,}5 + (-1{,}5)$

c) $0{,}11 + (-0{,}22)$
$-0{,}11 + (-0{,}22)$
$-0{,}11 - (-0{,}22)$
$0{,}11 - (-0{,}22)$

6. Vypočtěte:

a) $0{,}1 - 1$
$-0{,}1 - 1$
$0{,}1 - (-1)$
$-0{,}1 + (-1)$

b) $0{,}2 + (-0{,}02)$
$-0{,}2 + (-0{,}02)$
$-0{,}2 - (-0{,}02)$
$0{,}2 - (-0{,}02)$

c) $0{,}2 + (-6)$
$-0{,}2 - (-6)$
$-0{,}2 - 6$
$0{,}2 - (-6)$

7. Vypočtěte:

a) $28{,}03 + (-3{,}08)$

b) $-1\,002{,}15 + (-333{,}3)$

c) $-0{,}007 + 7{,}003$

d) $-3{,}42 - 4{,}108$

Jak násobíme desetinná čísla s libovolnými znaménky?

Máme-li vynásobit dvě desetinná čísla, určíme nejprve znaménko výsledku. Používáme při tom stejná znaménková pravidla jako při násobení celých čísel:

Potom vynásobíme daná čísla se zakrytými znaménky. Například:

$$(-2) \cdot 1{,}2 = -2{,}4$$
$$(-0{,}1) \cdot (-0{,}02) = +0{,}002$$
$$1{,}4 \cdot (-1{,}4) = -1{,}96$$

Z Klářina sešitu jsme vybrali dva složitější příklady:

a) $1{,}28 \cdot (-2{,}5) = ?$

$$\begin{array}{r} 1{,}28 \\ \cdot\ 2{,}5 \\ \hline 640 \\ 256 \\ \hline 3{,}200 \end{array}$$

$1{,}28 \cdot (-2{,}5) = \underline{\underline{-3{,}2}}$

b) $(-3{,}002) \cdot (-0{,}426) = ?$

$$\begin{array}{r} 0{,}426 \\ \cdot\ 3{,}002 \\ \hline 852 \\ 127800 \\ \hline 1{,}278852 \end{array}$$

$(-3{,}002) \cdot (-0{,}426) = \underline{\underline{+1{,}278852}}$

□ **8.** Vynásobte:

a) $0{,}2 \cdot 0{,}1$
$(-0{,}2) \cdot 0{,}1$
$0{,}2 \cdot (-0{,}1)$
$(-0{,}2) \cdot (-0{,}1)$

b) $(-2) \cdot 0{,}3$
$2 \cdot (-0{,}3)$
$(-2) \cdot (-0{,}3)$
$2 \cdot 0{,}3$

9. Vynásobte:

a) $(-0{,}3) \cdot 0{,}4$ b) $(-5) \cdot (-0{,}01)$
c) $0{,}25 \cdot (-200)$ d) $(-1{,}4) \cdot (-0{,}7)$
e) $(-12{,}75) \cdot 0{,}06$ f) $(-5{,}47) \cdot (-2{,}4)$

? Jak určujeme podíl desetinných čísel s libovolnými znaménky?

Pro dělení desetinných čísel platí stejná znaménková pravidla jako pro dělení čísel celých:

Jakmile máme znaménko výsledku určeno, dělíme desetinná čísla se zakrytými znaménky. Například:

$$(-0{,}15) : 0{,}5 = -0{,}3; \quad 1{,}5 : (-3) = -0{,}5; \quad (-1{,}2) : (-0{,}02) = 60$$

Pokud je dělení neukončené (nebo „příliš dlouhé“), budeme výsledky vhodně zaokrouhlovat.

Kladné výsledky dělení už zaokrouhlovat umíme:

$$(-8) : (-3) = 2{,}6666\ldots \doteq 2{,}67 \quad \text{(zaokrouhleno na setiny)}$$
$$(-0{,}7) : (-0{,}6) = 1{,}1666\ldots \doteq 1{,}167 \quad \text{(zaokrouhleno na tisíciny)}$$

Nesetkali jsme se však dosud se zaokrouhlováním čísel záporných. Za chvíli se to naučíme.

10. Vydělte a proveďte zkoušku:

a) $1{,}2 : 4$
$(-1{,}2) : 4$
$1{,}2 : (-4)$

b) $3 : (-0{,}3)$
$(-3) : (-0{,}3)$
$(-3) : 0{,}3$

c) $(-2{,}4) : 0{,}03$
$2{,}4 : (-0{,}03)$
$(-2{,}4) : (-0{,}03)$

Jak zaokrouhlujeme záporná čísla?

Postup při zaokrouhlování záporných čísel vysvětlíme na následujícím příkladu.

Máme-li teplotu $-3{,}4\,°C$ zaokrouhlit na celé stupně, napíšeme

$$-3{,}4\,°C \doteq -3\,°C.$$

Číslo $-3{,}4$ je totiž na číselné ose „blíže“ k číslu -3 než k číslu -4, stejně jako je číslo $3{,}4$ „blíže“ k číslu 3 než k číslu 4 $(3{,}4 \doteq 3)$.

Je tedy jasné, že záporné číslo zaokrouhlujeme takto:

Zakryjeme znaménko „minus“, zaokrouhlíme vzniklé kladné číslo a k výsledku znaménko „minus“ opět připíšeme. Například:

$$-213 \doteq -200 \quad \text{(při zaokrouhlování na stovky)}$$
$$-1{,}284 \doteq -1{,}3 \quad \text{(při zaokrouhlování na desetiny)}$$

Zaokrouhlování záporných čísel potřebujeme při dělení čísel s libovolnými znaménky s přesností na předepsaný počet desetinných míst. Podívejte se, jak Vojta vypočetl podíly $(-10) : 6$ a $11{,}3 : (-1{,}5)$ s přesností na setiny.

$-10 : 6 = ?$
$\boxed{10 : 6 = 1{,}666 \doteq 1{,}67}$
40
40
40
$-10 : 6 \doteq \underline{\underline{-1{,}67}}$

$11{,}3 : (-1{,}5) = ?$
$\boxed{113 : 15 = 7{,}533 \doteq 7{,}53}$
80
50
50
$11{,}3 : (-1{,}5) \doteq \underline{\underline{-7{,}53}}$

11. Číslo $-283{,}056$ zaokrouhlete:

a) na setiny
b) na desítky
c) na jednotky
d) na desetiny

12. Dělte s přesností na jedno desetinné místo:

a) $15 : 7$ b) $22 : 8$ c) $112 : 10$
$(-15) : 7$ $22 : (-8)$ $(-112) : (-10)$
$15 : (-7)$ $(-22) : (-8)$ $(-112) : 10$

13. Dělte s přesností na setiny:

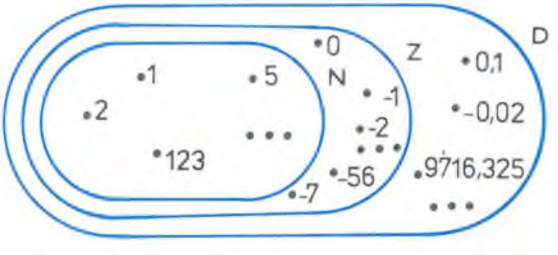
a) $13 : 3$ b) $0{,}7 : 6$ c) $5 : 1{,}2$
$(-13) : 3$ $0{,}7 : (-6)$ $(-5) : 1{,}2$
$(-13) : (-3)$ $(-0{,}7) : 6$ $(-5) : (-1{,}2)$

? Jaké vlastnosti má *množina všech desetinných čísel*?

Kladná desetinná čísla, nula a záporná desetinná čísla vytvářejí **množinu všech desetinných čísel**, kterou označujeme symbolem D. Protože každé celé číslo považujeme za desetinné, platí $Z \subset D$. Množina D je nekonečná. Můžeme v ní bez omezení *sčítat*, *odčítat* i *násobit*. To znamená, že součet, rozdíl i součin dvou libovolných desetinných čísel je opět číslo desetinné. Pravidla pro počítání s desetinnými čísly jsme podrobně probírali v předchozích kapitolách.

S desetinnými čísly počítají lidé již od 15. století. Zápis s desetinnou čárkou zavedl francouzský matematik *François Viète* (čti „Fransua Viet") (1540–1603). V některých zemích (USA, Velká Británie) a na displejích kalkulaček se desetinná čísla zapisují s *desetinnou tečkou*. Takový zápis poprvé použil německý matematik, fyzik a astronom *Jan Kepler*, který strávil část svého života na dvoře krále Rudolfa II. v Praze.

Seznámili jsme se s třemi důležitými množinami čísel N, Z a D. Vzájemný vztah mezi těmito třemi množinami je dobře patrný z následujícího diagramu:



Platí tedy $N \subset Z$, $N \subset D$, $Z \subset D$, avšak $N \neq Z$, $N \neq D$, $Z \neq D$.

Uvedené tři množiny N, Z a D nevyčerpávají všechny druhy čísel. Jistě mnozí z vás již slyšeli o *racionálních číslech*, která se vyjadřují *zlomky*. Těmto číslům a pravidlům pro počítání s nimi je věnována učebnice *Racionální čísla. Procenta.*

CVIČENÍ 8

□ **1.** Porovnejte podle velikosti čísla:

a) $0{,}8$ a 0 b) $-0{,}8$ a 0 c) $-6{,}2$ a $6{,}2$
d) $1{,}2$ a $-1{,}2$ e) $-0{,}9$ a 0 f) $-1{,}45$ a $-1{,}5$
g) 0 a $-0{,}1$ h) $-1{,}6$ a -2 i) $-1{,}001$ a $-0{,}99$

□ **2.** Rozhodněte, zda platí:

a) $0 > -0{,}3$ b) $-0{,}3 > 0$ c) $-0{,}3 < 0{,}3$
d) $-1{,}6 > -1{,}8$ e) $-0{,}18 < -0{,}16$ f) $10{,}6 < -10{,}7$

3. Z čísel $-11{,}5$; $-12{,}5$; $-12{,}45$; $-12{,}054$; $-12{,}151$; $-12{,}92$ vyberte ta, která jsou menší než $-12{,}05$.

4. Zapište nerovnostmi, mezi kterými dvěma po sobě jdoucími celými čísly leží čísla:

a) $8{,}4$ a $-8{,}4$ b) $34{,}8$ a $-34{,}8$ c) $-215{,}6$ a $215{,}6$

5. Vypočtěte:

a) $96{,}12 - 108{,}42$ b) $-96{,}12 + 108{,}42$ c) $-80{,}82 + 85{,}38$
d) $80{,}82 - 85{,}38$ e) $32{,}47 - 111{,}37$ f) $-32{,}47 + 111{,}37$

□ **6.** Vynásobte:

a) $6{,}13 \cdot 10$, $(-6{,}13) \cdot 10$, $(-6{,}13) \cdot (-10)$
b) $6{,}13 \cdot 100$, $(-6{,}13) \cdot (-100)$, $6{,}13 \cdot (-100)$
c) $6{,}13 \cdot (-0{,}1)$, $(-6{,}13) \cdot (-0{,}1)$, $(-6{,}13) \cdot 0{,}1$

7. Vypočtěte:

a) $-45 \cdot 5$, $(-450) \cdot (-5)$, $(-45) \cdot (-0{,}5)$
b) $0{,}45 \cdot 5$, $4\,500 \cdot (-0{,}5)$, $4{,}5 \cdot (-0{,}5)$
c) $-0{,}45 \cdot 5$, $45 \cdot (-50)$, $(-4{,}5) \cdot 0{,}5$

8. Čísla -7, -3, -1, 0, 9, 13 vynásobte:

a) číslem $0{,}1$ b) číslem $0{,}8$ c) číslem $-0{,}3$

9. Doplňte tabulku:

x	$0{,}9$	$1{,}6$	$0{,}12$	-1	$-0{,}5$	$-0{,}03$
$10 \cdot x$						
$7 \cdot x$						
$(-2) \cdot x$						
$(-0{,}1) \cdot x$						

10. Vypočtěte:

a) $-61{,}2 \cdot 385$ b) $(-902) \cdot (-1{,}845)$
c) $(-2{,}6) \cdot 7\,300$ d) $-0{,}314 \cdot 7{,}6$
e) $(-8{,}06) \cdot (-6\,800)$ f) $0{,}604 \cdot (-8{,}75)$

11. Vypočtěte:

a) $9{,}4 : (-10)$ b) $(-1{,}4) \cdot 10$ c) $(-7) : 10$
$(-65) : (-100)$ $65 \cdot (-100)$ $5{,}8 : (-100)$
$(-154{,}6) : 1\,000$ $(-4{,}65) \cdot (-1\,000)$ $(-396) : (-1\,000)$

12. Vydělte:

a) $7{,}2 : (-0{,}8)$ b) $(-10{,}2) : (-2)$
c) $(-1{,}8) : 0{,}3$ d) $(-6\,300) : (-0{,}7)$

13. Vydělte:

a) $(-40) : 8$ b) $8 : 40$ c) $(-8) : (-40)$
$40 : (-8)$ $8 : (-40)$ $8 : (-0{,}04)$
$(-40) : (-8)$ $(-8) : 40$ $(-0{,}8) : (-4)$

14. Doplňte tabulku:

b	36	24	0	-12	-60	$-2{,}4$
$b : 4$						
$b : 10$						
$b : (-3)$						
$b : (-0{,}1)$						

15. Vypočtěte a proveďte zkoušku:

a) $(-73{,}6) : 32$ b) $81 : (-0{,}9)$ c) $(-0{,}736) : (-0{,}23)$
d) $(-584{,}8) : 68$ e) $243 : (-0{,}45)$ f) $(-0{,}574) : (-1{,}4)$

16. Číslo $-245{,}08$ zaokrouhlete:

a) na stovky b) na jednotky c) na desetiny

17. Dané číslo zaokrouhlete na setiny:

a) $-0{,}128$ b) $-12{,}298\,1$ c) $-0{,}003\,58$

18. S přesností na jedno desetinné místo vypočtěte podíl:

a) $185{,}8 : (-58)$ b) $(-792) : (-62)$ c) $(-48{,}3) : 9{,}1$

10 ČÍSELNÉ VÝRAZY

V předchozích kapitolách tohoto sešitu jsme se naučili provádět početní výkony s dvěma čísly libovolných znamének. Je-li třeba provést několik početních výkonů za sebou s několika čísly, zapisujeme to *číselnými výrazy*. V nich je pořadí jednotlivých operací zpravidla vyznačeno *závorkami*. Pravidla pro použití závorek jsme podrobně probrali v sešitě *Úvodní opakování*. Zopakujeme si je nyní důkladně při práci s číselnými výrazy, v nichž budou vystupovat všechny druhy čísel, které jsme dosud poznali.

Seznámíme se rovněž s pojmem *aritmetický průměr*, který má široké praktické uplatnění.

Jak sčítáme více čísel?

?

Máme-li určit součet

$$13 + 11 + 18 + 7 + 9,$$

můžeme sčítat čísla „zleva doprava“: postupně vycházejí čísla 24, 42, 49 a výsledek 58. Při postupu „zprava doleva“ dostáváme čísla 16, 34, 45 a výsledek 58. Možná byste však sčítali výhodněji. Například tak, že byste sčítance přeskupili:

$$(13 + 7) + (11 + 9) + 18 = 20 + 20 + 18 = 58$$

Tímto příkladem jsme připomněli, že sčítání čísel je *komutativní* (pořadí sčítanců lze zaměňovat) a *asociativní* (sčítance lze libovolně sdružovat):

$$\boxed{\begin{gathered} a + b = b + a \\ (a + b) + c = a + (b + c) \end{gathered}}$$

Tato důležitá pravidla platí, ať už počítáme pouze s čísly kladnými, nebo s čísly libovolných znamének.

Ukažme to na příkladu součtu

$$6 + (-12) + (-6) + 32.$$

Postupem „zleva doprava“ vycházejí čísla -6, -12 a výsledek 20. Postupem „zprava doleva“ vycházejí čísla 26, 14 a výsledek 20.

Protože $6 + (-6) = 0$, lze celý součet vypočítat rychleji:

$$(-12) + 32 = 20$$

Sami zvolte postup, kterým ověříte rovnosti:

$$1{,}2 + (-0{,}5) + 0{,}8 = 1{,}5$$
$$(-0{,}04) + 0{,}26 + (-0{,}26) = -0{,}04$$

Dobře již také víte, že například součet

$$15 + (-18) + (-6) + 23 + (-9) + 3$$

zapisujeme stručněji bez závorek:

$$15 - 18 - 6 + 23 - 9 + 3$$

Při výpočtu takových výrazů se často vyplatí sdružit čísla do dvou skupin:

$$(15 + 23 + 3) - (18 + 6 + 9) = 41 - 33 = 8$$

□ **1.** Sečtěte:

a) $25 + (-12) + 15$

b) $17 + (-8) + (-32)$

c) $0{,}56 + (-0{,}84) + 0{,}44$

d) $2{,}1 + (-0{,}7) + (-1{,}3)$

2. Vypočtěte:

a) $(-45) + 12 + (-35) + 13 + (-50)$

b) $116 + (-258) + 136 + 204 + (-359) + (-101)$

c) $28{,}1 + (-15{,}3) + (-64{,}7) + 18{,}9 + (-12{,}5)$

d) $0{,}125 + 0{,}04 + (-0{,}278) + 0{,}235 + (-0{,}45) + (-0{,}032)$

3. Vypočtěte:

a) $46 - 78 + 24 + 25 - 62 - 32$

b) $4\,281 - 2\,789 + 156 - 5\,065 - 7\,890 + 657$

c) $-1{,}2 - 2{,}7 + 4{,}5 + 8{,}3 - 9{,}2$

d) $0{,}24 - 0{,}358 - 0{,}238 + 0{,}78 - 0{,}7$

? Jak násobíme větší počet činitelů s různými znaménky?

Podobně jako sčítání je i násobení čísel *komutativní* a *asociativní*:

$$\boxed{\begin{array}{c} a \cdot b = b \cdot a \\ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \end{array}}$$

Proto při násobení většího počtu činitelů můžeme postupovat více způsoby, například násobit „zleva doprava“, jak je to vidět v následujících příkladech:

$$(-3)\cdot 4\cdot 5 = \underbrace{(-3)\cdot 4}\cdot 5 = (-12)\cdot 5 = -60$$

$$(-3)\cdot 4\cdot(-5) = \underbrace{(-3)\cdot 4}\cdot(-5) = (-12)\cdot(-5) = 60$$

$$(-3)\cdot(-4)\cdot(-5) = \underbrace{(-3)\cdot(-4)}\cdot(-5) = (+12)\cdot(-5) = -60$$

Předchozí součiny se liší počtem *záporných* činitelů. Pokud je záporný *jeden* nebo *tři* činitele, je součin **záporný**. Pokud jsou záporné *dva* činitele, je výsledek **kladný**.

Je-li mezi činiteli číslo nula, je výsledný součin roven nule.

Pro součin *nenulových* čísel platí pravidlo:

> Je-li v součinu **lichý** počet záporných činitelů, je výsledek **záporný**.
> Je-li v součinu **sudý** počet záporných činitelů, je výsledek **kladný**.

Předchozí pravidlo snadno vysvětlíme na základě toho, že násobení čísel je *komutativní* a *asociativní*. Představíme si, že před vlastním násobením většího počtu činitelů tyto činitele „přeskupíme“ tak, že nejprve zapíšeme všechny *záporné* činitele. Ty pak postupně sdružíme do dvojic. To je výhodné, neboť součin každých dvou záporných činitelů je kladný. Pokud můžeme takto sdružit všechny záporné činitele, byl jejich počet *sudý* a výsledný součin bude *kladný*. Jestliže při tomto sdružování všechny záporné činitele „nevyčerpáme“, pak právě jeden zbude. To znamená, že počet záporných činitelů byl *lichý* a výsledný součin vyjde *záporný*.

□ **4.** Určete, jaké znaménko má součin:

a) $5\cdot(-15)\cdot 4$

b) $(-4)\cdot(-5)\cdot(-9)$

c) $(-4)\cdot(-8)\cdot 7$

d) $(-2)\cdot 25\cdot(-2)$

e) $0\cdot(-4)\cdot(-5)\cdot(-554)$

f) $(-158)\cdot(-578)\cdot 7\cdot(-100)\cdot(-478)$

5. Vypočtěte:

a) $(-3)\cdot 4\cdot 10$ b) $5\cdot(-4)\cdot 2$

c) $6\cdot 5\cdot(-1)$ d) $(-2)\cdot(-5)\cdot 4$

e) $(-4)\cdot 8\cdot(-1)$ f) $0\cdot(-2)\cdot(-4)$

g) $(-1)\cdot(-5)\cdot(-1)$ h) $(-5)\cdot(-2)\cdot(-9)$

6. Vynásobte:

a) $2 \cdot (-5) \cdot 3 \cdot 7$
b) $4 \cdot (-8) \cdot 0 \cdot (-9)$
c) $2 \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot 11$
d) $(-2) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-3)$
e) $(-1) \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1)$
f) $(-2) \cdot 3 \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-6)$

V sešitě *Úvodní opakování* jsme vysvětlili, kdy je možné závorky v číselných výrazech vynechávat. Je to zejména v těchto případech:

- Výraz obsahuje pouze několik operací sčítání a odčítání.
- Výraz obsahuje pouze několik operací násobení.

Například

$$\text{místo} \quad 12 + (7 + 9) \quad \text{píšeme} \quad 12 + 7 + 9,$$
$$\text{místo} \quad 13 \cdot (3 \cdot 5) \quad \text{píšeme} \quad 13 \cdot 3 \cdot 5.$$

Nemůžeme však vynechat závorky, které „obklopují“ čísla se znaménky. Jsou to například závorky ve výrazech

$$3 \cdot (+7) \cdot 5, \qquad 3 + (-2) + (-4), \qquad 2 \cdot (-8) \cdot (-6).$$

V těchto případech však závorky umíme odstranit podle známých pravidel:

$$3 \cdot (+7) \cdot 5 = 3 \cdot 7 \cdot 5$$
$$3 + (-2) + (-4) = 3 - 2 - 4$$
$$2 \cdot (-8) \cdot (-6) = 2 \cdot 8 \cdot 6$$

Již dříve jsme se dohodli, že můžeme vynechávat závorky „kolem“ prvního sčítance:

$$(-3) + (-8) = -3 + (-8)$$

Stejně tak nebudeme někdy psát závorky „kolem“ prvního činitele:

$$(-2) \cdot 4 = -2 \cdot 4, \qquad (-3) \cdot (-8) = -3 \cdot (-8)$$

Víme také, že některé výrazy můžeme psát bez závorek díky pravidlu „přednosti“:

Násobení a dělení mají přednost před sčítáním a odčítáním.

Například:

$$-4-3\cdot 7=-4-\underbrace{3\cdot 7}=-4-21=-25$$

$$12+(-18):6=12+\underbrace{(-18):6}=12+(-3)=9$$

$$4\cdot(-8)+(-12):4=\underbrace{4\cdot(-8)}+\underbrace{(-12):4}=-32+(-3)=-35$$

Vypočteme nyní hodnoty tří výrazů, v jejichž zápisech je použito jak pravidlo přednosti, tak i závorky.

$$6-[7-(8+2)]=6-[7-\underbrace{(8+2)}]=6-\underbrace{(7-10)}=6-(-3)=6+3=9$$

$$17-[2-(3-4)\cdot 7+2\cdot(1+3)]=17-[2-\underbrace{(3-4)}\cdot 7+2\cdot\underbrace{(1+3)}]=$$
$$=17-[2-\underbrace{(-1)\cdot 7}+\underbrace{2\cdot 4}]=17-[2-(-7)+8]=$$
$$=17-\underbrace{(2+7+8)}=17-17=0$$

$$3\cdot\{5-[1-(4-1)\cdot 3]\}=3\cdot\{5-[1-\underbrace{(4-1)}\cdot 3]\}=3\cdot[5-(1-\underbrace{3\cdot 3})]=$$
$$=3\cdot[5-\underbrace{(1-9)}]=3\cdot[5-(-8)]=3\cdot\underbrace{(5+8)}=3\cdot 13=39$$

Po odstranění vnitřních závorek jsme jako obvykle zbylé vnější (hranaté nebo složené) závorky nahradili závorkami jednoduššími.

Prohlédněte si ještě několik výpočtů z Martinova sešitu:

$$-[2-(-3)+(5-2)]=-(2+3+3)=\underline{\underline{-8}}$$
$$10-\{9-[8-7-(-6)]\}=10-[9-(8-7+6)]=$$
$$=10-(9-7)=10-2=\underline{\underline{8}}$$
$$\{[(36-4):8-(-2)]\cdot(-2)\}:3=[(32:8+2)\cdot(-2)]:3=$$
$$=[(4+2)\cdot(-2)]:3=[6\cdot(-2)]:3=-12:3=\underline{\underline{-4}}$$

7. Vypočtěte:

a) $16+3\cdot 5$
$7-16:4$
$18-15\cdot 2$
$15-32:2$

b) $4\cdot 7+2\cdot 14$
$44:4-16:8$
$15:(-3)+21\cdot 3$
$6\cdot(-9)-32:8$

c) $2-2\cdot 5+3\cdot 4$
$3\cdot 5+12:4-30$
$4+6\cdot 5-68:2$
$12\cdot 2+12:2-4\cdot 9$

8. Vypočtěte:

a) $4 - 5 \cdot 6$
$(4 - 5) \cdot 6$
$(2 - 10) : 2$
$2 - 10 : 2$

b) $2 - 20 \cdot 3$
$(2 - 20) \cdot 3$
$30 - 36 : 2$
$(30 - 36) : 2$

c) $15 \cdot 4 - 20 \cdot 5$
$(12 \cdot 5) : (2 \cdot 3)$
$60 + (18 - 8) - 10 \cdot 8$
$(300 : 30) \cdot (27 : 9)$

9. Vypočtěte:

a) $24 : 4 + 8 \cdot (-2) + 4$
b) $(24 : 4 + 8) \cdot (-2) + 4$
c) $24 : (4 + 8) - 2 + 4$
d) $24 : [4 + 8 \cdot (-2) + 4]$

10. Vypočtěte:

a) $-0{,}4 + 0{,}02 \cdot 6$
b) $(-1{,}2 + 0{,}9) : 2$
c) $-0{,}4 - 0{,}02 : 2$
d) $-3{,}5 - 1{,}4 : 2$
e) $0{,}3 \cdot (-0{,}5) - 0{,}05$
f) $1{,}3 \cdot 0{,}3 - 1$
g) $0{,}45 : 9 - 0{,}95$
h) $(-0{,}28) : (0{,}04 + 0{,}1)$

11. Vypočtěte:

a) $100 - [25 - (16 + 5)]$
b) $4 \cdot 12 + 7 \cdot [(5 \cdot 8 - 7) + 11 \cdot 2 - 48]$
c) $(-2) \cdot [8 \cdot (15 - 7) - 2 \cdot 7] + 2$
d) $142 - [3 \cdot 2 + (5 \cdot 8 - 6) - 2] - 5$
e) $\{-53 + [11 - (17 + 5) : 2] - 39 : 3\} \cdot 2 + 8 \cdot 4$

? Co je *aritmetický průměr*?

V novinách často najdete údaje o *průměrném* měsíčním výdělku, *průměrné* spotřebě benzinu na 100 km ujeté vzdálenosti, *průměrné* návštěvě diváků v zápasech posledního kola fotbalové ligy apod. Slovo *průměr* má přesný matematický význam. Vysvětlíme ho na následujícím příkladu.

Petr při návštěvě babičky slíbil, že jí pomůže na zahradě sklidit jablka. V pondělí natrhal 74 kg jablek, v úterý 52 kg a ve středu 66 kg jablek. Snadno vypočteme, kolik kg jablek sklidil celkem:

$$74\,\mathrm{kg} + 52\,\mathrm{kg} + 66\,\mathrm{kg} = 192\,\mathrm{kg}$$

Kdybychom toto množství rozdělili na tři stejné díly, zjistili bychom, kolik kg jablek by Petr natrhal každý den, kdyby pracoval „rovnoměrně“:

$$(192\,\mathrm{kg}) : 3 = 64\,\mathrm{kg}$$

Budeme říkat, že Petr sklidil průměrně 64 kg jablek za den.

Zdůrazněme, že ve skutečnosti Petr žádný den přesně 64 kg jablek nenatrhal – v pondělí a ve středu sklidil více, v úterý méně.

Číslo 64 je *aritmetickým průměrem* čísel 74, 52 a 66:

$$64 = (74 + 52 + 66) : 3$$

Podobně vypočteme aritmetický průměr čísel 12, 15, 27, 14 a 13. Protože daných čísel je pět, budeme jejich součet dělit pěti:

$$(12 + 15 + 27 + 14 + 13) : 5 = 81 : 5 = 16{,}2$$

Výsledný průměr leží mezi nejmenším a největším z daných čísel:

$$12 < 16{,}2 < 27$$

To platí pro každý aritmetický průměr.

Aritmetický průměr několika čísel vypočteme tak, že tato čísla nejprve sečteme a výsledek pak vydělíme jejich počtem.

Vrátíme se ještě k předchozímu příkladu a určíme, o kolik se každé z daných pěti čísel liší od jejich aritmetického průměru:

$$\begin{aligned} 12 - 16{,}2 &= -4{,}2 \\ 15 - 16{,}2 &= -1{,}2 \\ 27 - 16{,}2 &= +10{,}8 \\ 14 - 16{,}2 &= -2{,}2 \\ 13 - 16{,}2 &= -3{,}2 \end{aligned}$$

Každý z těchto rozdílů se nazývá *odchylka* příslušného čísla od aritmetického průměru. Například $-4{,}2$ je odchylka čísla 12 a $+10{,}8$ je odchylka čísla 27 od průměru daných pěti čísel.

Jak vidíte, je odchylka *kladná*, pokud je dané číslo *větší* než průměr. Zapisujeme ji kladným číslem se znaménkem $+$, které tentokrát nevynecháváme.

Je-li dané číslo *menší* než průměr, je jeho odchylka od průměru *záporná*.

Odchylky čísel od jejich průměru mají zajímavou vlastnost – jejich součet je roven nule:

$$(-4{,}2) + (-1{,}2) + (+10{,}8) + (-2{,}2) + (-3{,}2) = 0$$

12. Vypočtěte aritmetický průměr čísel:

a) 3 a 5
b) 4, 8 a 18
c) 2, 0, 7 a 5
d) 3, −4, 12, 7 a 1
e) 3, 3, 3, 3 a 3
f) −2, −18, −10 a −6

13. Vypočtěte aritmetický průměr čísel 15, 28, 37, 16 a 42 a jejich odchylky od tohoto průměru.

□ **14.** Je dána skupina čísel. Může některé z nich mít odchylku od aritmetického průměru dané skupiny rovnu nule?

15. Hokejový brankář dostal v posledních čtyřech zápasech svého družstva postupně 2, 7, 3 a 2 góly. Kolik gólů pustil průměrně v jednom zápase?

Na závěr vyřešíme ještě jeden příklad.

Příklad 1. Minulý týden psali žáci primy A písemnou práci z matematiky. Osm žáků dostalo jedničku, dvanáct dvojku, šest trojku a tři čtyřku. Adam dostal dvojku. Byla jeho známka lepší než průměr třídy?

Řešení. Nejprve vypočteme průměr známek všech 29 žáků. Jde o skupinu čísel:

$$\underbrace{1, 1, \ldots 1}_{8}, \underbrace{2, 2, \ldots 2}_{12}, \underbrace{3, 3, \ldots 3}_{6}, \underbrace{4, 4, 4}_{3}$$

Jejich součet je roven:

$$8 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 8 + 24 + 18 + 12 = 62$$

Zbývá tento součet vydělit číslem 29:

$$62 : 29 = 2{,}137931\ldots \doteq 2{,}14$$

Protože výsledný průměr je větší než 2, dopadl Adam lépe než „průměrný žák“.

16. Vypočtěte průměr svých známek z posledního vysvědčení.

17. Vojta hodil stokrát hrací kostkou. Jednička mu padla dvacetkrát, dvojka dvanáctkrát, trojka patnáctkrát, čtyřka osmnáctkrát a pětka také osmnáctkrát. Při ostatních hodech mu padla šestka. Kolik bodů mu průměrně padlo na jeden hod?

CVIČENÍ 9

1. Vypočtěte:

a) $14 - 17 + 68 - 25 - 36$

b) $569 - 258 + 741 + 603 - 209 - 780$

c) $0{,}5 - 2{,}6 + 0{,}8 + 2.3 - 1{,}3 - 8{,}4 + 6{,}7$

d) $(3{,}6 - 2{,}4) - (0{,}5 - 0{,}8) - (-6 - 18) - (-15 - 13{,}5)$

☐ **2.** Vynásobte zpaměti:

a) $-7{,}4 \cdot 100 \cdot 2$ b) $-2{,}43 \cdot 0{,}01 \cdot 100$

c) $100 \cdot 13{,}4 \cdot (-0{,}001)$ d) $-10 \cdot (-0{,}1) \cdot (-10{,}1)$

e) $100 \cdot (-0{,}01) \cdot 0{,}7$ f) $-4{,}2 \cdot (-100) \cdot (-0{,}2)$

☐ **3.** Vypočtěte:

a) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

c) $(-2) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-2)$

4. Určete hodnoty výrazů:

a) $-6 \cdot 3 - 2$	b) $8 : 4 + 2$	c) $36 : 6 - 6$
$6 : 3 + 2$	$-8 \cdot 4 - 2$	$-36 - 6 + (-6)$
$6 + 3 \cdot 2$	$-8 + 4 : 2$	$-36 - 6 \cdot (-6)$
$-6 : 3 - 2$	$8 - 4 \cdot 2$	$-36 + 6 : 6$

5. Vypočtěte:

a) $4{,}2 - 0{,}8 \cdot 4$ b) $0{,}6 - 2{,}1 \cdot 6$

c) $2{,}5 : (-0{,}5) + 1{,}5$ d) $0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot (-0{,}3)$

e) $0{,}5 \cdot 7 + (-0{,}7) \cdot (-5)$ f) $1{,}4 : (-0{,}7) - 2{,}4$

6. Porovnejte nerovnostmi součiny:

$$a = (-2) \cdot (-5) \cdot (-6{,}1)$$
$$b = (-2) \cdot 4 \cdot (-7{,}9) \cdot (-1)$$
$$c = (-9{,}7) \cdot (-2) \cdot (-3)$$

7. Zapište nejdříve jako výraz a pak vypočtěte:

a) k číslu 20 je přičten trojnásobek čísla -30

b) od nuly je odečten čtyřnásobek čísla -5

c) součet čísel -30 a -5 je vynásoben jejich rozdílem

d) k součinu čísel -30 a -5 je přičten jejich podíl

e) podíl součtu a rozdílu čísel -30 a -5

8. Určete číselné hodnoty výrazů:

a) $-6 + (-8) : 2 + 15$ b) $-8 - (-6) - 3 - (-2) + 6$

c) $-12 + 8 - 6 : 3 + 2 \cdot (-3)$ d) $25 - 4 \cdot 4 - 25 - (-4) : 4$

e) $-8 : (-4) + (-6) : (-2)$ f) $2 \cdot 4 \cdot 4 - (-8) : 2$

9. Vypočtěte:

a) $(0{,}45 + 0{,}5) \cdot 4$
$(2{,}6 - 1{,}08) : 0{,}4$
$(1{,}24 - 2) \cdot (-5)$

b) $0{,}4 \cdot (5{,}6 - 2{,}85)$
$9{,}6 : 0{,}6 - 17{,}1$
$-13{,}6 + 5 : 0{,}4$

c) $(1 - 2{,}9) : (-0{,}5)$
$2{,}6 : 13 + 1{,}6 \cdot 3$
$0{,}25 \cdot 40 - 11{,}8 - 3{,}2$

d) $52 \cdot 0{,}07 - 4{,}74$
$-13 + 0{,}8 \cdot 50 - 22$
$10 - 1{,}8 : 60 - 4{,}97$

10. Vypočtěte:

a) $5 \cdot (-5) - [14 - (5 - 17)]$

b) $28 - [-15 - (7 - 9)]$

c) $50 - (28 + 42) - [6 - (-4) \cdot 10] \cdot (-3)$

d) $(6 - 0{,}4) : (-7 + 6{,}2) - [4 \cdot (-0{,}9) + 2{,}6]$

11. Hodnoty výrazů A, B, C a D seřaďte od nejmenší po největší:

$$A = 1 + (25 - 30 : 5) \cdot (-2)$$
$$B = -39 - [6 \cdot (-7) + (-9) \cdot (-5)]$$
$$C = 14 : (-7) - 32 : 8 + 64 : (-2)$$
$$D = (-5) \cdot (-6) - 7 \cdot 9 + 2 \cdot (-2)$$

12. Přesvědčte se, že výraz

$$107 - 2 \cdot \{17 - [(-4) \cdot 5 + (-9) + 24 : (-3)]\}$$

je roven zápornému celému číslu většímu než -2.

13. Vypočtěte aritmetický průměr čísel:

a) 3, 4, 5, 6, 7, 8 b) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

c) -12, -14, -16, -18 d) -21, -19, -15, 14, 18, 23

14. Uveďte příklad pěti různých čísel tak, aby jejich aritmetický průměr byl roven číslu 10.

15. Z čísel 64, 75, 92, 68 a 60 vyberte ta, která mají od průměru celé skupiny čísel záporné odchylky.

16. Osm utkání posledního ligového kola v kopané zhlédlo celkem 49 850 diváků. Kolik jich přišlo průměrně na jeden zápas?

17. Určete aritmetický průměr všech přirozených čísel od 36 do 50.

18. Účastníci putovního tábora ušli první den 21 km. Na místě, kam došli, zůstali celý druhý den. Třetí den ušli o 4 km více než první den, čtvrtý den urazili 16 km. Pátý, závěrečný den putovali po trase dlouhé 12 km. Vypočtěte průměrnou délku denní trasy, která připadá

a) na všechny dny trvání tábora,

b) na ty dny, kdy skutečně putovali.

19. Číslo 20 je aritmetický průměr daných osmi čísel. Určete jejich součet.

***20.** Je dáno deset čísel. Aritmetický průměr prvních čtyř z nich se rovná číslu 12, ostatních šest čísel má aritmetický průměr rovný číslu 7. Vypočtěte průměr všech deseti čísel.

11 ČÍSELNÁ OSA A SOUSTAVA SOUŘADNIC

Jistě jste již ocenili, jak je mnohdy užitečné znázorňovat čísla graficky. Takové znázornění jsme používali zejména tehdy, když jsme potřebovali *porovnat* několik čísel *podle velikosti*. Tehdy jsme čísla zobrazovali na přímce zvané *číselná osa*.

Jindy potřebujeme naopak přesně určit polohu některého bodu na přímce nebo v rovině. Potom bodům přiřazujeme číslo nebo dvojici čísel zvaných *souřadnice*.

Mezi čísly a body na přímce je tedy těsná souvislost, kterou vysvětlíme v této kapitole. Nejprve zopakujeme, co už víme o číselné ose.

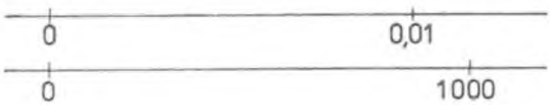
Co je *číselná osa*? ?

Číselná osa je přímka, na které znázorňujeme *čísla* jako *body*. Je na ní obvykle vyznačen **počátek** a **jednotka délky**. Počátek, který je obrazem čísla 0, se značí písmenem O. Jednotkou délky je úsečka OJ, kde J je obraz čísla 1.

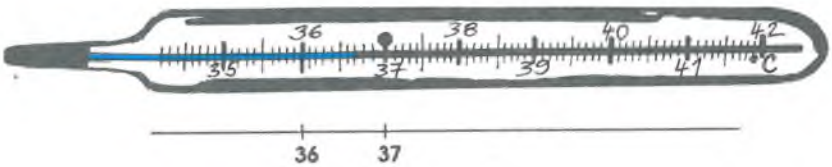
Písmeno O je prvním písmenem latinského slova *origo*, které znamená počátek. Písmena O, J většinou k číselné ose nepřipisujeme a oba body popisujeme pouze čísly 0 a 1. Často mluvíme stručně o číslech na číselné ose, i když máme na mysli jejich obrazy.

Na číselné ose znázorňujeme obrazy jednotlivých čísel tak, že na polopřímku OJ zobrazujeme čísla *kladná* (větší než 0), na polopřímku opačnou pak čísla *záporná* (menší než 0).

Jednotka délky na číselné ose je v mnoha praktických situacích příliš „velká“, nebo naopak příliš „malá“. Tehdy k určení *měřítka* číselné osy vyznačíme obraz jiného čísla než čísla 1:

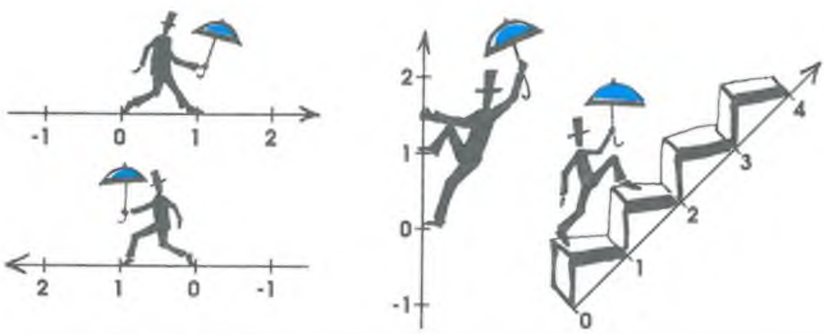


Někdy potřebujeme znázornit čísla, která jsou „daleko“ od počátku:



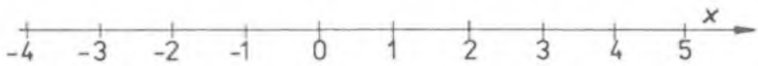
V takovém případě je potřeba číselnou osu „zadat“ pomocí obrazů jiných dvou čísel než čísel 0 a 1.

Na následujících obrázcích je znázorněno několik číselných os v různých polohách. Abychom vyznačili „směr narůstání čísel“, bývá zpravidla číselná osa opatřena na jednom „konci“ šipkou.



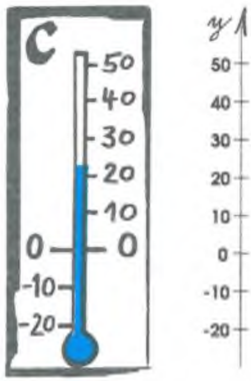
Jak jste již poznali, v matematice nejčastěji používáme vodorovnou číselnou osu, na níž je obraz čísla 1 *vpravo* od obrazu čísla 0. Někdy ji stručně pojmenováváme „*osa* x“.

Na číselné ose x je obraz většího čísla **vpravo** od obrazu menšího čísla.



Kladná čísla tedy zobrazíme na takové číselné ose *vpravo* od počátku, zatímco *záporná* čísla *vlevo* od počátku.

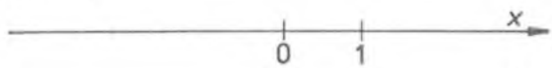
Při výkladu o záporných číslech jsme potřebovali svislou číselnou osu. Vybrali jsme takovou, na které byl obraz čísla 1 „nad“ obrazem čísla 0. Takovou osu označujeme zpravidla y. Kladná čísla jsou na ní znázorněna *nad* počátkem, čísla záporná „pod“ počátkem. Jako příklad takové číselné osy jsme uvedli stupnici nástěnného teploměru.



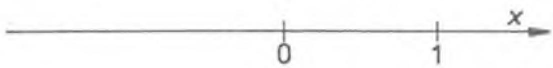
1. Narýsujte si číselnou osu podle obrázku a znázorněte na ní daná čísla:

a) 3 a 5

b) −2, −1, 2 a 3



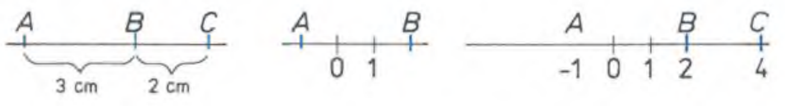
c) −1,2; −0,8; 0,3 a 1,3



d) 25, 60, 95 a 110

? Jak výhodně popsat polohu bodu na přímce?

Často potřebujeme výstižně popsat polohu bodu na přímce. Můžeme si pomoci tak, že přímku „přeměníme“ na číselnou osu. Každý bod přímky pak popíšeme tím číslem, které se na číselné ose do tohoto bodu zobrazí.



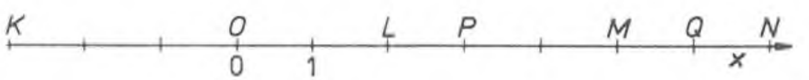
Na obrázku vidíte tuto „přeměnu“. Na přímce s body A, B, C a vyznačenými vzdálenostmi jsme zvolili obrazy čísel 0 a 1. Tím se tato přímka stala číselnou osou, na které je bod A obrazem čísla -1, bod B obrazem čísla 2 a bod C obrazem čísla 4.

Říkáme, že na této číselné ose má bod A *souřadnici* -1, bod B má *souřadnici* 2 a bod C má *souřadnici* 4. Souřadnice zapisujeme v hranatých závorkách za označením bodu: $A[-1]$, $B[2]$, $C[4]$.

Obrazy čísel 0 a 1 můžeme zvolit na dané přímce libovolně. Udělejte to tak, aby bod B na posledním obrázku měl souřadnici 0 a bod C souřadnici 1. Jakou souřadnici bude mít bod A?

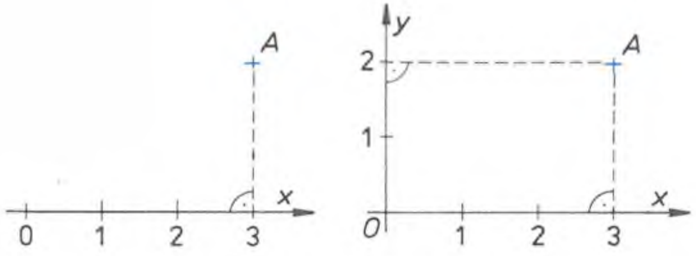
2. Znázorněte na číselné ose body $A[2]$, $B[2{,}5]$ a $C[-0{,}7]$. Zvolte jednotku délky 3,5 cm.

3. Určete souřadnice bodů K, L, M, N, P, Q na číselné ose z obrázku:



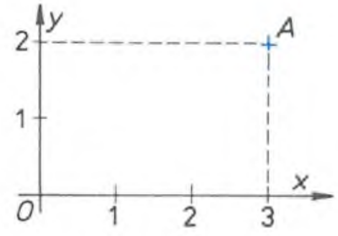
? Jak výhodně popsat polohu bodu v rovině?

Umíme už určovat polohu bodu na dané přímce pomocí *jedné* souřadnice. K určení polohy bodu v dané rovině nám však jedna souřadnice nestačí. Zvolíme-li např. *vodorovnou* číselnou osu x, můžeme pomocí ní pouze určit, jak „daleko“ je daný bod A „vlevo“ či „vpravo“. Neumíme však vyjádřit, jak „vysoko nad osou x“, nebo „hluboko pod osou x“ je bod A umístěn. Pomůžeme si proto přidáním druhé, a to *svislé* číselné osy y.

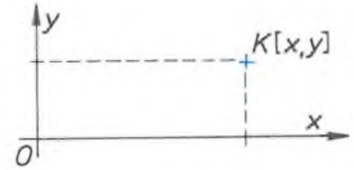


Vysvětlili jsme, že pro určení polohy bodu v rovině můžeme použít dvě navzájem kolmé číselné osy. Ty pak vytvářejí *pravoúhlou soustavu souřadnic*. Jejich průsečík se nazývá *počátek*; obvykle se značí písmenem O. Vodorovné ose x říkáme *první osa souřadnic*, svislé ose y říkáme *druhá osa souřadnic*.

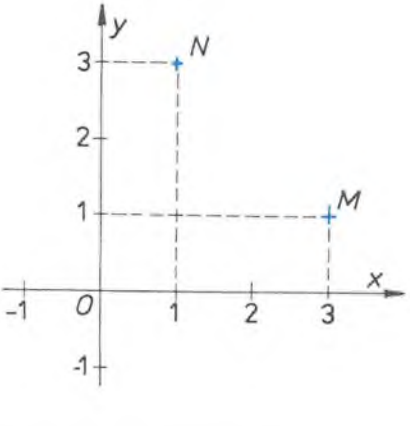
O bodu A z našeho obrázku říkáme, že má první (x-ovou) souřadnici rovnu 3 a druhou (y-ovou) souřadnici rovnu 2. Symbolicky to zapíšeme $A[3;2]$. Do hranatých závorek za jméno bodu uvádíme nejprve x-ovou, pak y-ovou souřadnici.



Obecně zapisujeme $K[x;y]$. Buďte pozorní: při takovém zápisu např. písmeno x pojmenovává osu i udává (první) souřadnici bodu K. Taková „nepřesnost" má výhodu: vidíme, ke které ose která souřadnice patří.

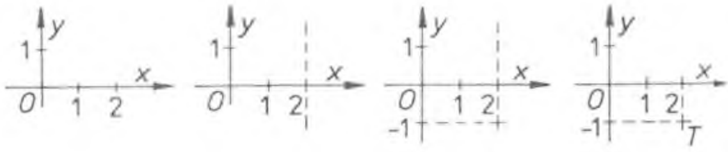


Při zápisu souřadnic dávejte pozor na jejich pořadí. Na obrázku vidíte dva *různé* body $M[3;1]$ a $N[1;3]$.



Nyní vysvětlíme, jak sestrojit bod, známe-li jeho souřadnice. Taková úloha předpokládá, že je v rovině zvolena pravoúhlá soustava souřadnic.

Na následujících obrázcích pozorujte sestrojení bodu $T[2;-1]$:

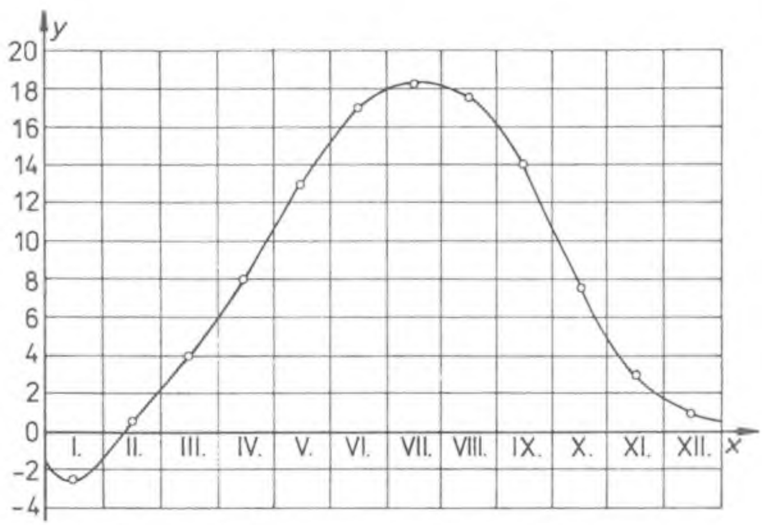


Dosud jsme pracovali s pravoúhlými soustavami souřadnic, které měly na obou osách stejnou jednotku délky. Takovým soustavám říkáme **kartézské**.

Přívlastek *kartézská* souvisí se jménem francouzského matematika Descarta, jehož příjmení zní latinsky *Cartesius* (čti „Kartézius").

V praxi se však setkáte i s jinými pravoúhlými soustavami souřadnic.

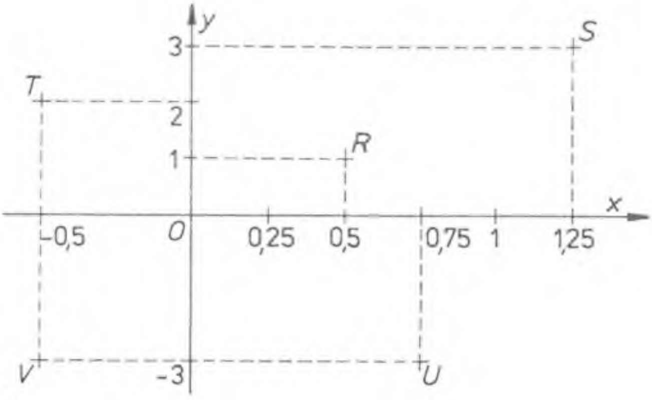
Prohlédněte si grafické znázornění průměrných měsíčních teplot v Brně v letech 1901 – 1950. Na vodorovné ose je vyneseno pořadové číslo měsíce, na svislé teplota ve stupních Celsia.



4. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic a vyznačte v ní body $A[1;3]$, $B[-2;1]$, $C[-3;-2]$, $D[0;1]$, $E[2;-4]$, $F[-5;0]$.

□ 5. Jsou body $A[1;2]$ a $B[2;1]$ dané svými souřadnicemi vzhledem k téže pravoúhlé soustavě souřadnic totožné? Vysvětlete.

6. Určete souřadnice bodů R, S, T, U, V z obrázku.



7. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic a narýsujte trojúhelník ABC s vrcholy $A[1; 2]$, $B[3; 3]$, $C[2; 5]$.

8. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic a vyznačte body $A[0; 3]$, $B[-1; 0]$, $C[0; 4]$, $D[-4; 2]$. Narýsujte přímky AB a CD a určete souřadnice jejich průsečíku X.

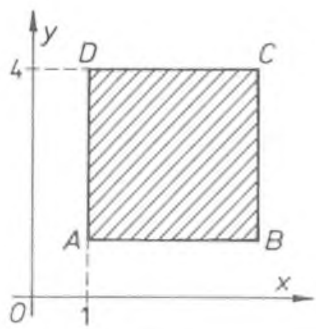
9. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic a znázorněte množinu všech takových bodů,

a) jejichž x-ová souřadnice se rovná -1,

b) jejichž y-ová souřadnice se rovná 3,

c) jejichž x-ová souřadnice je záporná.

$*$**10.** Pomocí kartézských souřadnic popište množinu všech bodů čtverce $ABCD$.

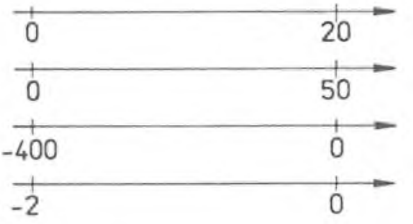


CVIČENÍ 10

1. Narýsujte dvě svislé číselné osy a na každé zvolte jinou jednotku délky. Vyznačte na obou osách čísla -3, -2, -1, 0, 1.

2. Na číselné ose s vhodnou jednotkou délky znázorněte čísla:
   a) 0, 15, 20 b) 0, 80, 90
   c) 0, 320, 450 d) 0, -105, -110

3. Překreslete číselné osy z obrázku tak, aby dvě daná čísla na nich vymezila úsečky o délce 10 cm. Na každé úsečce vyznačte body, které ji dělí na 10 stejných dílů. Kterým číslům vyznačené body odpovídají?



4. Znázorněte na číselné ose body:
   a) $D[69]$, $S[63]$, $M[70]$, $E[65]$
   b) $A[133]$, $A'[137]$, $C[139]$, $D[129]$, $N[135]$, $T[141]$, $V[131]$

5. Narýsujte číselnou osu s jednotkou délky 1 cm a vyznačte na ní obrazy čísel -5, 0, 1, 7. Dále výrazně vyznačte obrazy všech přirozených čísel, které mají menší vzdálenost od obrazu čísla 7 než od obrazu čísla -5 a leží mezi nimi.

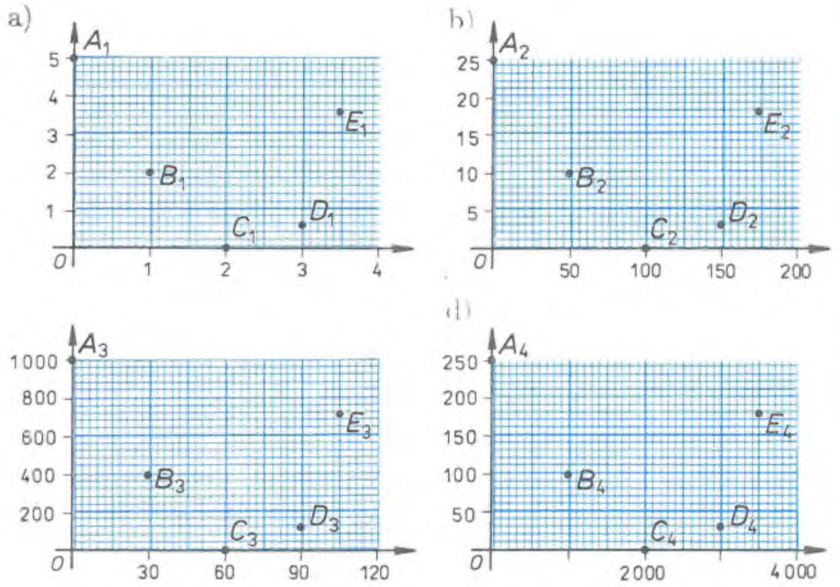
∗6. Narýsujte část číselné osy x podle obrázku (zvolte $|KL| = 12\,\text{cm}$). Vyznačte na ní obraz čísla 0, jestliže bod K má souřadnici -50 a bod L má souřadnici $+30$.

7. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic s jednotkou délky 1 cm a vyznačte body: $A'[4;3]$, $N[2;2]$, $O[10;0]$, $M[6;3]$, $T[8;1]$, $Z[0;1]$

8. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic s jednotkou délky 4 cm a zobrazte body: $A[-1;1]$, $B[0;1]$, $C[1;1]$, $D[-1;0]$, $E[0;0]$, $F[1;0]$, $G[-1;1]$, $H[0;-1]$, $I[1;-1]$

9. Zvolte v rovině pravoúhlou soustavu souřadnic s vhodnými jednotkami délky a zobrazte body: $K[100;30]$, $L[150;15]$, $M[310;20]$

10. Určete souřadnice všech bodů vyznačených na obrázcích:



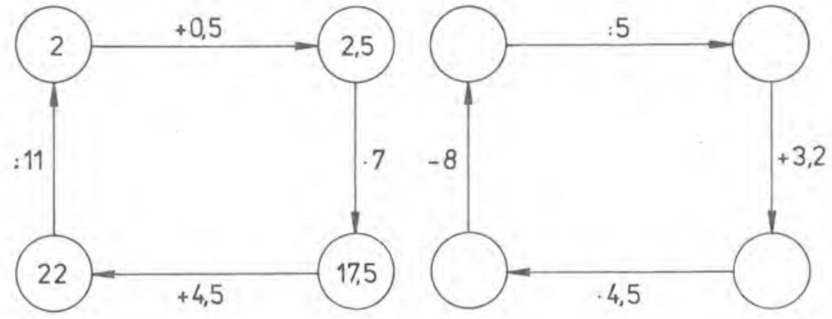
11. Zvolte v rovině kartézskou soustavu souřadnic a vyznačte body $A[-1;1]$, $B[2;-2]$, $C[5;1]$ a $D[2;4]$. Narýsujte útvar $ABCD$ a pojmenujte ho.

12. V rovině zvolte kartézskou soustavu souřadnic a znázorněte množinu A všech bodů, jejichž y-ová souřadnice se rovná -1, a také množinu B všech bodů, jejichž x-ová souřadnice se rovná 2.
Zapište souřadnicemi všechny body, které patří do množiny $\mathsf{A} \cap \mathsf{B}$.

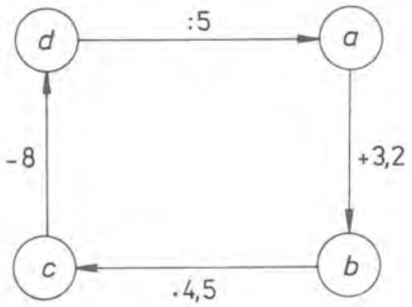
12 ÚLOHY Z MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY

V této kapitole se můžete přesvědčit, zda jste schopni řešit i složitější úlohy o kladných a záporných číslech. Zařadili jsme do ní totiž tři řešené a tři neřešené úlohy z *matematické olympiády*. Všechny zde uvedené úlohy jsou opatřeny odkazy na ročník soutěže, ve kterém byly zadány. Zápis „35. r., Z5–I–5“ za číslem úlohy znamená, že tato úloha byla zadána ve 35. ročníku soutěže v kategorii Z5 (pro žáky 5. tříd základních škol) v I. (tj. školním) kole jako úloha číslo 5. Toto označení vám pomůže nalézt danou úlohu v příslušné *ročence* matematické olympiády. Můžete tedy své vlastní řešení porovnat nejen s tím, které uvádíme v učebnici, ale také s řešením autora úlohy, které je v příslušné ročence uvedeno.

Úloha 1 (35. r., Z5–I–5)
V kroužcích na obrázku vlevo jsou čísla, která odpovídají vyznačeným početním výkonům (např. $2+0{,}5=2{,}5$ a $2{,}5\cdot 7=17{,}5$). Také do kroužků na obrázku vpravo vepište taková čísla, aby odpovídala uvedeným početním výkonům.



Řešení. Označíme hledaná čísla podle obrázku.



Podle šipek od čísla a k číslu b a od čísla b k číslu c víme, že platí:

$$a+3{,}2=b,\quad 4{,}5\cdot b=c$$

Proto pro číslo c dostáváme:

$$c=4{,}5\cdot b=4{,}5\cdot(a+3{,}2)=4{,}5\cdot a+14{,}4$$

Z šipky od c k d vidíme, že číslo d je o 8 menší než číslo c, proto

$$d=(4{,}5\cdot a+14{,}4)-8=4{,}5\cdot a+6{,}4$$

Poslední šipka od d k a říká, že číslo d je pětkrát větší než číslo a, proto

$$d=5\cdot a,$$

a tedy

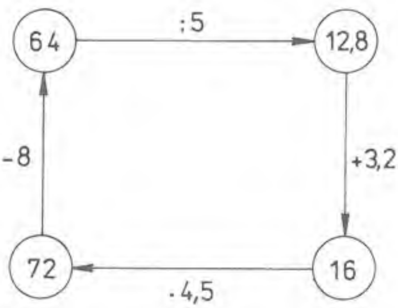
$$4{,}5\cdot a+6{,}4=5\cdot a.$$

Úpravou této rovnice zjistíme, že

$$0{,}5 \cdot a = 6{,}4,$$

odkud $a = 12{,}8$.

Nyní již snadno doplníme čísla do zbylých kroužků:



Úloha 2 (36. r., Z6–II–2)
Na místa hvězdiček doplňte neznámá čísla tak, aby pod každou dvojicí sousedních čísel jednoho řádku byl jejich součin. Najděte kladná řešení.

$$\begin{array}{ccccccccc}
* & & * & & 0{,}5 & & * & & 2 \\
& 9 & & * & & * & & * & \\
& & * & & * & & 16 & & \\
& & & 162 & & * & & & \\
& & & & * & & & &
\end{array}$$

Řešení. Začneme tím, že neznámá čísla označíme písmeny:

$$\begin{array}{ccccccccc}
a & & b & & 0{,}5 & & c & & 2 \\
& 9 & & d & & e & & f & \\
& & g & & h & & 16 & & \\
& & & 162 & & i & & & \\
& & & & j & & & &
\end{array}$$

Z trojúhelníku „vpravo nahoře“

$$\begin{array}{ccccc}
0{,}5 & & c & & 2 \\
& e & & f & \\
& & 16 & &
\end{array}$$

plynou rovnosti

$$0{,}5 \cdot c = e, \qquad 2 \cdot c = f, \qquad e \cdot f = 16.$$

Z nich vyplývá

$$16 = (0{,}5 \cdot c) \cdot (2 \cdot c) = c \cdot c = c^2,$$

odkud $c = 4$, takže $e = 0{,}5 \cdot 4 = 2$ a $f = 2 \cdot 4 = 8$.

Přepišme znovu již částečně vyplněné schéma:

$$\begin{array}{ccccccccc}
a & & b & & 0{,}5 & & 4 & & 2 \\
& 9 & & d & & 2 & & 8 & \\
& & g & & h & & 16 & & \\
& & & 162 & & i & & & \\
& & & & j & & & &
\end{array}$$

Nyní si všimneme trojúhelníku, který „začíná“ na druhém řádku vlevo:

$$\begin{array}{ccccc}
9 & & d & & 2 \\
& g & & h & \\
& & 162 & &
\end{array}$$

Podobně jako dříve zjistíme, že platí:

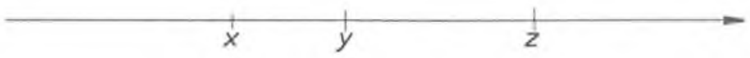
$$g = 9 \cdot d, \qquad h = 2 \cdot d$$
$$162 = g \cdot h = (9 \cdot d) \cdot (2 \cdot d) = 18 \cdot d \cdot d = 18 \cdot d^2$$

Odtud $d^2 = 162 : 18 = 9$ a $d = 3$. Proto $g = 9 \cdot 3 = 27$ a $h = 2 \cdot 3 = 6$.
Určit čísla i a j je již snadné: $i = 6 \cdot 16 = 96$, $j = 162 \cdot 96 = 15\,552$.
Nakonec podle druhého řádku vyplníme i začátek řádku prvního:
$0{,}5 \cdot b = 3$, proto $b = 6$; $a \cdot b = 9$, proto $a = 9 : 6 = 1{,}5$.

Výsledné schéma vypadá takto:

$$\begin{array}{ccccccccc}
1{,}5 & & 6 & & 0{,}5 & & 4 & & 2 \\
& 9 & & 3 & & 2 & & 8 & \\
& & 27 & & 6 & & 16 & & \\
& & & 162 & & 96 & & & \\
& & & & 15\,552 & & & &
\end{array}$$

Úloha 3 (43. r., Z6–I–4)
Na obrázku je narýsována číselná osa a na ní jsou vyznačena tři čísla x, y, z. Narýsuj na této číselné ose obraz nuly, jestliže víš, že součet dvou vyznačených čísel se rovná třetímu. Najdi všechna řešení.

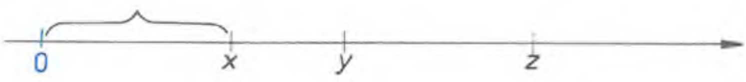


Řešení. Předpokládejme nejprve, že číslo z je rovno součtu čísel x a y:

$$z = x + y$$

Protože číslo z leží napravo od čísla y, je číslo $x = z - y$ kladné a svorkami označená úsečka udává vlastně vzdálenost čísla x od čísla 0.

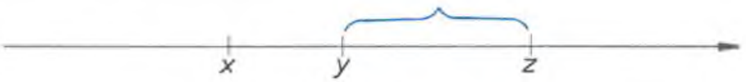
Proto tuto vzdálenost přeneseme *doleva* od (kladného) čísla x, a tak získáme obraz čísla 0.



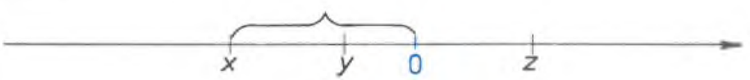
Nyní předpokládejme, že číslo y je rovno součtu čísel x a z:

$$y = x + z$$

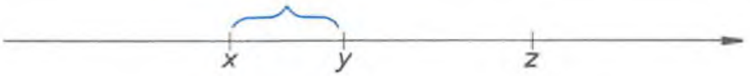
Pak platí $x = y - z < 0$ a svorkami vyznačená úsečka udává vzdálenost záporného čísla x od čísla 0.



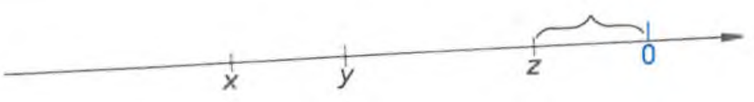
Proto naneseme vyznačenou vzdálenost *doprava* od čísla x, a tak získáme obraz čísla 0:



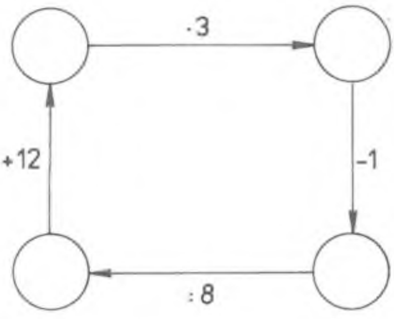
Zbývá posoudit poslední případ, kdy $x = y + z$. Nyní $z = x - y < 0$, proto svorkami vyznačená úsečka udává vzdálenost záporného čísla z od čísla 0.



Naneseme tedy vyznačenou vzdálenost *doprava* od čísla z, a tak získáme obraz čísla 0:



1. (35. r., Z5–II–3)
Do kroužků v obrázku napište celá čísla tak, aby odpovídala uvedeným početním výkonům.



2. (36. r., Z6–I–5)
Místo hvězdiček doplňte čísla tak, aby pod každou dvojicí sousedních čísel jednoho řádku byl vždy jejich součin.

1,5 4 * * 2
6 * 3 *
* * *
72 *
*

3. (43. r., Z7–I–5)
Na číselné ose jsou znázorněna tři čísla x, y, z:

Narýsuj na této číselné ose obraz nuly, jestliže víš, že rozdíl dvou znázorněných čísel se rovná třetímu. Najdi všechna řešení.

13 SOUHRNNÁ CVIČENÍ

1 Desetinná čísla

□ **1.** Přečtěte údaje o méně známých jednotkách času:

1 milisekunda je 0,001 sekundy a značí se ms,
1 mikrosekunda je 0,000 001 sekundy a značí se μs,
1 nanosekunda je 0,000 000 001 sekundy a značí se ns.

2. Zapište, mezi kterými dvěma sousedními přirozenými čísly leží číslo:
a) 9,602 b) 2,000 8 c) 16,79 d) 503,32

3. Z číslic 0, 1, 2, 4, 5 sestavte nejmenší a největší desetinné číslo tak, aby každé z nich mělo číslici 2 na místě desetin. (Každou číslici použijte právě jednou.)

4. Určete rozvinutý zápis čísla 28,305 7.

5. Na číselné ose s vhodně zvolenou jednotkou délky znázorněte čísla:
a) 0,8; 9,3; 4,5; 6,2; 8,1
b) 3,24; 3,85; 4,05; 3,42; 3,57
c) 0,78; 0,71; 0,745; 0,754; 0,82

6. Určete, kolik celých jednotek je:
a) 60 desetin b) 700 desetin c) 900 setin
d) 5 000 setin e) 40 000 tisícin f) 6 200 000 tisícin

7. Určete, kolik desetin je:
a) 40 setin b) 200 setin c) 8 jednotek
d) 250 setin e) 300 tisícin f) 7 000 tisícin

8. Určete, kolik tisícin je:
a) 12 b) 5,7 c) 0,64 d) 12,3

9. Určete, kolik miliontin je:
a) 3 b) 0,9 c) 0,070 5 d) 0,807 32

10. Rozhodněte, který ze znaků $<$, $>$, $=$ patří do rámečku:
a) 2,782 □ 2,782 00 b) 3,563 0 □ 3,560 3
c) 4,015 6 □ 4,105 60 d) 0,010 20 □ 0,010 02

☐ **11.** Z množiny $\{2{,}103;\ 0{,}46;\ 3{,}03;\ 1{,}12;\ 3{,}2;\ 2{,}2;\ 0{,}03;\ 1{,}6\}$ vyberte ta čísla, která jsou

a) menší než 2,2, b) větší než 1,12.

12. Uspořádejte daná čísla od nejmenšího k největšímu:

a) 3,4; 4,03; 3,43; 4,3 b) 0,27; 0,207; 0,72; 0,7
c) 0,1; 0,09; 0,19; 0,019 d) 2,7; 2,57; 2,517; 2,05

13. Číslo 58,283 5 zaokrouhlete:

a) na stovky b) na desítky c) na jednotky
d) na desetiny e) na setiny f) na tisíciny

14. Na číselné ose s vhodnou jednotkou délky znázorněte všechna čísla, která jsou

a) po zaokrouhlení na desetiny rovna číslu 3,2,
b) po zaokrouhlení na setiny rovna číslu 0,67.

∗ **15.** Honza si napsal na kartičky některé číslice a desetinnou čárku a sestavoval různá desetinná čísla. Určete všechna různá necelá čísla, která mohl sestavit, jestliže měl na kartičkách napsány tyto číslice:

a) 1, 5 b) 0, 1 c) 0, 1, 5
d) 0, 0, 5 e) 0, 5, 5 f) 1, 1, 1

(Při sestavování čísel Honza nemusel použít všechny kartičky.)

2 Sčítání a odčítání desetinných čísel

☐ **16.** Sečtěte:

a) $1{,}2 + 3{,}4 + 0{,}3 + 0{,}8$ b) $5{,}2 + 1{,}3 + 4 + 0{,}5$
c) $1{,}4 + 0{,}5 + 7{,}1 + 0{,}6$ d) $0{,}4 + 4{,}04 + 4{,}004$

☐ **17.** Odečtěte:

a) $5{,}6 - 3{,}4$ b) $0{,}7 - 0{,}03$ c) $8 - 3{,}2$ d) $13 - 0{,}08$
e) $1 - 0{,}04$ f) $9 - 2{,}06$ g) $4{,}5 - 0{,}16$ h) $19 - 6{,}35$

18. Vypočtěte:

a) $23{,}62 + 28{,}4 + 916{,}45 + 63$
b) $756{,}13 + 48{,}5 + 3{,}629 + 412 + 15{,}741$
c) $586{,}72 - 489{,}703$
d) $65{,}48 + 78{,}123 - 59{,}103$
e) $0{,}579 - 0{,}048\,3 + 0{,}421 - 0{,}951\,7$

19. Štěpán o prázdninách sledoval, jak se mění výška hladiny vody v jejich studni. 1. července zjistil, že je hladina ve výšce 2,85 m. 15. července změřil, že hladina stoupla o 0,36 m. Pak už jen klesala: 31. července o 0,73 m proti předchozímu měření, 15. srpna o 0,28 m proti předchozímu měření a 31. srpna o 0,34 m proti předchozímu měření. Jaká byla výška hladiny na konci prázdnin?

20. Kolika různými způsoby je možné zaplatit částku 3,50 Kč, máte-li k dispozici dostatečný počet padesátihaléřových, korunových a dvoukorunových mincí?

21. O kolik je součet čísel 94,056 a 56,78 větší než jejich rozdíl?

3 Násobení a dělení desetinných čísel

22. Vynásobte:

a) $5 \cdot 0{,}1$; $145 \cdot 0{,}001$; $0{,}000\,01 \cdot 14$; $0{,}25 \cdot 0{,}1$

b) $100 \cdot 42{,}3$; $1{,}25 \cdot 10$; $1\,000 \cdot 1{,}25$; $0{,}001 \cdot 0{,}012\,5$

23. Vynásobte:

a) $0{,}71 \cdot 2{,}219$ b) $67 \cdot 123{,}5$

c) $0{,}001\,4 \cdot 0{,}015$ d) $7{,}105\,03 \cdot 105$

∗**24.** Vypočtěte výhodně:

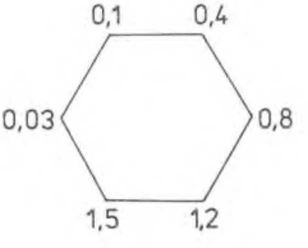
a) $55 \cdot 1{,}1$ b) $0{,}9 \cdot 17$ c) $250 \cdot 1{,}01$

25. Čísla zapsaná u vrcholů šestiúhelníku násobte:

a) číslem 8

b) číslem 0,3

c) číslem 0,02



26. Vypočtěte:

a) $0{,}7 \cdot 5$; $0{,}9 \cdot 7$; $0{,}09 \cdot 3$; $0{,}004 \cdot 6$

b) $400 \cdot 7$, $4\,000 \cdot 8$, $240 \cdot 3$, $600 \cdot 700$

c) $2 \cdot 0{,}32$; $6 \cdot 0{,}011$; $7 \cdot 600$; $3 \cdot 70\,000$

d) $0{,}3 \cdot 40$; $0{,}04 \cdot 70$; $0{,}9 \cdot 60$; $0{,}8 \cdot 3\,000$

e) $1\,100 \cdot 60$; $120 \cdot 0{,}03$; $0{,}012 \cdot 400$

27. Vynásobte:

a) $32 \cdot 2\,075$ b) $6\,004 \cdot 5\,045$
c) $4{,}2 \cdot 16{,}85$ d) $7{,}09 \cdot 20{,}605$

28. Vypočtěte:

a) $135 \cdot 8$ b) $40{,}7 \cdot 1{,}6$
$135 \cdot 17$ $40{,}7 \cdot 2{,}2$
$135 \cdot 25$ $40{,}7 \cdot 3{,}8$

(Při určování součinů na posledním řádku si můžete pomoci předchozími výsledky).

■ **29.** Najděte pravidlo, podle něhož je sestavena řada čísel, a nahraďte hvězdičky správnými čísly:

a) 0,3; 1,2; 4,8; *; *; *
b) 0,2; 1,3; *; 3,5; *; *
c) 0,1; 0,03; *; 0,002 7; *; *

30. Maminka poslala Jitku na nákup a dala jí stokorunu. Jitka koupila osm rohlíků, tři jogurty, dva litry mléka a máslo. Jeden rohlík stál 1,20 Kč, jogurt 5,60 Kč, litr mléka 10,40 Kč a máslo 18,90 Kč. Kolik korun dostala Jitka nazpět?

31. Na farmě pěstovali slunečnice na 10,5 ha půdy. Dosáhli výnosu 3,4 tuny semen z 1 hektaru. Všechnu úrodu prodali za cenu 6 200 Kč za 1 tunu. Jaký byl jejich zisk, jestliže celkové náklady na vypěstování činily 115 500 Kč?

■ **32.** Česká republika je středně hornatá země s převahou pahorkatin a vrchovin. Má rozlohu 78 864 km^2. Podle údajů z následující tabulky vypočtěte, kolik km^2 zaujímají jednotlivé typy povrchu naší krajiny:

Typ povrchu	*Výškové rozpětí*	*Část plochy státu*
Roviny	do 30 m	0,04
Pahorkatiny	30 m – 150 m	0,5
Vrchoviny	150 m – 300 m	0,34
Hornatiny	300 m – 600 m	0,11
Velehory	nad 600 m	0,01

33. Skladník firmy, která prodává semena, dostal zakázku namíchat a zabalit 70 kg osevu na parkový trávník a 50 kg osevu na hřišťový trávník. Vypočtěte, kolik kg semena jednotlivých rostlin potřebuje na splnění celé zakázky.

Parkový trávník (1 kg)		*Hřišťový trávník* (1 kg)	
Lipnice luční	0,25 kg	Kostřava červená	0,35 kg
Jílek vytrvalý	0,25 kg	Jílek vytrvalý	0,3 kg
Kostřava červená	0,45 kg	Lipnice luční	0,25 kg
Psineček tenký	0,05 kg	Bojínek luční	0,1 kg

34. Vypočtěte:

a) $5 \cdot 0{,}8 \cdot 2{,}4 + 0{,}01 \cdot 28 - 3{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2$

b) $5 \cdot 0{,}8 \cdot [(2{,}4 + 0{,}01) \cdot 28 - 3{,}6 \cdot 0{,}4] \cdot 0{,}2$

∗**35.** Najděte tři stejná desetinná čísla, jejichž součin je roven číslu:

a) 0,008 b) 0,064 c) 0,000 001

36. Určete součin a podíl čísel:

a) 121 a 11 b) 0,112 a 0,14 c) 6,25 a 25

□**37.** Vypočtěte:

a) $31{,}45 \cdot 10$, $31{,}45 \cdot 100$, $31{,}45 \cdot 1\,000$

b) $840 \cdot 20$, $600 \cdot 50$, $3\,200 : 40$

c) $128{,}7 : 10$, $128{,}7 : 100$, $128{,}7 : 1\,000$

∗**38.** Vypočtěte zpaměti:

a) $28 \cdot 11$, $34 \cdot 11$, $45 \cdot 9$, $88 \cdot 9$

b) $12 \cdot 99$, $65 \cdot 99$, $12 \cdot 101$, $65 \cdot 101$

c) $(90 + 27) : 3$, $(35 + 77) : 7$, $(800 - 80) : 8$, $(250 - 25) : 5$

39. Vydělte a proveďte zkoušku:

a) $0{,}374\,4 : 0{,}12$ b) $72{,}454 : 3{,}4$

c) $0{,}067\,2 : 0{,}56$ d) $97{,}047 : 0{,}789$

e) $55{,}566 : 9{,}8$ f) $0{,}577\,6 : 0{,}76$

g) $3\,547{,}8 : 54$ h) $216{,}675 : 0{,}321$

40. Vydělte s přesností na desetiny:

a) $17{,}79 : 0{,}8$ b) $113{,}28 : 3{,}48$ c) $2{,}295 : 0{,}52$

41. Vydělte s přesností na tři desetinná místa:

a) 0,218 : 24 b) 0,343 : 3,5
c) 1,58 : 1,6 d) 108,64 : 11

42. Nejprve rozhodněte, který ze dvou podílů bude větší a který menší než dělenec, a pak vypočtěte:

a) 368 : 8; 368 : 0,8 b) 414 : 23; 414 : 0,23
c) 17,82 : 0,9; 17,82 : 1,1 d) 99,99 : 1,01; 99,99 : 0,99

***43.** Nejprve zjistěte výsledek dělení 336 : 0,8. Bez dalšího počítání pak určete tyto podíly:

a) 336 : 0,4 b) 336 : 1,6
c) 336 : 0,2 d) 336 : 3,2

44. Vypočtěte:

a) $26 \cdot 10$; $26 : 100$; $26 \cdot 0{,}1$; $26 \cdot 0{,}01$; $26 : 0{,}1$
b) $3 \cdot 0{,}2$; $3 : 2$; $3 \cdot 0{,}02$; $3 : 0{,}02$; $3 : 20$
c) $0{,}8 \cdot 0{,}4$; $0{,}8 : 0{,}4$; $0{,}8 \cdot 0{,}04$; $0{,}8 : 0{,}04$

45. Najděte číslo, které je:

a) o 2,3 větší než 989 b) 2,3krát větší než 989
c) o 2,3 menší než 989 d) 2,3krát menší než 989

46. Určete, která čísla patří do prázdných políček tabulky:

x	54	8,1	21,6
$x + 0{,}27$			
$x - 0{,}27$			
$x \cdot 0{,}27$			
$x : 0{,}27$			

■**47.** Vydělte:

a) 1 111 111,101 : 9 b) 8 888 888,889 : 9

■**48.** V letech 1888 – 1902 bylo na burze v Antverpách prodáno celkem 3 212 700 kg slonoviny. Kolik slonů bylo kvůli tomu usmrceno? Průměrná hmotnost jednoho klu je 8,5 kg.

49. Ve školním roce 1991 – 92 navštěvovalo základní školy v České republice 1 666 528 žáků. Ve školním roce 1996 – 97 to bylo už jenom 1 100 160 žáků. Zaokrouhlete oba údaje na tisíce a zjistěte, kolikrát více žáků chodilo do základní školy ve školním roce 1991 – 92 než v roce 1996 – 97.

■ **50.** V zemědělském družstvu zaseli novou odrůdu hrachu *Romeo* na 3,4 ha půdy a sklidili celkem 16,32 tuny hrachu. Kolik tun hrachu sklidili průměrně z jednoho hektaru? Nejprve odhadněte a pak vypočtěte, kolik zrnek hrachu odrůdy *Romeo* je v jednom padesátikilogramovém pytli, jestliže průměrná hmotnost tisíce zrnek je 300 gramů.

4 Převádění jednotek

51. Umíte si představit milion Kč v drobných? Změřte potřebné údaje a vypočtěte, jaká by byla délka pásu sestaveného z milionu jednokorunových mincí položených na silnici těsně jedna za druhou.

52. Vyjádřete:

a) v sekundách: 2 min, 8 min, 10 min, 25 min
b) v minutách: 3 h, 9 h, 120 s, 720 s, 30 s
c) v hodinách: 30 min, 180 min, 480 min, 7 200 s

53. Vyjádřete v jednotkách uvedených v závorce:

a) 3 m (dm, cm, mm) b) 8 dm (m, cm, mm)
c) 5 cm (m, dm, mm) d) 11 mm (m, dm, cm)

54. Doplňte správné jednotky:

a) 9 m = 900 ... = 9 000 ... = 90 ...
b) 2,5 dm = 25 ... = 250 ... = 0,25 ...
c) 60 mm = 6 ... = 0,06 ... = 0,6 ...
d) 0,125 m = 125 ... = 1,25 ... = 12,5 ...

55. Rozhodněte, zda lze sestrojit trojúhelník, jehož strany by měly délky:

a) 3,6 cm, 2,4 cm a 14 mm b) 28 cm, 4,7 dm a 0,75 m
c) 4,5 dm, 1,23 m a 78 cm d) 20,4 dm, 5,63 m a 3 590 mm

56. Najděte chyby:

a) 12,5 dm = 1 250 cm b) 6 ha = 0,6 km^2
c) 58 mm = 0,58 dm d) 0,5 ha = 500 m^2
e) 22 dm = 2 200 mm f) 19 m^2 = 190 dm^2
g) 1 501 mm = 15,01 m h) 15 cm^2 = 1,5 dm^2

57. Vyjádřete v jednotkách uvedených v závorce:

a) 675 m (mm) b) 1,4 t (g) c) 0,4 l (cl)
d) 18 hl (l) e) 14 h (min) f) 0,55 kg (g)
g) 12,5 q (kg) h) 1 260 dm (m) i) 5 min (s)

58. Rozlohy malých evropských zemí převeďte na km^2 a uspořádejte tyto země podle velikosti jejich území:

Lichtenštejnsko	–	15 700 ha
San Marino	–	605 700 a
Vatikán	–	440 000 m^2
Andorra	–	46 500 ha

■ **59.** Úloha ze staré učebnice

Zboží		Zač je toto množství							
množství	cena								
4 kg	12 K	1 q	10 dkg	50 kg	1 t	5 dkg	30 kg	2 t	7 q
7 q	210 K	70 kg	1 q	1 t	1 kg	20 kg	80 kg	20 q	50 dkg
8 dkg	6,40 K	10 dkg	1 kg	10 g	40 dkg	2 kg	500 g	10 kg	1 q
4 m	160 K	1 m	2 dm	15 cm	20 m	4 dm	16 m	4 cm	40 m
20 l	80 K	1 l	40 l	1 hl	1 dl	5 hl	6 l	7 l	2 dl
7 hl	1 400 K	1 hl	20 l	50 l	5 dl	25 l	7 l	75 l	7 dl

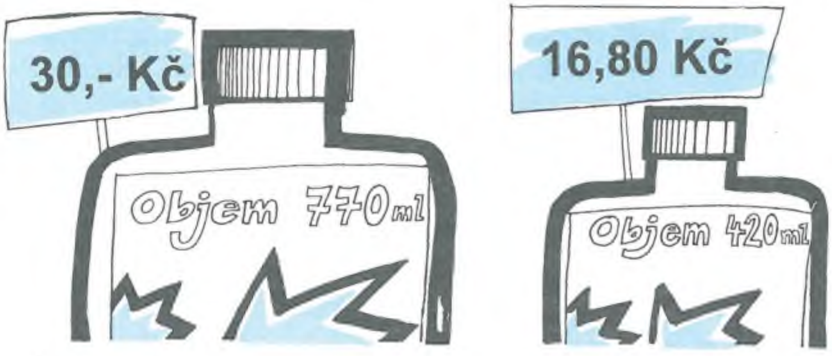
Nakreslete si do sešitu podobnou tabulku a opište do ní první dva sloupce. Do zbývajících políček zapište cenu zboží, která odpovídá množství uvedenému v tabulce.

60. Vypočtěte a výsledek uveďte v menších z obou jednotek:

a) 0,5 h – 25 min
b) 1,5 kg + 250 g
c) 0,5 h + 40 min
d) 3 min – 135 s
e) 8 m – 412 cm
f) 1 200 mm + 2,5 m
g) 1,25 t + 2 500 kg
h) 10 m – 326 cm

61. Ráno o půl deváté odešly z tábora tři skupiny dětí na výlet. První skupina se vrátila za osm a tři čtvrtě hodiny, druhá o 40 minut později a třetí skupina přišla v 17 h 20 min. V kolik hodin se vrátila první a v kolik druhá skupina? Jak dlouho byla na výletě skupina třetí?

62. Přečtěte si údaje z dvou různých balení téhož mycího prostředku na nádobí a rozhodněte, které z nich je cenově výhodnější.



63. Dříve se vážilo na decimálních váhách (tzv. *decimálkách*). Na takové váze se ustavila rovnováha, když vyvažující závaží mělo desetkrát menší hmotnost než vážený předmět. Určete hmotnost váženého předmětu, který byl vyvážen závažím o hmotnosti:

a) 45 dkg　　b) 2,8 kg

c) 5 dkg 3 g　　d) 1 kg 12 dkg 8 g

64. K topení se u nás využívá také sláma. Sto tun slámy (sklizené asi z 25 ha pole) může po celé zimní období vytápět až 20 rodinných domků. Topná sláma se balí do balíků, které mají buď tvar válce a hmotnost 350 kg, nebo tvar kvádru a hmotnost 600 kg. Vypočtěte, kolik

a) válcových balíků,　　b) kvádrových balíků

se vyrobí ze 100 tun slámy.

5 Celá čísla

□ **65.** Je dána množina $\{5, +12, -4, 7, 0, -1, +5, -3, 9\}$. Kolik má prvků? Kolik z nich je kladných a kolik záporných?

□ **66.** Uveďte pomocí kladných a záporných čísel, které nejnižší zimní a nejvyšší letní teploty si pamatujete, že byly naměřeny v okolí vašeho bydliště.

67. N je množina všech přirozených čísel, Z je množina všech celých čísel. Rozhodněte, zda platí:

a) $-5 \in \mathsf{Z}$　　b) $\mathsf{N} \subset \mathsf{Z}$　　c) $\mathsf{Z} \subset \mathsf{N}$　　d) $0 \in \mathsf{Z}$

e) $8{,}3 \in \mathsf{Z}$　　f) $\mathsf{N} \cap \mathsf{Z} = \mathsf{N}$　　g) $\mathsf{N} \cap \mathsf{Z} = \mathsf{Z}$　　h) $\mathsf{N} \cup \mathsf{Z} = \mathsf{Z}$

68. Na číselné ose znázorněte všechna celá čísla, která jsou větší než -10 a menší než 3.

■ **69.** Na jižním pólu se i ve vrcholném létě pohybují teploty mezi $-15\,°C$ a $-40\,°C$. V naší republice se letní teploty pohybují zpravidla v rozmezí $15\,°C$ a $34\,°C$. Na jedné číselné ose s vhodnou jednotkou délky znázorněte úsečkami různých barev rozmezí letních teplot na jižním pólu a v naší republice.

70. Které číslo má na číselné ose

a) vzdálenost 4 jednotky od čísla -5,

b) vzdálenost 8 jednotek od čísla -3,

c) stejnou vzdálenost od čísla 2 jako od čísla -8,

d) dvakrát větší vzdálenost od čísla 2 než od čísla -4?

Pokud existuje více řešení, najděte je všechna.

71. Najděte všech osm dvojciferných čísel, která se dají zapsat pomocí číslic 1, 2 a znamének + a − umístěných před ně. Seřaďte je podle velikosti od nejmenšího k největšímu. Kolik dvojic navzájem opačných čísel z nich lze utvořit?

72. Zapište symbolicky pomocí znaku nerovnosti:

a) číslo a je větší než -3

b) číslo b je kladné

c) číslo c je menší než -3

d) číslo d je záporné

73. Z množiny $\{-234, 175, 246, -175, -345, 234, -264, 345\}$ vyberte takovou podmnožinu, která obsahuje s každým číslem i číslo k němu opačné a která má co nejvíce prvků.

6 Sčítání a odčítání celých čísel

74. Arktické části souše, které lemují Severní ledový oceán, mají během roku větší rozdíly teplot než samotný severní pól. V zimě tam teploty klesají až na $-78\,°C$ a v létě tam bývá až $30\,°C$. Vypočtěte rozdíl letní a zimní teploty.

75. Nadmořská výška hladiny Kaspického moře je -28 m. Jeho největší hloubka je 1 025 m. V jaké nadmořské výšce je dno nejhlubší části Kaspického moře?

□ **76.** Vypočtěte:

a) $16+8$, $16-8$, $-16+8$, $-16-8$

b) $22+(-13)$, $22-(-13)$, $-22+(-13)$, $-22-(-13)$

c) $9-35$, $-9-35$, $-9-(-35)$, $-9+(-35)$

$*$ **77.** Určete, zda je větší součet, nebo rozdíl daných dvou čísel a o kolik:

a) 105 a 84 b) −28 a 16 c) −530 a −125

78. Určete, která čísla patří do prázdných polí tabulky:

a	7	−12	−9	0	100	−100	−100
b	15	15	−8	−26	108	108	−108
$a+b$							
$a-b$							

79. a) Ranní teplota −10 °C poklesla během dopoledne o 4 °C. Jaká byla teplota v poledne?

b) Večerní teplota tři stupně nad nulou poklesla během noci o devět stupňů. Kolik stupňů bylo ráno?

c) V poledne ukazoval teploměr −3 °C, během odpoledne mráz zesílil o 5 stupňů. Kolik stupňů ukazoval teploměr po poklesu teploty?

■ **80.** Sopka *Mauna Klea* na Havaji ční 9 100 m nad okolní mořské dno. Jaká je její nadmořská výška, jestliže nadmořská výška dna je −4 895 m?

■ **81.** Nejhlubší příkopová propadlina na světě zvaná *Challenger* má hloubku −10 899 m n. m. Nejvyšší hora světa *Mt. Everest* má výšku 8 847 m n. m. Jaký je výškový rozdíl mezi nejvyšším a nejnižším místem světa?

7 Násobení a dělení celých čísel

82. Doplňte tabulku:

a	2	−5	−3	20	600	−25
b	−1	−6	2	30	−70	200
c	3	−7	11	−40	−10	12
d	−4	−8	−5	5	−100	−1
$3 \cdot a$						
$-8 \cdot b$						
$c \cdot d$						

83. Vynásobte:

a) $25 \cdot (-47)$
b) $(-13) \cdot 48$
c) $105 \cdot (-16)$
d) $(-23) \cdot (-248)$
e) $(-153) \cdot (-106)$
f) $(-203) \cdot 204$

84. Doplňte tabulku:

a	30	−210	500	−420	−1 000	−900
b	−10	21	−50	−60	20	−18
c	5	−7	−25	−3	−5	9
$a : b$						
$b : c$						
$a : c$						

85. Vypočtěte a proveďte zkoušku:

a) $(-1\,179) : (-9)$
b) $3\,016 : (-13)$
c) $(-20\,410) : 65$

8 Záporná desetinná čísla

86. Zapište nerovnostmi, mezi kterými dvěma po sobě jdoucími celými čísly leží číslo:

a) 9,45
b) −9,45
c) 34,7
d) −34,7
e) 0,28
f) −2,8

87. Uveďte jedno kladné a jedno záporné číslo x, které splňuje danou nerovnost:

a) $x < 3$ b) $x < 1$ c) $x > -0{,}1$ d) $x > -0{,}01$

88. Na číselné ose s vhodně zvolenou jednotkou délky znázorněte čísla opačná k číslům 6,1; 4,95; 5,2; 5,65; 5,8.

□ **89.** Z daných čísel vyberte nejmenší a největší:

a) $-1{,}8$; $0{,}4$; $2{,}3$; $1{,}7$; $-2{,}7$; $2{,}28$; $-2{,}08$

b) $4{,}5$; $-4{,}05$; $-5{,}4$; $4{,}05$; $-5{,}45$; $-4{,}44$

c) $-26{,}3$; $6{,}23$; $-3{,}62$; $-62{,}3$; $6{,}2$; $6{,}203$

90. Tiskařský šotek „zpřeházel“ znaky $=$, $<$ a $>$. Vraťte je na správná místa:

a) $-1{,}6 > 1{,}5$
$0{,}93 < 0{,}39$
$-4{,}9 < -7{,}6$
$-0{,}820 > -0{,}802$

b) $-0{,}754 = -0{,}745$
$-9{,}3020 < -9{,}302$
$-0{,}642 > -0{,}462$
$7{,}856 < -7{,}856$

91. Najděte všechna celá čísla x, která vyhovují nerovnostem:

a) $-2{,}7 < x < 1{,}3$ b) $-7{,}4 > x > -9{,}3$

c) $-6{,}2 < x < 2{,}5$ d) $-9{,}8 > x > -1{,}6$

92. Vypočtěte:

a) $-2 + (-0{,}4)$
$(-0{,}7) + (-1{,}3)$
$-3{,}5 + 4$
$-4{,}5 + (-15{,}5)$

b) $3 + (-0{,}7)$
$-2{,}4 + 2{,}5$
$-5 + 0{,}4$
$0{,}9 + (-0{,}5)$

c) $-6 + 0{,}8$
$-2{,}6 + (-7{,}2)$
$3{,}6 + (-4{,}2)$
$(-7{,}3) + 10{,}5$

93. Vypočtěte:

a) $-132{,}75 + 654{,}3$ b) $-385{,}62 - 72{,}654$

c) $0{,}7245 - 2{,}349$ d) $928{,}64 - 11\,057$

94. Vypočtěte:

a) $(-1) \cdot 15{,}48$ b) $(-2{,}691) \cdot 100$ c) $15{,}7 \cdot (-0{,}1)$

d) $0{,}7 \cdot (-1{,}1)$ e) $20{,}4 \cdot (-0{,}5)$ f) $2{,}04 \cdot (-5{,}1)$

95. Doplňte tabulku:

a	2	$-0{,}5$	$-0{,}3$	$0{,}2$	6	$-0{,}05$
b	$-0{,}1$	-6	$0{,}2$	$0{,}03$	$-0{,}7$	20
c	$0{,}3$	-7	$1{,}1$	$-0{,}4$	-10	$1{,}2$
d	-4	$-0{,}8$	$-0{,}5$	$0{,}5$	-100	-1
$4 \cdot a$						
$-5 \cdot b$						
$c \cdot d$						

96. Vypočtěte:

a) $-72{,}03 \cdot 0{,}86$ b) $(-612) \cdot (-0{,}705)$

97. Doplňte tabulku:

dělenec		-360			$-0{,}36$	$0{,}036$
dělitel	$3\,000$	-300	-30	3		$0{,}03$
podíl	$1{,}2$		$1{,}2$	$1{,}2$	$1{,}2$	

$*$**98.** Najděte tři stejná desetinná čísla, jejichž součin je roven číslu:

a) $-0{,}008$ b) $-0{,}000\,001$ c) $-0{,}000\,125$

9 Číselné výrazy

99. Sečtěte:

a) $13 + (-9) + (-8)$ b) $7 + (-4) + 12 + (-19)$

c) $-24 + (-35) + 90$ d) $-14 + 23 + 9 + (-18)$

100. Vypočtěte:

a) $324 + 852 - 300 - 52 + 86$

b) $-7 + 16 + 9 - 34 + 84 - 66$

c) $-52 + 178 + (-48) + (-78) - (-51) + 49$

101. Vypočtěte:

a) $(9 - 5) \cdot (7 - 10)$ b) $(18 - 20) \cdot (17 - 30)$

c) $(-1{,}2 - 0{,}6) \cdot (-1{,}2 + 0{,}6)$ d) $(8{,}8 - 2{,}2) \cdot (7{,}6 - 9)$

□ **102.** Vynásobte:

a) $(-4) \cdot 7 \cdot (-2)$ b) $(-2) \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5)$

c) $0{,}02 \cdot 0{,}4 \cdot (-0{,}11)$ d) $1{,}36 \cdot (-8{,}15) \cdot 0 \cdot (-19{,}4) \cdot 35$

103. Vypočtěte:

a) $15 - [22 - (17 - 5)]$

b) $15 - [22 - (-17 + 5)]$

c) $8 - [(-4) + (-9)] - [-23 + (-4) - 9]$

d) $50 - \{14 - [(-8) + (-6)] - 30\}$

104. a) Od čísla 186 odečtěte součet čísel -213 a 154.

b) Od součtu čísel -15 a -8 odečtěte jejich součin.

c) Od součtu čísel -750 a 15 odečtěte jejich podíl.

105. Vypočtěte:

a) $-1{,}6 \cdot 22{,}95 : 2{,}4$ b) $[-45{,}9 : (-0{,}75)] \cdot 2{,}5$

c) $45{,}9 \cdot (-0{,}8) : 1{,}2$ d) $[-4{,}59 : 0{,}25] : (-0{,}75)$

106. Vypočtěte:

a) $-1 - [6 \cdot 0{,}5 + 989 + (35 : 5)]$

b) $100 - [(0{,}18 + 0{,}4) : 2 + 9{,}71]$

c) $1 : 1 + 0 : 39 + 39 : 1 - 1 \cdot (-1)$

d) $0{,}4 \cdot 0{,}5 + [(-16) : 2 + (-12)] \cdot 0{,}04$

□ **107.** Eva bez dlouhého rozmýšlení správně určila aritmetický průměr čísel 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35. Zkuste to také.

108. Vypočtěte aritmetický průměr skupiny čísel: 3, 15, 18, 24, 37, 41, 56, 72, 81, 100

■ **109.** Požádejte své profesory českého jazyka a matematiky o údaje, z kterých je možné vypočítat průměrné známky vaší třídy z těchto předmětů na posledním vysvědčení. Zjistěte, v kterém předmětu byla vaše třída úspěšnější.

110. V srpnu 1997 byly ceny za 1 litr benzinu *Super* (v přepočtu na Kč podle tehdejších devizových kurzů) u našich sousedů následující:

Polsko	–	17,07
Rakousko	–	31,65
Německo	–	31,30
Slovensko	–	20,10

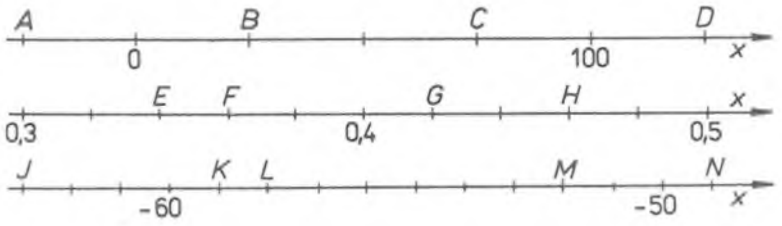
Zjistěte, o kolik Kč se průměr těchto čtyř cen lišil od ceny u nás, která tehdy byla 20,60 Kč.

10 Číselná osa a soustava souřadnic

111. Na vhodně zvolené části číselné osy znázorněte čísla:

a) 369, 351, 380, 340, 375
b) 0,35; 1,05; 0,7; 0,85; 0,12
c) 1 100, 1 020, 850, 1 380
d) −12, −18, −20, −11, −15

112. Zapište souřadnice bodů znázorněných na číselných osách:



113. Ve vhodně zvolené kartézské soustavě souřadnic znázorněte body:

a) $E[3;0]$, $K[4;0]$, $M[2;0]$, $R[-2;0]$, $S[-5;0]$, $T[-3;0]$
b) $E[0;-4]$, $K[0;-5]$, $M[0;-2]$, $R[0;1]$, $S[0;4]$, $T[0;3]$
c) $E[3;3]$, $K[4;4]$, $M[1;1]$, $R[-1;-1]$, $S[-4;-4]$, $T[-3;-3]$

VÝSLEDKY PRŮBĚŽNÝCH ÚKOLŮ

1 Desetinná čísla

2. a) Z deseti; b) ze sta; c) z deseti tisíc; d) ze sta tisíc. **3.** a) desetina; b) tisícina; c) setina; d) desetitisícina. **4.** a) 0,1; b) 0,0001; c) 0,001; d) 0,001; e) 0,01; f) 1. **6.** a) 3,155; b) 12,025; c) 0,0503; d) 101,000101. **7.** a) 15,23; b) 47,073; c) 0,7236. **8.** a) $1\cdot 0{,}1+2\cdot 0{,}01+3\cdot 0{,}001+4\cdot 0{,}0001$; b) $1\cdot 1+2\cdot 0{,}1+3\cdot 0{,}01+4\cdot 0{,}001+5\cdot 0{,}0001+$ $+6\cdot 0{,}00001$; c) $1\cdot 10+2\cdot 1+3\cdot 0{,}1+4\cdot 0{,}01+5\cdot 0{,}001+6\cdot 0{,}0001+7\cdot 0{,}00001+8\cdot 0{,}000001$; d) $1\cdot 100+3\cdot 1+4\cdot 0{,}01+6\cdot 0{,}0001+8\cdot 0{,}000001$. **9.** 100 cm; 1 cm. **10.** Obr. A-1. **11.** 0,3; 1,5; 3,9; 4,4 a 5,2. **12.** Obr. A-2. **13.** a) $<$; b) $=$; c) $<$; d) $<$; e) $<$; f) $<$. **14.** a) 0,281 a 0,821; b) 1,0112 a 1,1021; c) 21,0013 a 21,0103; d) 0,001234 a 0,001342. **15.** a) $2{,}01221 < 2{,}02112 < 2{,}10212 < 2{,}20112 < 2{,}20121 < 2{,}21012$; b) $0{,}433344 < 0{,}433443 < 0{,}434343 < 0{,}434433 < 0{,}443344 < 0{,}444333$. **17.** 16,3; 10,1; 2,5; 0,1; 0,0; 4,0; 100,0. **18.** 0,02; 1,28; 0,01; 0,00; 0,01; 123,90; 10,00. **19.** a) 27; b) 27,052; c) 27,05; d) 27,1; e) 27,0524; f) 27,05239. **20.** a) 0,1; b) 0,08; c) 0,083; d) 0,08275. **21.** Nelze. Například $1{,}148 \doteq 1{,}15$ a $1{,}15 \doteq 1{,}2$, avšak $1{,}148 \doteq 1{,}1$.

2 Sčítání a odčítání desetinných čísel

1. a) 4; b) 6; c) 17; d) 0,4; e) 0,058; f) 0,1. **2.** a) 0,81; b) 27,4; c) 3,63; d) 13,86; e) 0,765; f) 7,42; g) 0,3315; h) 2,916. **3.** a) 5,67; b) 4,44; c) 2,968; d) 0,04756; e) 224,222; f) 137,7764. **4.** a) 0,2; b) 0,07; c) 0,003; d) 0,7; e) 0,23; f) 0,003. **5.** a) 0,93; b) 0,0067; c) 54,29; d) 3,82; e) 0,145; f) 9,38; g) 0,108; h) 0,5309.

3 Násobení desetinných čísel

1. a) 0,4; 0,04; 0,004; 0,000004; b) 0,6; 0,06; 0,006; 0,000006; c) 0,8; 0,08; 0,008; 0,000008. **2.** a) 1,28; 12,8; 128; b) 4,3; 43; 430; c) 53, 530, 5300. **3.** a) 7,2; b) 1,96; c) 0,913; d) 11,2; e) 0,592; f) 0,0341; g) 6; h) 1,638; i) 10,1101. **4.** a) 0,08; 0,15; 0,32; 0,81; b) 0,021; 0,056; 0,030; 0,036; c) 0,36; 0,0045; 0,0039; 0,048; d) 15; 3,5; 80; 1,04. **5.** a) 0,792; b) 0,0792; c) 0,00792. **6.** a) 0,3 a 0,3; b) 0,7 a 0,7; c) 0,05 a 0,05; d) 1,1 a 1,1. **7.** a) 12,4; 0,523; 4,72; 0,08; b) 1,24; 0,0523; 0,472; 0,008; c) 0,124; 0,00523; 0,0472; 0,0008. **8.** a) 57,4; b) 57; c) 57,51. **9.** a) 0,11232; b) 1,3572; c) 0,11232; d) 1,1232. **10.** Zaplatil 459,80 Kč, ušetřil 17,60 Kč. **11.** a) 0,12; b) 8,75; c) 17,28; d) 1,575; e) 0,192; f) 0,35.

4 Dělení desetinných čísel

1. a) 2,14; b) 0,231; c) 0,003; d) 20,011; e) 0,100101; f) 0,000001; g) 2,02; h) 11,011. **2.** a) 9,98; b) 9,8; c) 0,76; d) 0,076; e) 14,5; f) 0,145; g) 3,8; h) 0,0038; i) 0,038. **3.** Vzniklo 30 kusů trámků, každý o délce 56 cm. **4.** a) 2,03; b) 20,3; c) 0,0203; d) 0,203. **5.** a) 5000, 50000, 500000; b) 450, 4500, 45000; c) 70, 700, 7000; d) 125, 1250, 12500. **6.** a) 17; b) 200; c) 62; d) 1051; e) 0,28; f) 10020. **7.** a) 0,95; b) 7,3; c) 0,99; d) 52; e) 360; f) 120. **8.** a) 52; b) 5,9; c) 340; d) 0,35; e) 1500; f) 3,6; g) 6,3; h) 6,1; i) 2,3. **9.** a) 2,2; b) 2,17. **10.** a) 2,33; b) 0,43; c) 4,29; d) 0,23; e) 233,33; f) 0,00.

5 Převádění jednotek

1. a) 365 nebo 366; b) 12; c) 28, 29, 30 nebo 31; d) 7; e) 24; f) 60; g) 60; h) 3 600. **2.** a) 80; b) 1 h 25 min; c) 65; d) 6 600; e) 1 440; f) 86 400. **3.** a) 0 h 12 min; b) 0 h 48 min; c) 1 h 30 min; d) 1 h 36 min; e) 2 h 54 min; f) 5 h 30 min; g) 0 h 15 min; h) 7 h 45 min. **4.** a) 5 h 5 min; b) 7 min 46 s; c) 1 h 26 min 5 s; d) 17 min 20 s; e) 4 min 51 s; f) 1 min 45 s. **5.** a) 10; b) 40; c) 50; d) 0,1; e) 6 000; f) 0,35; g) 103; h) 500; i) 0,035; j) 0,000 75. **6.** a) kg; b) q; c) dkg; d) g; e) kg; f) t. **7.** a) 0,04; 0,004; 400; 4 000; b) 12 000; 1,2; 0,012; 0,000 012. **8.** a) 10; 100; 1 000; 0,001; b) 250; 2 500; 25 000; 0,025; c) 0,4; 4; 40; 0,000 04; d) 1 000, 10 000, 100 000, 1 000 000; e) 15, 150, 1 500, 15 000. **9.** a) cm, mm, m, km; b) mm, m, dm, km; c) cm, dm, mm, km; d) dm, mm, m, cm. **10.** a) 90; b) 12; c) 103; d) 250; e) 0,125; f) 2,5. **11.** Výměry všech tří zahrádek jsou stejné ($36\,m^2$). **12.** a) 100; 10 000; 1 000 000; 0,000 001; b) 200; 20 000; 2 000 000; 0,000 002; c) 2 500; 250 000; 25 000 000; 0,000 025; d) 4; 400; 40 000; 0,000 000 04; e) 0,05; 500; 50 000; f) 1,46; 14 600; 1 460 000. **13.** a) 0,01; 0,000 1; 0,000 001; b) 100; 0,01; 10 000; c) 100; 0,01; 0,000 1; d) 100; 10 000; 0,01. **14.** a) 7; b) 0,25; c) 7; d) 250; e) 350; f) 0,025; g) 1 000; h) 0,025. **15.** a) mm^2, dm^2, m^2; b) m^2, km^2, ha. **16.** a) 10; 100; 1 000; 0,01; b) 300; 3 000; 30 000; 0,3; c) 0,5; 5; 50; 0,000 5. **17.** a) ml, cl, dl; b) l, dl, ml; c) dl, ml, l; d) hl, cl, l. **18.** a) 80; b) 0,12; c) 0,03; d) 250; e) 1 200 000; f) 25.

6 Celá čísla

1. -2; -10; $-3{,}2$. **3.** Např. obr. A-3. **4.** -2, -17, -11, -222, 3, 0. **5.** a) $>$; b) $<$; c) $>$; d) $<$. **6.** a) $-5 < 0$; b) $-32 < 12$; c) $1 > -100$; d) $-53 < -24$; e) $-133 < -132$; f) $-3\,210 < -2\,301$. **7.** -30, -20, -14, -12, 0, 12, 15, 20, 35. **8.** -6, -5, -4, -3, -2 a -1. **9.** a) $4 < 7$ a $-4 > -7$; b) $-2 > -8$ a $2 < 8$; c) $-1 < 15$ a $1 > -15$.

7 Sčítání a odčítání celých čísel

1. a) 5, 0, -5; b) 9, 0, -3; c) 9, 0, 2. **2.** Např. obr. A-4. **3.** a) 3, 0, -1, -2, -3, -10; b) 2, 0, -2, -5, -8, -12; c) 3, 0, -2, -7, -12, -13. **4.** a) 6, 0, -1, -3; b) 6, 0, -2, -6; c) 2, 0, -4, -10. **5.** a) 4; b) -1; c) -4; d) -12; e) 0; f) -12; g) -13; h) -10; i) -30; j) -11; k) -68; l) -100. **6.** a) 8, 1, -3; b) 9, 5, 0; c) 7, 0, 3. **7.** a) 2; b) 2; c) 16; d) 70; e) -20; f) 29; g) 52; h) -22; i) 128. **8.** a) -28; b) -44; c) 6; d) 31; e) -17; f) -60; g) 50; h) -8. **9.** a) 6, -6, -24; b) 4, 4, 8. **10.** a) 359; b) 1 688; c) -146; d) $-5\,266$; e) 783; f) $-4\,592$; g) $-7\,577$; h) $-1\,136$. **11.** a) 178, 178, 182; b) 889, 911, 891. **12.** a) 6, -2, -6, 2; b) -10, -40, 10, 40; c) -232, 172, -172, 232. **13.** a) -5; b) -4; c) -18; d) 21; e) -10.

8 Násobení a dělení celých čísel

1. a) -40; b) -24; c) -90; d) -50; e) -105; f) $-4\,700$. **2.** a) $-1\,548$; b) $-269\,100$; c) $-1\,570$; d) -77; e) $-1\,020$; f) -1224. **3.** a) 5; b) 72; c) 470; d) 99; e) 120; f) 54 800. **4.** a) 52; b) 55; c) 5 000; d) 98; e) 750; f) 1 368. **5.** a) 21, 21, -21, -21; b) -55, -55, 55, 55; c) 45, -45, 45, -45. **6.** a) 6, -6, -6, 6; b) -6, -6, 6, 6; c) -6, 6, 6, -6.

9 Záporná desetinná čísla

1. Např. obr. A-5. **2.** a) $<$; b) $>$; c) $<$; d) $<$; e) $>$; f) $=$. **3.** $-4 < -3{,}24 < -3$; $-219 < -218{,}321 < -218$; $-1\,112 < -1\,111{,}1 < -1\,111$; $-1 < -0{,}000\,008 < 0$; $-118 < -117{,}117 < -117$. **4.** a) $-$; b) $-$; c) $-$; d) $+$; e) $+$; f) $+$. **5.** a) 0,1; $-0{,}1$; 0,5; $-0{,}5$; b) -1, 4, -4, 1; c) $-0{,}11$; $-0{,}33$; 0,11; 0,33. **6.** a) $-0{,}9$; $-1{,}1$; 1,1; $-1{,}1$; b) 0,18; $-0{,}22$; $-0{,}18$; 0,22; c) $-5{,}8$; 5,8; $-6{,}2$; 6,2. **7.** a) 24,95; b) $-1\,335{,}45$; c) 6,996; d) $-7{,}528$. **8.** a) 0,02; $-0{,}02$; $-0{,}02$; 0,02; b) $-0{,}6$; $-0{,}6$; 0,6; 0,6. **9.** a) $-0{,}12$; b) 0,05; c) -50; d) 0,98; e) $-0{,}765$; f) 13,128. **10.** a) 0,3; $-0{,}3$; $-0{,}3$; b) -10, 10, -10; c) -80, -80, 80. **11.** a) $-283{,}06$; b) -280; c) -283; d) $-283{,}1$. **12.** a) 2,1; $-2{,}1$; $-2{,}1$; b) 2,8; $-2{,}8$; 2,8; c) 11,2; 11,2; $-11{,}2$. **13.** a) 4,33; $-4{,}33$; 4,33; b) 0,12; $-0{,}12$; $-0{,}12$; c) 4,17; $-4{,}17$; 4,17.

10 Číselné výrazy

1. a) 28; b) -23; c) 0,16; d) 0,1. **2.** a) -105; b) -262; c) $-45{,}5$; d) $-0{,}36$. **3.** a) -77; b) $-10\,650$; c) $-0{,}3$; d) $-0{,}276$. **5.** a) -120; b) -40; c) -30; d) 40; e) 32; f) 0; g) -5; h) -90. **6.** a) -210; b) 0; c) 66; d) 36; e) 1; f) -720. **7.** a) 31, 3, -12, -1; b) 56, 9, 58, -58; c) 4, -12, 0, -6. **8.** a) -26, -6, -4, -3; b) -58, -54, 12, -3; c) -40, 10, -10, 30. **9.** a) -6; b) -24; c) 4; d) -3. **10.** a) $-0{,}28$; b) $-0{,}15$; c) $-0{,}41$; d) $-4{,}2$; e) $-0{,}2$; f) $-0{,}61$; g) $-0{,}9$; h) -2. **11.** a) 96; b) 97; c) -98; d) 99; e) -100. **12.** a) 4; b) 10; c) 3,5; d) 3,8; e) 3; f) -9. **13.** Průměr je 27,6; odchylky postupně $-12{,}6$; $+0{,}4$; $+9{,}4$; $-11{,}6$ a $+14{,}4$. **14.** Ano, pokud je rovno aritmetickému průměru daných čísel. **15.** 3,5 gólu. **17.** 3,53 bodu.

11 Číselná osa a soustava souřadnic

1. Obr. A-6. **2.** Obr. A-7. **3.** $K[-3]$, $L[2]$, $M[5]$, $N[7]$, $P[3]$, $Q[6]$. **4.** Obr. A-8. **5.** Ne, jejich souřadnice se liší pořadím. **6.** $R[0{,}5;\, 1]$, $S[1{,}25;\, 3]$, $T[-0{,}5;\, 2]$, $U[0{,}75;\, -3]$, $V[-0{,}5;\, -3]$. **7.** Obr. A-9. **8.** Obr. A-10. **9.** Obr. A-11. **10.** Jde o množinu všech bodů $X[x;y]$ takových, že $1 \leqq x \leqq 4$ a zároveň $1 \leqq y \leqq 4$.

12 Úlohy z matematické olympiády

1. Od levého horního rohu po směru hodinových ručiček: 19, 57, 56 a 7. **2.** Dvě řešení. Výsledek je na obr. A-12. **3.** Všech 6 možností je na obr. A-13.

VÝSLEDKY CVIČENÍ

Cvičení 1

2. a) 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85 a 86; b) 87; c) 88, 90, 92, 94, 96 a 98; d) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 a 80. **3.** a) $7 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}001$; b) $5 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}001 + 4 \cdot 0{,}000\,001$; c) $7 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}01$; d) $3 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}1 + 7 \cdot 0{,}000\,01$. **4.** a) 30,070 25; b) 375,020 5. **5.** Obr. B-1. **6.** Obr. B-2. **7.** Např. obr. B-3. **8.** 5 a 6, 10 a 11, 1 a 2, 13 a 14, 8 a 9. **9.** a) $0{,}5 < 0{,}506 < 0{,}56 < 0{,}565 < 0{,}605 < 0{,}65 < 0{,}655$;

b) 2,304 < 2,34 < 2,403 < 2,43 < 3,204 < 3,42. **10.** a) >, >, =, <, >; b) >, <, >, <, =; c) =, <, <, <, <. **11.** a) 9; b) 0; c) 0; d) 9. **12.** a) 0,8; 1,1; 7,9; 102,0; 4,8; 13,1; b) 0,78; 1,06; 7,94; 102,04; 4,85; 13,12. **13.** a) 125; b) 16; c) 1; d) 0. **14.** a) 0,14; 0,41; 1,04; 1,40; 4,01; 4,10; 10,4; 14,0; 40,1; 41,0; b) 1,44; 4,14; 4,41; 14,4; 41,4; 44,1; c) 4,44; 44,4; d) 0,04; 0,40; 4,00; 40,0. **15.** a) 1,25; 1,26; 1,27; 1,28; 1,29; 1,30; 1,31; 1,32; 1,33; 1,34; b) 9,85; 9,86; 9,87; 9,88; 9,89; 9,90; 9,91; 9,92; 9,93; 9,94; c) 5,55; 5,56; 5,57; 5,58; 5,59; 5,60; 5,61; 5,62; 5,63; 5,64; d) 1,95; 1,96; 1,97; 1,98; 1,99; 2,00; 2,01; 2,02; 2,03; 2,04. **16.** Obr. B-4.

Cvičení 2

1. a) 71,05 a 22,35; b) 2 a 0,648. **2.** a) 8,645; b) 54; c) 73,01; d) 1 000. **3.** 0,3; 0,75; 0,96; 0,928; 0,994; 0,699 5. **4.** 20,6 cm a 12 cm. **5.** a) 152,4 a 1 524; b) 3,78 a 37,8; c) 3 560 a 35 600; d) 23 a 230. **6.** 5 000; 2 500; 3 250; 783; 12 007,5. **7.** a) 1 000; b) 0,512 3; c) 0,100 98; d) 0,705; e) 100; f) 10 000. **8.** 135 Kč. **9.** a) 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2; 2,4; 2,8; 3,2; 3,6; b) 0,12; 0,24; 0,36; 0,48; 0,6; 0,72; 0,84; 0,96; 1,08. **10.** a) 10 cm; b) 31,2 cm; c) 40,8 cm; d) 95,6 cm. **11.** a) 352,176; b) 9 705,15; c) 58,293. **12.** 115; 55,2; 27,6; 23; 20,7; 17,25; 6,9. Číslem větším než jedna. **13.** a) 13,4; 5,23; 0,08; 0,549; b) 1,34; 0,523; 0,008; 0,054 9. **14.** 13 Kč 10 hal. **15.** a) 0,24; 0,36; 2,7; 30; b) 0,045; 6; 0,75; 1 500; c) 70; 0,077; 0,002 8; 0,042. **16.** a) 176,4; b) 17,64; c) 1,764; d) 0,176 4; e) 17 640; f) 1 764. **17.** O 2 160 Kč. **18.** a) 0,006; 0,024; 0,21; b) 0,4; 8; 0,8; c) 2,6; 2,7; 0,198 4. **19.** a) 10; b) 8,2; c) 50; d) 88,5. **20.** 5,5 cm. **21.** a) Zvětší se 2,2krát; b) zvětší se 2krát; c) zvětší se 1,3krát; d) zvětší se 2krát; d) zmenší se 2krát. **22.** 501,6 m.

Cvičení 3

1. 7; 0,7; 0,07; 0,000 007; 0,007. **2.** a) 2,4; 0,42; 4,02; 2,004; 0,002 4; b) 5,241; 0,052 4; 2,54; 0,142 5; 0,024 5; c) 1,23; 45,6; 0,78; 9,12; 0,034. **3.** Za 1 kg zaplatily o 1,90 Kč méně; ušetřily celkem 15,20 Kč. **4.** a) 3,65; b) 8,4; c) 5,6; d) 0,9; e) 0,084; f) 0,39. **5.** 0,056 7 a 56,7. **6.** Dospělý člověk asi 1 333, chlapec asi 1 538. **7.** První řádek: 11,2; druhý řádek: 1,4 a 140; třetí řádek: 800 a 80. **8.** a) 6,5; b) 0,4; c) 3,3; d) 0,6; e) 5,4; f) 0,7. **9.** 24 minut. **10.** 123, 456 a 789. **11.** a) 27; b) 1,05; c) 0,46; d) 0,26; e) 5,01; f) 230. **12.** Celkem bude potřebovat 28 keříků; v jedné řadě jich bude 8. **13.** a) 35,7; 357; 3 570; b) 35,7; 357; 3 570; c) 246; 7,58; 54,28. **14.** První řádek: 2; 20; 0,2; 1,8; 0,12; druhý řádek: 45; 450; 4,5; 40,5; 2,7; třetí řádek: 50, 500, 5, 45, 3; čtvrtý řádek: 0,1; 1; 0,01; 0,09; 0,006. **15.** a) 92; 9,2; 0,92; b) 230; 2,3; 0,23; c) 7,5; 3 090; 808,5. **16.** Asi 585krát více; na 1 občana ČR připadá asi 584 lidí z ostatních zemí světa. **17.** a) 0,33; 0,67; 1,33; 1,67; 2,33; 2,67; b) 0,17; 0,33; 0,67; 0,83; 1,17; 1,33; c) 0,14; 0,29; 0,43; 0,57; 0,71; 0,86. **18.** a) 35 a 5; b) 37,5 a 2,5; c) 24 a 16.

Cvičení 4

1. 100. **2.** 9. duben nebo 10. duben. **3.** 87 min. **4.** 10 h 47 min. **6.** a) 9 000; 300; 2; 0,1; b) 5 000; 250; 10; 0,04; 0,004. **7.** a) >; b) =; c) >; d) >; e) <; f) =. **8.** a) 0,011; b) 0,053; c) 0,000 085. **9.** a) 12 000; 800; 6,2; 0,62; 0,345; b) 6 000, 600, 60, 6; c) 130; 13; 1,3; 0,13. **10.** a) 30, 300, 3 000; b) 0,8; 80; 800; c) 0,05; 0,5; 50; d) 0,011; 0,11; 1,1. **11.** a) 500; 50 000; 5 000 000; 0,05; 0,000 5; b) 1 200; 0,001 2; 0,12; 120. **12.** a) 40; b) 0,72; c) 0,75; d) 10; e) 620; f) 5,13. **13.** 40 000, 7 000, 900, 3 500, 20. **14.** 0,25; 0,1; 0,005. **15.** a) 200; 75; 0,02; 3,05; b) 5; 0,3; 18,5; 23; c) 50; 3 000;

0,98; 1,5. **16.** Chybné jsou zápisy v a), b), d), g), h). **17.** a) 0,645; b) 14 000; c) 4; d) 800; e) 240; f) 400; g) 250; h) 12,6; i) 480.

Cvičení 5

1. a) −52,5; b) −77,8; c) −89,2; d) +57,8; **2.** −15, −8, −12, +5, +10, +24, +6. **3.** a) {1; 2,3; 6}; b) {−9; −8,4; −5; −4; −0,7}; c) $\{-9, -5, -4, 0, 1, 6\}$; d) $\{1, 6\}$; e) $\{-9, -5, -4\}$; f) $\{1, 6\}$. **5.** Např. obr. B-5. **6.** Např. obr. B-6. **7.** Obr. B-7, jednotka délky na číselné ose je 0,7 cm. **8.** Bod X číslo −4, bod Y číslo 8. **9.** a) −7; b) 9; c) 17; d) 75. **10.** Obr. B-8. **11.** a) $3 < 4$, $-3 > -4$; b) $2 < 11$, $-2 > -11$; c) $2 > 0$, $-2 < 0$; d) $4 > -4$, $-7 < 7$; e) $-3 < 0$, $2 > -3$; f) $3 < 9$, $-3 > -9$; g) $-10 < -8$, $-8 < -5$; h) $-5 > -6$, $-5 < 0$. **12.** a) −67, −76, −607, −670, −706, −760; b) 510, 501, 150, −105, −150, −501, −510.

Cvičení 6

1. a) 9, 1, 0, −1, −5; b) 3, 1, 0, −1, −8; c) 0, 9, −2, −3, −11; c) −4, 0, 5, −6, −10. **2.** O −45. **3.** −2 °C. **4.** −27. **5.** a) Kladný; b) záporný; c) kladný; d) záporný. **6.** a) 8, −8; b) 35, −35; c) 7, −7; d) 182, −182; e) 240, −240; f) 1 624, −1 624. **7.** a) 16, −9, −30; b) 3, −10, −91; c) −116, −246, 16. **8.** a) −21, −1 006, −245, −1 215; b) −100, 42, −285, 388; c) 33, −31, −70, 86. **9.** a) 13, 17, 30; b) 19, 27, 56; c) 1, −4, 11. **10.** Třetí řádek: −2, −3, −4, −5, −6, −10; čtvrtý řádek: 3, 3, 1, 0, −4, 4; pátý i šestý řádek: −1, −3, −7, −10, −16, −16. **11.** $a = 315$, $b = 1685$, $c = 148$, $d = -148$. **12.** a) −1 230; b) 1 230; c) 456; d) −456; e) −7 890; f) 7 890. **13.** Postupně o 75 °C, o 25 °C, o 135 °C. **14.** −789 m n. m. **15.** 456 m. **16.** $3 + (-4) + 7 + (-4) + 11 + (-15) + 18 = 16$. **17.** Např.: a) $1 + 2 - 3 = 0$; b) $1 - 2 - 3 + 4 = 0$; c) $12 - 3 - 4 - 5 = 0$; d) $12 + 3 - 4 - 5 - 6 = 0$; e) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 = 0$; f) $1 + 2 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 = 0$; g) $12 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 - 9 = 0$.

Cvičení 7

1. a) −32, −60, −91, −99; b) −224, −210, −318, −216; c) −8, −28, −300, −72 000. **2.** a) 6; b) 30; c) 48; d) 90; e) 38; f) 88. **3.** Druhý řádek: −1 200, −240, −30, −6, 0, 72, 126, 600; třetí řádek: 1 200, 240, 30, 6, 0, −72, −126, −600. **4.** a) 35, 15, 5, 0, −45, −65; b) −56, −24, −8, 0, 72, 104; c) 91, 39, 13, 0, −117, −169. **5.** a) −1 898; b) −23 864; c) −235 620; d) 5 480 800; e) 1 664 190; f) −528 500. **6.** a) 46 a −1 680; b) −94 a 1 680; c) −935 a −97 850; d) 935 a −97 850; e) −58 a 720; f) 22 a −720. **7.** a) 20, 6, 2, 0, −4, −10, −100; b) −30, −9, −3, 0, 6, 15, 150. **8.** a) −2, −2, −7, −50; b) 7, 3, 5, 125. **9.** a) 90 a −9; b) −430 a −9; c) −495 a 34. **10.** a) 8; b) 9; c) −8; d) 7.

Cvičení 8

1. a) $0{,}8 > 0$; b) $-0{,}8 < 0$; c) $-6{,}2 < 6{,}2$; d) $1{,}2 > -1{,}2$; e) $-0{,}9 < 0$; f) $-1{,}45 > -1{,}5$; g) $0 > -0{,}1$; h) $-1{,}6 > -2$; i) $-1{,}001 < -0{,}99$. **2.** a) Ano; b) ne; c) ano; d) ano; e) ano; f) ne. **3.** −12,5; −12,45; −12,054; −12,151; −12,92. **4.** a) $8 < 8{,}4 < 9$; $-9 < -8{,}4 < -8$; b) $34 < 34{,}8 < 35$; $-35 < -34{,}8 < -34$; c) $-216 < -215{,}6 < -215$; $215 < 215{,}6 < 216$. **5.** a) −12,3; b) 12,3; c) 4,56; d) −4,56; e) −78,9; f) 78,9. **6.** a) 61,3; −61,3; 61,3; b) 613, 613, −613; c) −0,613; 0,613; −0,613. **7.** a) −225; 2 250; 22,5; b) 2,25; −2 250; −2,25; c) −2,25; −2 250; −2,25. **8.** a) −0,7; −0,3; −0,1;

0; 0,9; 1,3; b) −5,6; −2,4; −0,8; 0; 7,2; 10,4; c) 2,1; 0,9; 0,3; 0; −2,7; −3,9. **9.** Druhý řádek: 9; 16; 1,2; −10; −5; −0,3; třetí řádek: 6,3; 11,2; 0,84; −7; −3,5; −0,21; čtvrtý řádek: −1,8; −3,2; −0,24; 2; 1; 0,06; pátý řádek: −0,09; −0,16; −0,012; 0,1; 0,05; 0,003. **10.** a) −23 562; b) 1 664,19; c) −18 980; d) −2,386 4; e) 54 808; f) −5,285. **11.** a) −0,94; 0,65; −0,154 6; b) −14, −6 500, 4 650; c) −0,7; −0,058; 0,396. **12.** a) −9; b) 5,1; c) −6; d) 9 000. **13.** a) −5, −5, 5; b) 0,2; −0,2; −0,2; c) 0,2; −200; 0,2. **14.** Druhý řádek: 9; 6; 0; −3; −15; −0,6; třetí řádek: 3,6; 2,4; 0; −1,2; −6; −0,24; čtvrtý řádek: −12; −8; 0; 4; 20; 0,8; pátý řádek: −360, −240, 0, 120, 600, 240. **15.** a) −2,3; b) −90; c) 3,2; d) −8,6; e) −540; f) 0,41. **16.** a) −200; b) −245; c) −245,1. **17.** a) −0,13; b) −12,30; c) 0,00. **18.** a) −3,2; b) 12,8; c) −5,3.

Cvičení 9

1. a) 4; b) 666; c) −2; d) 54. **2.** a) −1 480; b) −2,43; c) −1,34; d) −10,1; e) −0,7; f) −84. **3.** a) −8; b) 81; c) −8. **4.** a) −20, 4, 12, −4; b) 4, −34, −6, 0; c) 0, −48, 0, −35. **5.** a) 1; b) −12; c) −3,5; d) 0; e) 7; f) −4,4. **6.** $b < a < c$. **7.** a) $20 + 3 \cdot (-30) = -70$; b) $0 - 4 \cdot (-5) = 20$; c) $[(-30) + (-5)] \cdot [(-30) - (-5)] = 875$; d) $(-30) \cdot (-5) + (-30) : (-5) = 156$; e) $[(-30) + (-5)] : [(-30) - (-5)] = 1{,}4$. **8.** a) 5; b) 3; c) −12; d) −15; e) 5; f) 36. **9.** a) 3,8; 3,8; 3,8; b) 1,1; −1,1; −1,1; c) 3,8; 5; −5; d) −1,1; 5; 5. **10.** a) −51; b) 41; c) 118; d) −6. **11.** $B < C < A = D$. **12.** −1. **13.** a) 5,5; b) 6; c) −15; d) 0. **14.** Např. 8, 9, 10, 11, 12. **15.** 64, 68 a 60. **16.** Asi 6 231 diváků. **17.** 43. **18.** a) 14,8 km; b) 18,5 km. **19.** 160. **20.** 9. (Součet prvních 4 čísel je 48, součet ostatních 6 čísel je 42; proto je součet všech 10 čísel roven 90.)

Cvičení 10

1. Obr. B-9. **2.** Obr. B-10. **3.** Obr. B-11. **4.** Obr. B-12. **5.** Obr. B-13. **6.** Obr. B-14. **7.** Obr. B-15. **8.** Obr. B-16. **9.** Obr. B-17. **10.** a) $A_1[0; 5]$, $B_1[1; 2]$, $C_1[2; 0]$, $D_1[3; 0{,}5]$, $E_1[3{,}5; 3{,}5]$; b) $A_2[0; 25]$, $B_2[50; 10]$, $C_2[100; 0]$, $D_2[150; 2{,}5]$, $E_2[175; 17{,}5]$; c) $A_3[0; 1\,000]$, $B_3[30; 400]$, $C_3[60; 0]$, $D_3[90; 100]$, $E_3[105; 700]$; d) $A_4[0; 250]$, $B_4[1\,000; 100]$, $C_4[2\,000; 0]$, $D_4[3\,000; 25]$, $E_4[3\,500; 175]$. **11.** Obr. B-18; je to čtverec. **12.** Obr. B-19, $\mathsf{A} \cap \mathsf{B} = \{P[2; -1]\}$.

VÝSLEDKY SOUHRNNÝCH CVIČENÍ

1 Desetinná čísla

2. a) $9 < 9{,}602 < 10$; b) $2 < 2{,}000\,8 < 3$; c) $16 < 16{,}79 < 17$; d) $503 < 503{,}32 < 504$. **3.** 0,214 5 a 5 410,2. **4.** $2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001 + 7 \cdot 0{,}000\,1$. **5.** Např. obr. C-1. **6.** a) 6; b) 70; c) 9; d) 50; e) 40; f) 6 200. **7.** a) 4; b) 20; c) 800; d) 25; e) 3; f) 70. **8.** a) 12 000; b) 5 700; c) 640; d) 12 300. **9.** a) 3 000 000; b) 900 000; c) 70 500; d) 807 320. **10.** a) =; b) >; c) <; d) >. **11.** a) 2,103; 0,46; 1,12; 0,03; 1,6; b) 2,103; 3,03; 3,2; 2,2; 1,6. **12.** a) 3,4; 3,43; 4,03; 4,3; b) 0,207; 0,27; 0,7; 0,72; c) 0,019; 0,09; 0,1; 0,19; d) 2,05; 2,517; 2,57; 2,7. **13.** a) 100; b) 60; c) 58; d) 58,3; e) 58,28; f) 58,284. **14.** Např. obr. C-2. **15.** a) 1,5; 5,1; b) 0,1; c) 0,1; 0,5; 1,5; 5,1; 0,15; 0,51; 1,05; 5,01; 10,5; 50,1; d) 0,5; 0,05; e) 0,5; 5,5; 0,55; 5,05; 50,5; f) 1,1; 1,11; 11,1.

2 Sčítání a odčítání desetinných čísel

16. a) 5,7; b) 11; c) 9,6; d) 8,444. **17.** a) 2,2; b) 0,67; c) 4,8; d) 12,92; e) 0,96; f) 6,94; g) 4,34; h) 12,65. **18.** a) 1 031,47; b) 1 236; c) 97,017; d) 84,5; e) 0. **19.** 1,86 m. **20.** 6 způsoby. **21.** O 113,56.

3 Násobení a dělení desetinných čísel

22. a) 0,5; 0,145; 0,000 14; 0,025; b) 4 230; 12,5; 1 250; 0,000 012 5. **23.** a) 1,575 49; b) 8 274,5; c) 0,000 021; d) 746,028 15. **24.** a) 60,5; b) 15,3; c) 252,5. **26.** a) 3,5; 6,3; 0,27; 0,024; b) 2 800, 32 000, 720, 420 000; c) 0,64; 0,066; 4 200; 210 000; d) 12; 2,8; 54; 2 400; e) 66 000; 3,6; 4,8. **27.** a) 66 400; b) 30 290 180; c) 70,77; d) 146,089 45. **28.** a) 1 080, 2 295, 3 375; b) 65,12; 89,54; 154,66. **29.** a) 19,2; 76,8; 307,2 (následující číslo je čtyřikrát větší než předchozí); b) 2,4; 4,6; 5,7 (následující číslo je o 1,1 větší než předchozí); c) 0,009; 0,000 81; 0,000 243 (následující číslo je 0,3krát větší než předchozí). **30.** 33 Kč a 90 hal. **31.** 105 840 Kč. **32.** Roviny asi 3 155 km^2, pahorkatiny 39 432 km^2, vrchoviny asi 26 814 km^2, hornatiny asi 8 675 km^2 a velehory asi 789 km^2. **33.** 30 kg lipnice, 32,5 kg jílku, 49 kg kostřavy, 3,5 kg psinečku a 5 kg bojínku. **34.** a) 9,592; b) 52,832. **35.** a) 0,2; 0,2 a 0,2; b) 0,4; 0,4 a 0,4; c) 0,01; 0,01 a 0,01. **36.** a) 1 331 a 11; b) 0,015 68 a 0,8; c) 156,25 a 0,25. **37.** a) 314,5; 3 145; 31 450; b) 16 800, 30 000, 80; c) 12,87; 1,287; 0,128 7. **38.** a) 308, 374, 405, 792; b) 1 188, 6 435, 1 212, 6 565; c) 39, 16, 90, 45. **39.** a) 3,12; b) 21,31; c) 0,12; d) 123; e) 5,67; f) 0,76; g) 65,7; h) 675. **40.** a) 22,2; b) 32,6; c) 4,4. **41.** a) 0,009; b) 0,098; c) 0,988; d) 9,876. **42.** a) 46 a 460; b) 18 a 1 800; c) 19,8 a 16,2; d) 99 a 101. **43.** a) 840; b) 210; c) 1 680; d) 105. **44.** a) 260; 0,26; 2,6; 0,26; 260; b) 0,6; 1,5; 0,06; 150; 0,15; c) 0,32; 2; 0,032; 20. **45.** a) 991,3; b) 2 274,7; c) 986,7 d) 430. **46.** Druhý řádek: 54,27; 8,37; 21,87; třetí řádek: 53,73; 7,83; 21,33; čtvrtý řádek: 14,58; 2,187; 5,832; pátý řádek: 200, 30, 80. **47.** a) 123 456,789; b) 987 654,321. **48.** Asi 189 000. **49.** Asi 1,5krát. **50.** Z 1 ha asi 4,8 tun, v 1 pytli asi 167 000 zrnek.

4 Převádění jednotek

51. Asi 20 km. **52.** a) 120, 480, 600, 1 500; b) 180; 540; 2; 12; 0,5; c) 0,5; 3; 8; 2. **53.** a) 30, 300, 3 000; b) 0,8; 80; 800; c) 0,05; 0,5; 50; d) 0,011; 0,11; 1,1. **54.** a) cm, mm, dm; b) cm, mm, m; c) cm, m, dm; d) mm, dm, cm. **55.** a) Ano; b) ne; c) ne; d) ne. **56.** Chybné jsou zápisy v a), b), d), f), g), h). **57.** a) 675 000; b) 1 400 000; c) 40; d) 1 800; e) 840; f) 550; g) 1 250; h) 126; i) 300. **58.** Vatikán (0,44 km^2), San Marino (60,57 km^2), Lichtenštejnsko (157 km^2), Andorra (465 km^2). **59.** První řádek: 300; 0,3; 150; 3 000; 0,15; 90; 6 000; 2 100; druhý řádek: 21; 30; 300; 0,3; 6; 24; 600; 0,15; třetí řádek: 8; 80; 0,8; 32; 160; 40; 800; 8 000; čtvrtý řádek: 40; 8; 6; 800; 16; 640; 1,6; 1 600; pátý řádek: 4; 160; 400; 0,4; 2 000; 24; 28; 0,8; šestý řádek: 200; 40; 100; 1; 50; 14; 150; 1,4. (Všechny ceny jsou v korunách.) **60.** a) 5 min; b) 1 750 g; c) 70 min; d) 45 s; e) 388 cm; f) 3 700 mm; g) 3 750 kg; h) 674 cm. **61.** První v 17 h 15 min a druhá v 17 h 55 min. Třetí skupina strávila na výletě 8 h a 50 min. **62.** Větší balení je asi o 1 Kč za litr levnější. **63.** a) 4,5 kg; b) 28 kg; c) 0,53 kg; d) 11,28 kg. **64.** a) 285 balíků; b) 166 balíků.

5 Celá čísla

65. 9 prvků, 5 kladných a 3 záporné. **67.** a) Ano; b) ano; c) ne; d) ano; e) ne; f) ano; g) ne; f) ano. **68.** Např. obr. C-3. **69.** Např. obr. C-4. **70.** a) −9 a −1; b) −11 a 5; c) −3; d) −2 a −10. **71.** −22, −21, −12, −11, 11, 12, 21, 22; 4 dvojice. **72.** a) $a > -3$; b) $b > 0$; c) $c < -3$; d) $d < 0$. **73.** $\{-234, 234, 175, -175, -345, 345\}$.

6 Sčítání a odčítání celých čísel

74. 108 °C. **75.** −1 053 m n. m. **76.** a) 24, 8, −8, −24; b) 9, 35, −35, −9; c) −26, −44, 26, −44. **77.** a) součet, o 168; b) součet, o 32; c) rozdíl, o 250. **78.** Třetí řádek: 22, 3, −17, −26, 208, 8, −208; čtvrtý řádek: −8, −27, −1, 26, −8, −208, 8. **79.** a) −14 °C; b) −6 °C; c) −8 °C. **80.** 4 205 m. **81.** 19 746 m.

7 Násobení a dělení celých čísel

82. Pátý řádek: 6, −15, −9, 60, 1 800, −75; šestý řádek: 8, 48, −16, −240, 560, −1 600; sedmý řádek: −12, 56, −55, −200, 1 000, −12. **83.** a) −1 175; b) −624; c) −1 680; d) 5 704; e) 16 218; f) −41 412. **84.** Čtvrtý řádek: −3, −10, −10, 7, −50, 50; pátý řádek: −2, −3, 2, 20, −4, −2; šestý řádek: 6, 30, −20, 140, 200, −100. **85.** a) 131; b) −232; c) −314.

8 Záporná desetinná čísla

86. a) $9 < 9{,}45 < 10$; b) $-10 < -9{,}45 < -9$; c) $34 < 34{,}7 < 35$; d) $-35 < -34{,}7 < -34$; e) $0 < 0{,}28 < 1$; f) $-3 < -2{,}8 < -2$. **88.** Např. obr. C-5. **89.** a) −2,7 a 2,3; b) −5,45 a 4,5; c) −62,3 a 6,23. **90.** a) $-1{,}6 < 1{,}5$; $0{,}93 > 0{,}39$; $-4{,}9 > -7{,}6$; $-0{,}820 < -0{,}802$; b) $-0{,}754 < -0{,}745$; $-9{,}3020 = -9{,}302$; $-0{,}642 < -0{,}462$; $7{,}856 > -7{,}856$. **91.** a) −2, −1, 0 a 1; b) −8 a −9; c) −6, −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1 a 2; d) žádné. **92.** a) −2,4; −2; 0,5; −20; b) 2,3; 0,1; −4,6; 0,4; c) −5,2; −9,8; −0,6; 3,2. **93.** a) 521,55; b) −458,274; c) −1,6245; d) −10 128,36. **94.** a) −15,48; b) −269,1; c) −1,57; d) −0,77; e) −10,2; f) −10,404. **95.** Pátý řádek: 8; −2; −1,2; 0,8; 24; −0,2; šestý řádek: 0,5; 30; −1; −0,15; 3,5; −100; sedmý řádek: −1,2; 5,6; −0,55; −0,2; 1 000; −1,2. **96.** a) −61,9458; b) 431,46. **97.** První řádek: 3 600; −36; 3,6; druhý řádek: −0,3; třetí řádek: 1,2; 1,2. **98.** a) −0,2; −0,2 a −0,2; b) −0,01; −0,01 a −0,01; c) −0,05; −0,05 a −0,05.

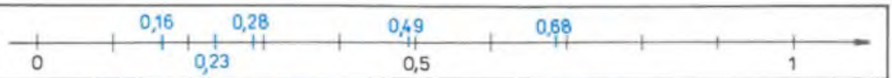
9 Číselné výrazy

99. a) −4; b) −4; c) 31; d) 0. **100.** a) 910; b) 2; c) 100. **101.** a) −12; b) 26; c) 1,08; d) −9,24. **102.** a) 56; b) −120; c) −0,000 88; d) 0. **103.** a) 5; b) −19; c) 57; d) 52. **104.** a) 245; b) −143; c) −685. **105.** a) −15,3; b) 153; c) −30,6; d) 24,48. **106.** a) −1 000; b) 90; c) 41; d) −0,6. **107.** 20. **108.** 44,7. **110.** Cena u nás byla nižší o 4,43 Kč.

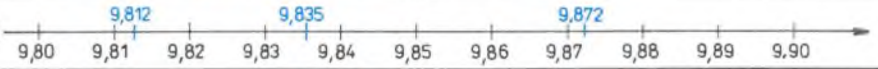
10 Číselná osa a soustava souřadnic

111. Např. obr. C-6. **112.** $A[-25]$; $B[25]$; $C[75]$; $D[125]$; $E[0{,}34]$; $F[0{,}36]$; $G[0{,}42]$; $H[0{,}46]$; $J[-63]$; $K[-59]$; $L[-58]$; $M[-52]$; $N[-49]$. **113.** Např. obr. C-7.

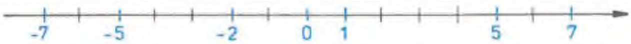
A-1



A-2

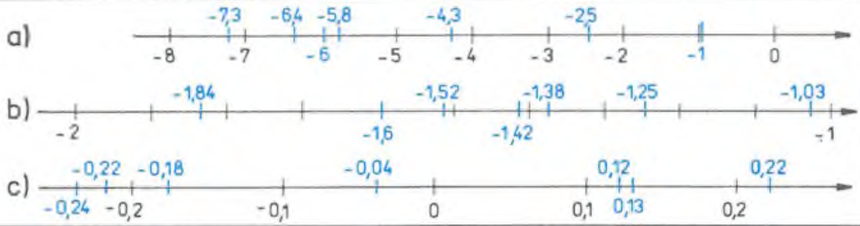


A-3

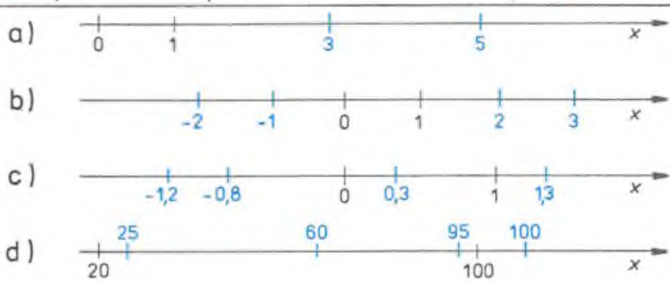


A-4

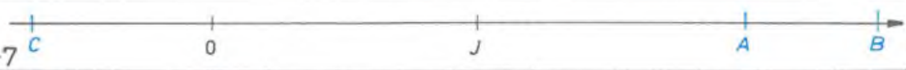
A-5



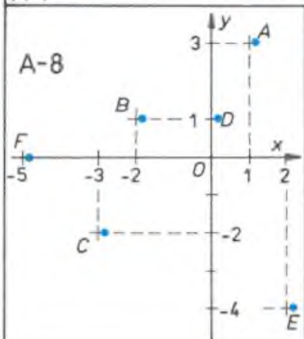
A-6



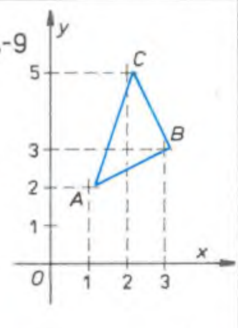
A-7



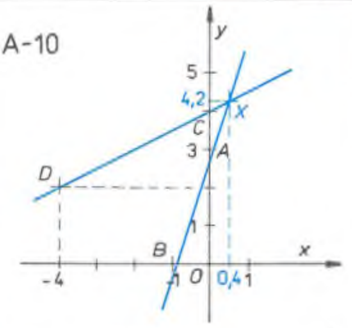
A-8



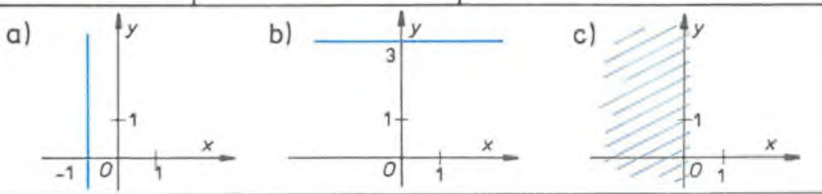
A-9



A-10



A-11



A - 12	1,5 4 0,5 6 2 6 2 3 12 12 6 36 72 216 15 552	1,5 4 -0,5 -6 2 6 -2 3 -12 -12 -6 -36 72 216 15 552

A-13

$x = z - y > 0$

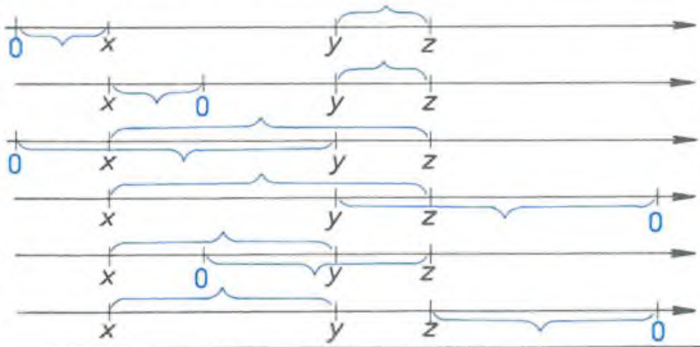
$x = y - z < 0$

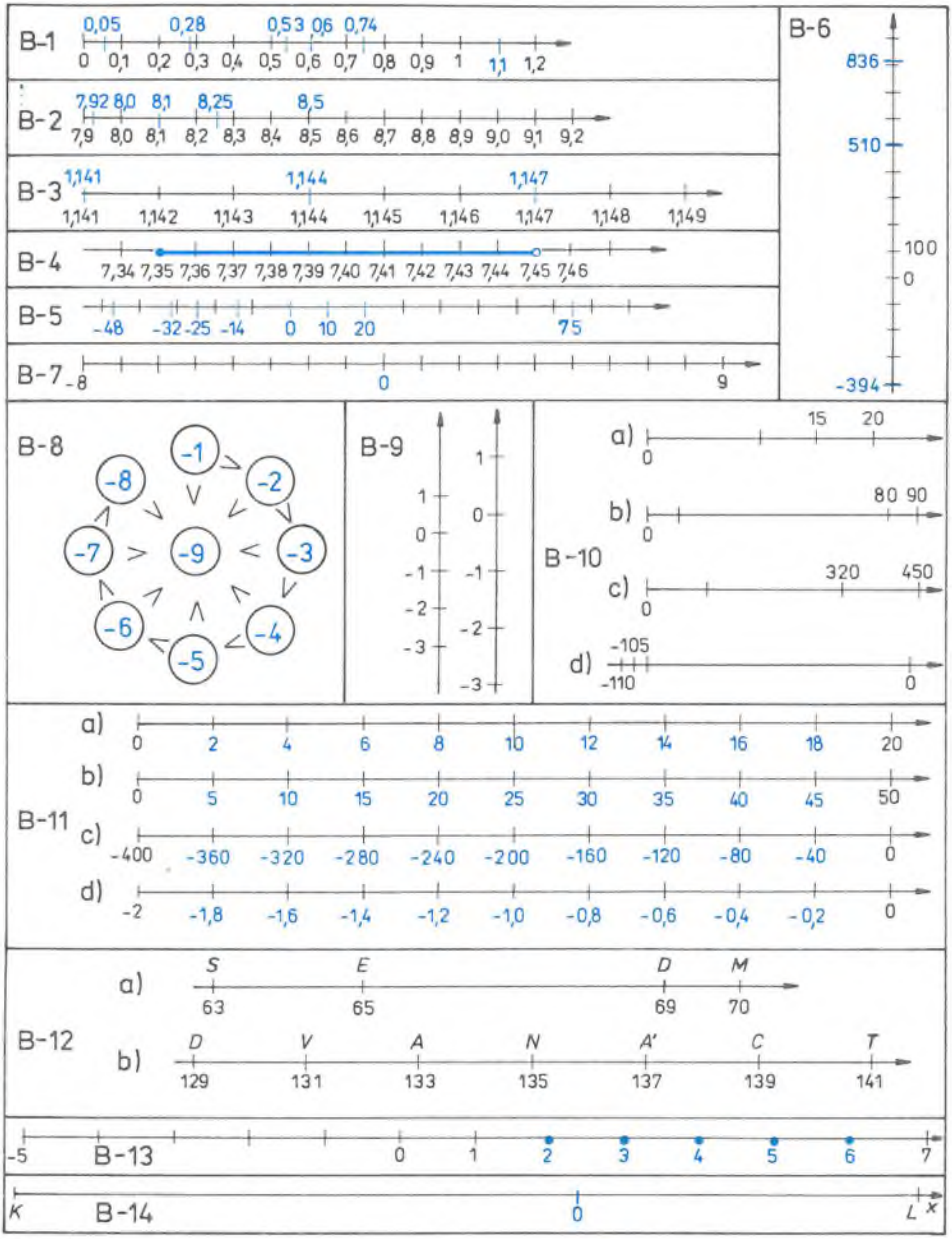
$y = z - x > 0$

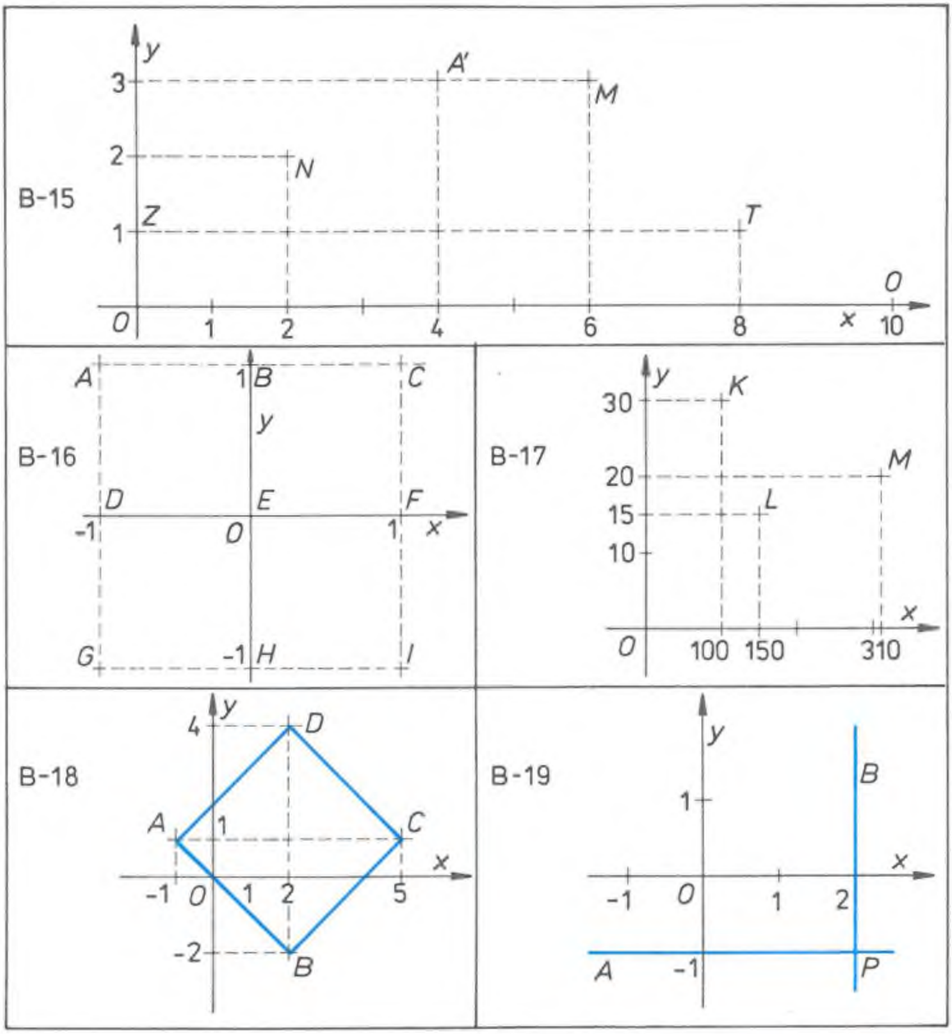
$y = x - z < 0$

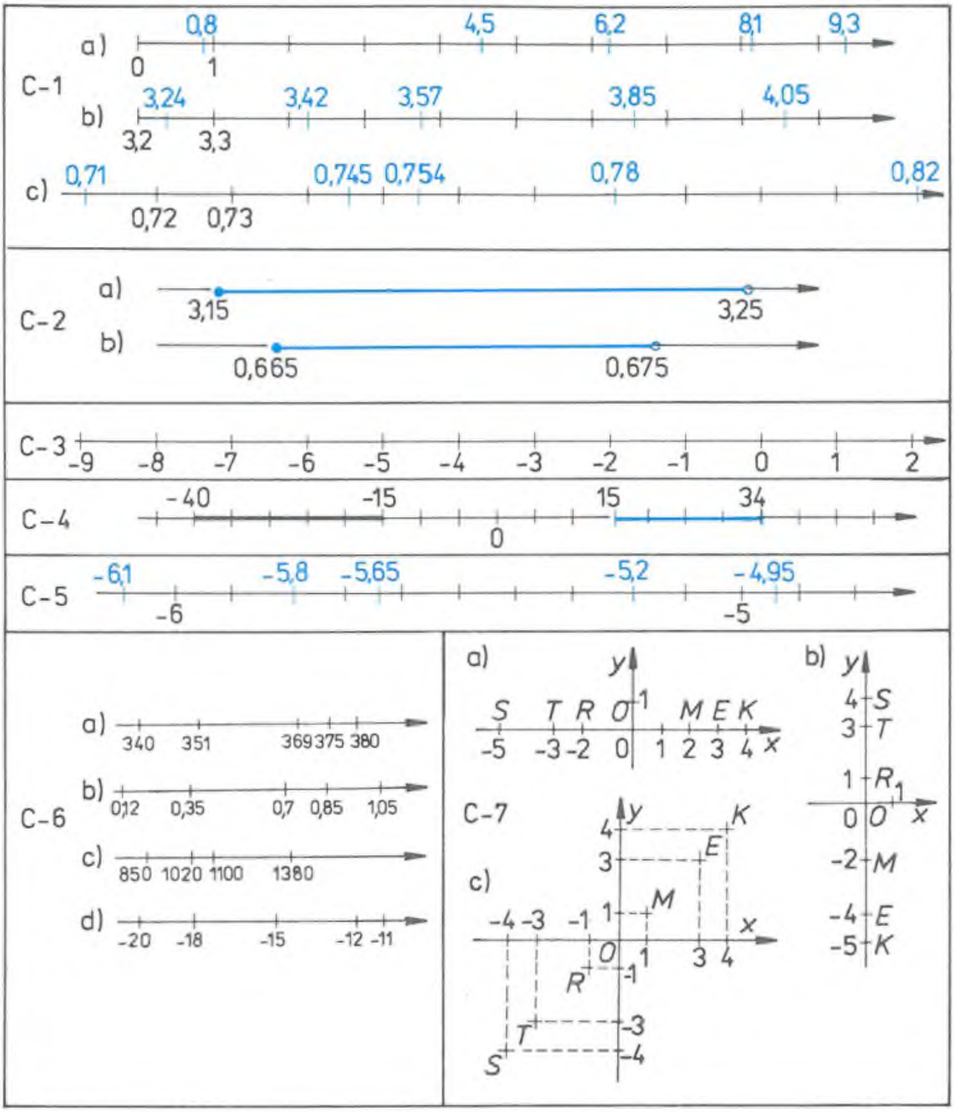
$z = y - x > 0$

$z = x - y < 0$




B-1
0,05 0,28 0,53 0,6 0,74
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 1,1 1,2
B-2
7,92 8,0 8,1 8,25 8,5
7,9 8,0 8,1 8,2 8,3 8,4 8,5 8,6 8,7 8,8 8,9 9,0 9,1 9,2
B-3
1,141 1,144 1,147
1,141 1,142 1,143 1,144 1,145 1,146 1,147 1,148 1,149
B-4
7,34 7,35 7,36 7,37 7,38 7,39 7,40 7,41 7,42 7,43 7,44 7,45 7,46
B-5
-48 -32 -25 -14 0 10 20 75
B-6
836
510
100
0
-394
B-7
-8 0 9
B-8
-1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9
B-9
1 0 -1 -2 -3
1 0 -1 -2 -3
B-10
a) 0 15 20
b) 0 80 90
c) 0 320 450
d) -110 -105 0
B-11
a) 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
b) 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
c) -400 -360 -320 -280 -240 -200 -160 -120 -80 -40 0
d) -2 -1,8 -1,6 -1,4 -1,2 -1,0 -0,8 -0,6 -0,4 -0,2 0
B-12
a) S E D M
63 65 69 70
b) D V A N A' C T
129 131 133 135 137 139 141
B-13
-5 0 1 2 3 4 5 6 7
B-14
K 0 L x


B-15
y
x
O
1
2
4
6
8
10
3
Z
N
A'
M
T
B-16
A
B
C
D
E
F
G
H
I
-1
1
B-17
30
20
15
10
100
150
310
K
L
M
B-18
-2
5
A
B
C
D
B-19
P


C-1
a) 0,8 4,5 6,2 8,1 9,3
0 1
b) 3,24 3,42 3,57 3,85 4,05
3,2 3,3
c) 0,71 0,745 0,754 0,78 0,82
0,72 0,73
C-2
a) 3,15 3,25
b) 0,665 0,675
C-3
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2
C-4
-40 -15 15 34
0
C-5
-6,1 -5,8 -5,65 -5,2 -4,95
-6 -5
C-6
a) 340 351 369 375 380
b) 0,12 0,35 0,7 0,85 1,05
c) 850 1020 1100 1380
d) -20 -18 -15 -12 -11
C-7
a) y
S T R O 1 M E K
-5 -3 -2 0 1 2 3 4 x
b) y
4 S
3 T
1 R 1
0 O x
-2 M
-4 E
-5 K
c) y
K
E
M
x
-4 -3 -1 1 3 4
O
R
T
S

RNDr. Jiří Herman, Ph. D.
PaedDr. Vítězslava Chrápavá
Mgr. Eva Jančovičová
Doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc.

Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií
Kladná a záporná čísla

Obálku navrhl Miloš Jirsa
Ilustrovala Lucie Voráčková
Vydalo nakladatelství Prometheus, spol. s r. o.,
Žitná 25, 117 01 Praha 1,
roku 2002
tel./fax: 02/6913715
http: www.prometheus-nakl.cz
e-mail: info@prometheus-nakl.cz
Edice Učebnice pro základní školy
Odpovědná redaktorka Marie Nováková
Podle imprimované předlohy vysazené programem TeX
vytiskl PRAGER IG – TISKÁRNA,
Radlická 2, Praha 5
dotisk 1. vydání

94 11 282

ISBN 80-7196-098-5

Převádění jednotek

Čas:	$1\,\mathrm{d} = 24\,\mathrm{h} \quad 1\,\mathrm{h} = 60\,\mathrm{min} \quad 1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$
Hmotnost:	$1\,\mathrm{t} = 10\,\mathrm{q} \quad 1\,\mathrm{q} = 100\,\mathrm{kg} \quad 1\,\mathrm{kg} = 100\,\mathrm{dkg}$ $1\,\mathrm{dkg} = 10\,\mathrm{g} \quad 1\,\mathrm{g} = 100\,\mathrm{cg} \quad 1\,\mathrm{cg} = 10\,\mathrm{mg}$
Délka:	$1\,\mathrm{km} = 1\,000\,\mathrm{m} \quad 1\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{dm}$ $1\,\mathrm{dm} = 10\,\mathrm{cm} \quad 1\,\mathrm{cm} = 10\,\mathrm{mm}$
Obsah:	$1\,\mathrm{km}^2 = 100\,\mathrm{ha} \quad 1\,\mathrm{ha} = 100\,\mathrm{a} \quad 1\,\mathrm{a} = 100\,\mathrm{m}^2$ $1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{dm}^2 \quad 1\,\mathrm{dm}^2 = 100\,\mathrm{cm}^2 \quad 1\,\mathrm{cm}^2 = 100\,\mathrm{mm}^2$
Objem:	$1\,\mathrm{hl} = 100\,\mathrm{l} \quad 1\,\mathrm{l} = 10\,\mathrm{dl}$ $1\,\mathrm{dl} = 10\,\mathrm{cl} \quad 1\,\mathrm{cl} = 10\,\mathrm{ml}$
Úhly:	$1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$

Počítání s desetinnými čísly

$$0{,}6 + 0{,}2 = 0{,}8 \qquad 1{,}2 + 0{,}03 = 1{,}23$$
$$0{,}6 - 0{,}2 = 0{,}4 \qquad 1{,}2 - 0{,}03 = 1{,}17$$
$$0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12 \qquad 1{,}2 \cdot 0{,}03 = 0{,}036$$
$$0{,}6 : 0{,}2 = 3 \qquad 1{,}2 : 0{,}03 = 40$$

$$2{,}3 \cdot 10 = 23$$
$$2{,}3 \cdot 100 = 230$$
$$2{,}3 : 10 = 0{,}23$$
$$2{,}3 : 100 = 0{,}023$$

ISBN 80-7196-098-5
9 788071 960980

ISBN 80-7196-098-5