

233 847

Matematika

pre 5.ročník základných škôl • 1.časť



Slovenské pedagogické nakladateľstvo

Ondrej Šedivý • Soňa Čeretková • Mária Malperová

Matematika

pre 5. ročník základných škôl

1. časť

Matematika pre 5. ročník ZŠ. 1. časť



233847 PFMAT

71.50



Slovenské pedagogické nakladateľstvo

Autori © Prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.
PaedDr. Soňa Čeretková
PaedDr. Mária Malperová, 1997

Lektorovali: RNDr. Ľudovít Hrdina, CSc.
(Slovenská matematická spoločnosť, sekcia JSMF)
RNDr. Emília Petrovajová
Mgr. Ingrid Stupáková
Eva Šišková

Illustrations © akademická maliarka Táňa Žitňanová, 1997
Design © Igor Imro, 1997

Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky rozhodnutím z 10. apríla 1997
pod číslom 1954/97-151
ako alternatívnu učebnicu matematiky pre 5. ročník ZŠ, 1. časť.

Druhé vydanie, 1998

Všetky práva vyhradené.

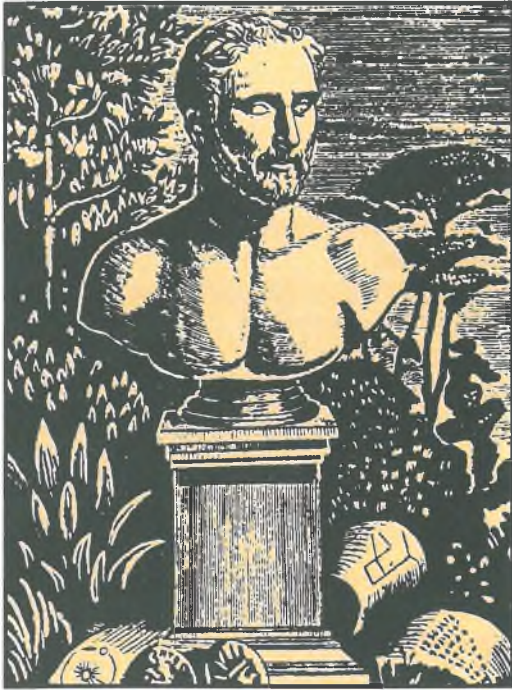
Toto dielo ani žiadnu jeho časť nemožno reprodukovat' bez súhlasu majiteľa práv.

ISBN 80-08-01435-0 (1. vydanie)

ISBN 80-08-02852-1

OBSAH

1	OPAKOVANIE A PRERHĽBENIE UČIVA MATEMATIKY Z 1. AŽ 4. ROČNÍKA	5
1.1	Prirodzené čísla a nula	5
1.2	Číselná os. Porovnávanie a zaokrúhľovanie čísel	10
1.3	Sčítovanie a odčítovanie prirodzených čísel	17
1.4	Násobenie a delenie prirodzených čísel	23
1.5	Rovnice	29
1.6	Nerovnice	36
1.7	Slovné úlohy	38
1.8	Priamka a úsečka. Dĺžka úsečky	44
1.9	Obvody rôznych obrazcov	48
1.10	Kružnica a kruh	53
1.11	Kolmica na danú priamku	56
1.12	Rovinné a priestorové útvary	59
2	DELENIE PRIRODZENÝCH ČÍSEL	62
	Vyskúšajte sa!	74
3	ZÁKLADNÉ PRAVIDLÁ RYSOVANIA	75
3.1	Pomôcky na rysovanie a ich použitie	76
3.2	Druhy čiar a ich rysovanie	77
3.3	Rysovanie rovnobežiek a kolmíc	82
3.4	Konštrukcia obdĺžnika a štvorca	86
4	UHOL A JEHO VEĽKOSŤ, OPERÁCIE S UHLAMI	89
4.1	Uhol	90
4.2	Prenášanie uhlov a zhodnosť uhlov	92
4.3	Os uhla	95
4.4	Meranie uhlov	96
4.5	Porovnávanie uhlov	100
4.6	Uhol väčší ako priamy	102
4.7	Vrcholové uhly	106
4.8	Sčítovanie a odčítovanie uhlov a ich veľkostí	108
4.9	Násobenie a delenie uhlov dvoma	112
	Vyskúšajte sa!	115
	ROZUM DO HRSTI	118
	Výsledky cvičení	121
	Rozum do hrsti (výsledky)	125



Základom všetkého je číslo.

Pythagoras

Pythagoras zo Samu

(580 – 500 pred n. l.)

patril medzi významných filozofov a matematikov Grécka. Základom pytagorejského učenia bola viera v silu človeka. Starovekí obchodníci používali pri počítaní oblé kamienky. Pythagoras začal kamienky ukladať do istých obrazcov, a týmto prisudzoval význam predmetov, vzťahov či javov. Tak vznikli figurálne čísla.

V učebnici používame tieto symboly:

Milí piatáci,

vítame vás po prázdninách opäť v škole na hodine matematiky. Iste ste si dobre oddýchli a tešíte sa, čo nového sa v tomto školskom roku v matematike naučíte.

V učebnici matematiky nájdete veľa vyriešených príkladov, zaujímavých úloh, problémov i dostatok cvičení, na ktorých si môžete vyskúšať svoje vedomosti. Pomáhať vám budú vpravo uvedené symboly.

Želáme vám veľa chuti do práce.

Autori



– príklad



– problém



– zapamätať si
– zhrnutie alebo poučka



– riešenie



– cvičenia



– úloha



– vyskúšajte sa

1 OPAKOVANIE A PREHLBENIE UČIVA MATEMATIKY Z 1. AŽ 4. ROČNÍKA



1.1 Prirodzené čísla a nula

ZOPAKUJME SI



Čísla 1, 2, 3, 4, ... sa nazývajú *prirodzené čísla*.
Prirodzené čísla vyjadrujú *množstvo* (počet).
Zapisujeme ich v *desiatkovej číselnej sústave*.



ÚLOHA 1

Zapište prirodzeným číslom:

- počet žiakov vašej triedy,
- počet žiakov vašej školy,
- počet vašich súrodencov,
- koľko máte rokov,
- koľko týždňov mali prázdniny,
- koľko dní už chodíte do školy v tomto školskom roku.



PROBLÉM 1

Akým číslom zapíše počet súrodencov ten, kto nemá ani brata, ani sestru?



RIEŠENIE

Ten, kto nemá ani brata, ani sestru, má 0 súrodencov.

Ďalšie príklady:

Do vašej triedy chodí 0 žiakov, ktorí majú 25 rokov.

V januári v našej záhrade rozkvitlo 0 ružových kríkov.



Prírodné čísla v desiatkovej sústave zapisujeme pomocou číslíc
(cifier): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Platí: $035 = 35$

milióny	stotisíciky	desaťtisíciky	tisíciky	stovky	desiatky	jednotky
2	8	4	7	6	3	5

čítame: dva milióny osemstoštyridsaťsedemtisíc šesťstotridsaťpäť
číslo má: 2 milióny, 8 stotisícok, 4 desaťtisíciky, 7 tisícok, 6 stoviek,
3 desiatky, 5 jednotiek
alebo inak: na mieste jednotiek má číslicu (cifru) 5, na mieste desiatok
má číslicu (cifru) 3 atď.



ÚLOHA 2

Prečítajte čísla. Určte počet jednotiek, desiatok, stoviek atď.

8 321	10 101	111 111	2 202 202
5 624	103 248	7 986 159	810 986 192
7 985	598 425	1 982 000	535 353 535



ÚLOHA 3

Zapíšte čísla:

päťtisíc stošesťdesiatpäť, tridsaťosemtisícdivestotri, osemstošesťdesiat-
päťtisícdivesto, deväťdesiatdeväťtisíc, deväťdesiatdeväť, osem miliónov
stotritisícštyri, päťstoosem miliónov štyristotisíc, jeden milión osemtisíc
osemdesiatjeden.



PRÍKLAD 1

Zapíšte číslo 23 845 v rozvinutom zápise v desiatkovej číselnej sústave.



RIEŠENIE

Jurko si riešenie napísal takto:

$$\begin{array}{r} 23\ 845 \\ 20\ 000 = 2 \cdot 10\ 000 \\ 3\ 000 = 3 \cdot 1\ 000 \\ 800 = 8 \cdot 100 \\ 40 = 4 \cdot 10 \\ 5 = 5 \cdot 1 \end{array}$$

Jurko zapíše:

$$23\ 845 = 20\ 000 + 3\ 000 + 800 + 40 + 5 = 2 \cdot 10\ 000 + 3 \cdot 1\ 000 + 8 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

a povie:

Číslo 23 845 má 2 desaťtisíciky, 3 tisíciky, 8 stoviek, 4 desiatky a 5 jednotiek.



PRÍKLAD 2

Zopakujme Jurkov postup pre číslo 108 037.



RIEŠENIE I

Rieši Lukáš:

$$\begin{array}{r} 108\ 037 \\ 100\ 000 = 1 \cdot 100\ 000 \\ 8\ 000 = 8 \cdot 1\ 000 \\ 30 = 3 \cdot 10 \\ 7 = 7 \cdot 1 \end{array}$$

Lukáš zapíše:

$$108\ 037 = 100\ 000 + 8\ 000 + 30 + 7 = 1 \cdot 100\ 000 + 8 \cdot 1\ 000 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

a povie:



$$108\ 037 = 1 \cdot 10\ 000 + 8 \cdot 1\ 000 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

V tomto zápise sú iba *nenulové číslice (cifry)* daného čísla.

Číslo vieme podľa neho vypočítať.

Ale! Aby bol rozvinutý zápis čísla zapísaný správne, musia v ňom byť zapísané *všetky číslice (cifry)* tohto čísla, teda aj nuly!



RIEŠENIE II

$$\begin{array}{r} 108\ 037 \\ 100\ 000 = 1 \cdot 100\ 000 \\ 00\ 000 = 0 \cdot 10\ 000 \\ 8\ 000 = 8 \cdot 1\ 000 \\ 000 = 0 \cdot 100 \\ 30 = 3 \cdot 10 \\ 7 = 7 \cdot 1 \end{array}$$



$$108\ 037 = 1 \cdot 100\ 000 + 0 \cdot 10\ 000 + 8 \cdot 1\ 000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

Rozvinutý zápis čísla v desiatkovej číselnej sústave

Sú v ňom všetky číslice daného čísla zapísané od najvyššieho číselného rádu po najnižší (jednotky). Číslo nemusíme počítať, stačí číslice opísať.



ÚLOHA 4

Zapíšte v rozvinutom zápise v desiatkovej číselnej sústave čísla:

- a) 238 541 b) 32 849 c) 91 800
 d) 18 005 e) 108 245 f) 3 259 628



ÚLOHA 5

Vypočítajte a správne prečítajte vypočítané číslo:

- a) $3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 1 =$
 b) $8 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 1 =$
 c) $9 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 10 + 1 \cdot 1 =$
 d) $6 \cdot 100\,000 + 6 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 100 + 6 \cdot 1 =$
 e) $5 \cdot 1\,000\,000 + 3 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1 =$

Ktoré z príkladov predstavujú rozvinutý zápis čísla v desiatkovej číselnej sústave?



Podľa počtu číslic (*cifíer*) poznáme čísla:
 jednociferné: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (sú všetky?)
 dvojciferné: 10, 11, 12, ... (ktoré je najväčšie?)
 trojciferné: 100, 101, 102, 103, 104, 105, ...
 atď.

ZAMYSLITE SA



Počet cifier prirodzeného čísla je vždy vyjadrený prirodzeným číslom.



CVIČENIA

1. Prečítajte čísla:

8 321 469, 1 008, 2 329 541, 3 581, 10 080, 5 629 000, 1 235, 315, 315 901, 1 243 100.

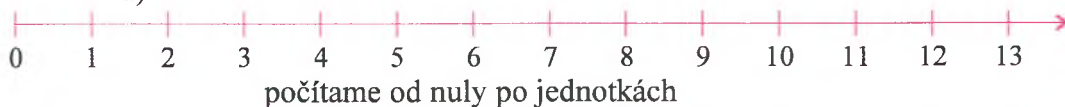
..... 2. Zapíšte v rozvinutom zápise v desiatkovej číselnej sústave čísla: 538, 1 629, 91 909, 235 046, 503 305.

- 3. Zapište prirodzeným číslom:
- a) počet predmetov, ktoré sa učíte v škole v tomto ročníku,
 - b) počet farebných pasteliek, ktoré máte v peračníku,
 - c) koľko farieb má dúha,
 - d) koľko knižiek ste prečítali cez prázdniny.
- 4. Hľadajte vo vašom okolí osoby, veci, predmety a javy, ktoré vás zaujímajú a počet (množstvo) ktorých vyjadrujeme prirodzeným číslom. Skúste použiť aj číslo nula!
- 5. Napíšte najmenšie štvorciferné a najväčšie trojciferné číslo.
- 6. Vypočítajte a správne prečítajte vypočítané číslo:
- a) $3 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 0 \cdot 1 =$
 - b) $8 \cdot 1\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 4 \cdot 10\,000 =$
 - c) $2 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 100 + 2 \cdot 10 =$
 - d) $1 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 =$
 - e) $5 \cdot 100\,000 + 4 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 1 =$
- 7. Na kartičkách máme číslice: 4, 3, 8, 9, 6.
Urobte z týchto číslic:
- a) najmenšie dvojciferné číslo,
 - b) najväčšie dvojciferné číslo,
 - c) najmenšie trojciferné číslo,
 - d) najväčšie štvorciferné číslo.
- 8. Riešte ešte raz cvičenie 7 s tým, že číslice sa môžu opakovať.
- 9. Vytvorte všetky
- a) dvojciferné,
 - b) trojciferné,
 - c) štvorciferné čísla
- premiestňovaním kartičiek s číslicami 1, 2, 7, 0.
- 10. Napíšte aspoň tri čísla od 200 do 300 také, kde:
- a) počet desiatok je taký istý ako počet stoviek,
 - b) počet desiatok je taký istý ako počet jednotiek.
- 11. a) Ktoré číslo je bezprostredne pred najmenším štvorciferným číslom?
b) Ktoré číslo je bezprostredne za najväčším sedemciferným číslom?

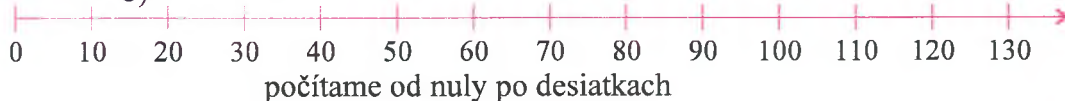
1.2 Číselná os. Porovnávanie a zaokrúhľovanie čísel

ČÍSELNÁ OS

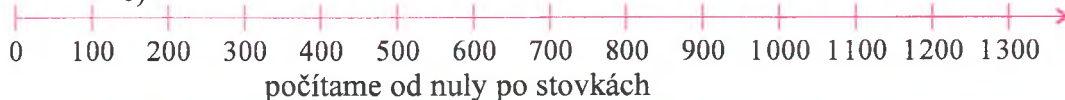
a)



b)



c)



Obrazmi prirodzených čísel sú body ležiace na číselnej osi.

Začiatok číselnej osi je číslo 0.

Bod, ktorý patrí menšiemu číslu leží bližšie k začiatku ako bod, ktorý patrí väčšiemu číslu.

Znázornenie číselnej osi si môžeme prispôbiť podľa toho, ktoré čísla potrebujeme zobrazit' (tak ako na obrázkoch).



ÚLOHA 1

- Počítajte: a) po jednotkách od 123 do 132,
b) po desiatkach od 910 do 990,
c) po stovkách od 200 do 1 200,
d) po tisíckach od 1 800 do 5 800.

Čísla zapíšte a znázornite na číselnej osi.



PRÍKLAD 1

Zistite, ktorá číslica (cifra ktorého číselného rádu) sa v nasledujúcich číslach mení a doplňte chýbajúce čísla:

200, 300, —, —, —, 700; —, 900

Adam si pozrel predchádzajúce obrázky a príklad rieši takto:

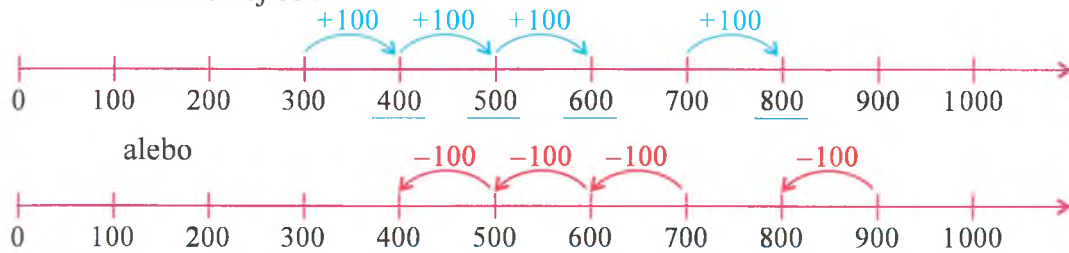


RIEŠENIE

Mám doplniť: 200, 300, –, –, –, 700, –, 900.

V týchto číslach sa mení číslica rádu stoviek – počítam po stovkách a píšem: 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

Na číselnej osi:



ÚLOHA 2

Doplňte chýbajúce čísla:

a) 126, –, 128, –, –, 131, – (počítame po jednotkách)

b) 570, –, –, –, –, 620, – (počítame po desiatkach)

c) –, –, 1 000, –, –, –, 1 400 (počítame po stovkách).



ÚLOHA 3

Počítajte: a) po jednotkách nadol od 765 do 758,

b) po desiatkach nadol od 790 do 690,

c) po stovkách nadol od 1 200 do 500.



PRÍKLAD 2

Určte všetky čísla x , pre ktoré platí:

$$95 < x < 105$$

Príklad rieši Zuzka.



RIEŠENIE

Zuzka rozmýšľa:

Pomôžem si číselnou osou, hľadám čísla väčšie ako číslo 95 a menšie ako číslo 105. Počítam po jednotkách od 95 do 105.



Hľadané čísla sú:

96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104.



ÚLOHA 4

Určte všetky čísla x , pre ktoré platí:

a) $43 < x < 58$

c) $21\,998 < x < 22\,000$

b) $x < 15$

d) $993 < x < 1\,003$



ÚLOHA 5

Dopíšte namiesto hviezdičiek číslice (cifry) tak, aby zápisy boli správne:

a) $196 < * * 8 < 2 * * < 201$

b) $1\,008 < 1 * * * < 1\,011$

c) $2\,150 < 2 * 5 * < 2 * 4 * < 2\,340$

Ktorá úloha má viac riešení?



Zopakujeme si zaokrúhľovanie prirodzených čísel.

Zaokrúhľujeme na:

Rozhodujú:

desiatky

jednotky

stovky

desiatky

tisíciky

stovky

desaťtisíciky

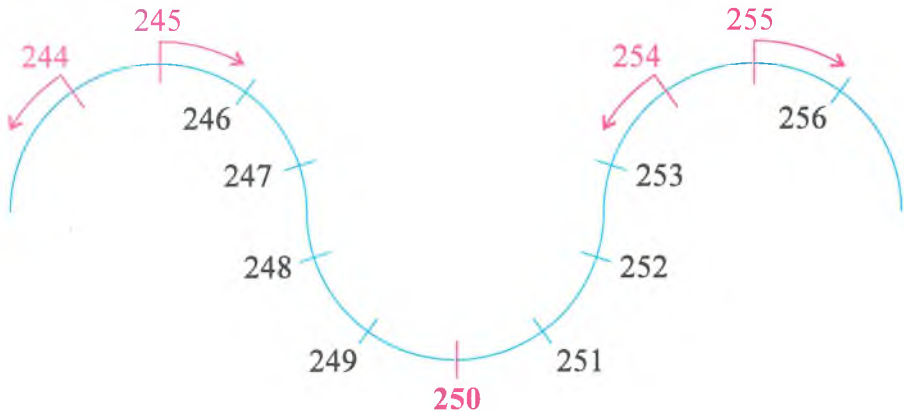
tisíciky

... atď.



PRÍKLAD 3

Ktoré čísla dajú po zaokrúhlení na desiatky číslo 250?



Čísla, ktoré po zaokrúhlení na *desiatky* dajú číslo 250 sú:

245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254

Zapišeme: $245 \doteq 250$ čítame: 245 sa po zaokrúhlení rovná 250

$246 \doteq 250$

246 sa po zaokrúhlení rovná 250

... atď.

alebo 246 sa približne rovná 250



ÚLOHA 6

Dopíšte a správne prečítajte ďalšie rovnosti po zaokrúhlení z predchádzajúceho príkladu.

čísla: 245, 246, 247, 248, 249 sme zaokrúhlili **nahor**

čísla: 250, 251, 252, 253, 254 sme zaokrúhlili **nadol**

Všimnite si obrázok na prechádzajúcej strane!



ÚLOHA 7

a) Ktoré čísla dajú po zaokrúhlení na desiatky číslo 260?

b) Ktoré čísla dajú po zaokrúhlení na desiatky číslo 730?



ÚLOHA 8

Zaokrúhlite na desiatky:

46, 88, 96, 83, 132, 401, 1 261, 735, 956, 1 418, 268.



PRÍKLAD 4

Napíšte niektoré čísla, ktoré dajú po zaokrúhlení na stovky číslo 700. Nájdite najmenšie a najväčšie z nich.



RIEŠENIE

Janko si načrtne číselnú os takto:



a uvažuje: rozhoduje číslica na mieste *desiatok*, dokreslí:



a mám to! Nakreslí si číselnú os takto:



Odpoveď: Niekoľko čísel, ktoré dajú po zaokrúhlení číslo 700 je (počítané po desiatkach): 650, 660, 670, 680, 690, 700, 710, 720, ... atď.

Najmenšie: $650 \doteq 700$ lebo $649 \doteq 600$ (zaokrúhlené na stovky)

Najväčšie: $749 \doteq 700$ lebo $750 \doteq 800$ (zaokrúhlené na stovky)



ÚLOHA 9

Napište niekoľko čísel, ktoré po zaokrúhlení na stovky dajú číslo 1 600. Nájďte najmenšie a najväčšie také číslo.



ÚLOHA 10

Zaokrúhlite na stovky:

213, 349, 488, 94, 95, 404, 638, 1 621, 5 755, 2 965, 4 458, 3 260.



ÚLOHA 11

Zaokrúhlite na tisícky:

1 621, 2 001, 6 500, 3 429, 1 555, 1 055, 7 891, 9 045.



CVIČENIA

1. Počítajte:

- a) po jednotkách od 95 do 105,
- b) po desiatkach od 120 do 220,
- c) po stovkách od 500 do 1 800,
- d) po tisíckach od 1 200 do 7 200.

..... 2. Počítajte nadol:

- a) po jednotkách od 422 do 405,
- b) po desiatkach od 1 300 do 1 200,
- c) po stovkách od 3 500 do 2 600,
- d) po tisíckach od 6 000 do 1 000.

..... 3. Doplňte chýbajúce čísla:

- a) 1 150, -, -, -, -, 1 156,
- b) -, -, 60, -, -, -, 100,
- c) -, -, 2 000, -, -, -, 2 400.

..... 4. Určte všetky čísla x pre ktoré platí:

- a) $1\ 023 < x < 1\ 030$
- b) $115 < x < 120$
- c) $x < 10$
- d) $103 < x < 105$

..... 5. Doplňte namiesto hviezdičiek číslice (cifry) tak, aby zápisy boli správne:

- a) $201 < **1 < 2*1$
- b) $3\ 104 < 3*** < 3\ 110$
- c) $153 < **3 < 1*4$
- d) $*2* < 12* < 1*0$

..... 6. Ktoré čísla dajú po zaokrúhlení na desiatky tieto čísla:

- a) 350
 - b) 20
 - c) 1 110
 - d) 630
- (Napište aspoň tri.)

- 16. Ktorá z vašich učebníc má najviac strán? Koľko? Ktorá z vašich učebníc má najmenej strán? Koľko?
- 17. Na sídlisku žije 30 000 obyvateľov (zaokrúhlené na tisícky). Aký najmenší počet obyvateľov to môže byť?
- 18. Mesiac je od Zeme vzdialený priemerne 384 404 kilometrov. Zaokrúhlite túto vzdialenosť na tisícky.
- 19. Zem je vzdialená od Slnka asi 149 500 000 kilometrov (zaokrúhlené na stotisícky). Aká je najmenšia možná a najväčšia možná vzdialenosť Zeme od Slnka?

Z histórie čísel a číslic

Číslice a spôsob písania čísel, ktorý my používame, sa k nám dostal v stredoveku prostredníctvom arabských národov. Preto sa aj naše číslice nazývajú arabské. Ale vytvorenie arabských číslic a zápis čísla v desiatkovej sústave sa pripisuje Indom, ktorí takto zapisovali čísla už pred naším letopočtom. Tabuľky ilustrujú, ako sa tvar číslic postupne menil.

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

1.3 Sčítovanie a odčítovanie prirodzených čísel

ZOPAKUJME SI

$$125 + 34 = 159$$

SČÍTANEC + SČÍTANEC = SÚČET

$$237 - 125 = 112$$

MENŠENEC - MENŠITEĽ = ROZDIEL



PROBLÉM 1

Počítajte spamäti dvojice príkladov:

$$\begin{array}{lll} 12 + 14 & 100 + 300 & 100 + 251 \\ 14 + 12 & 300 + 100 & 251 + 100 \end{array}$$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Zámena sčítancov

Súčet sa nezmení, ak zameníme poradie sčítancov.

$$125 + 34 = 34 + 125 = 159$$

$$a + b = b + a$$

Túto rovnosť využívame na vykonanie skúšky správnosti pri sčítaní.



PROBLÉM 2

Počítajte spamäti dvojice príkladov:

$$\begin{array}{lll} 24 - 12 & 55 - 20 & 100 - 48 \\ 12 + 12 & 35 + 20 & 52 + 48 \end{array}$$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Skúška správnosti pri odčítaní

Sčítame rozdiel (výsledok) a menšiteľa.

Súčet sa musí rovnať menšencovi.

$$61 - 18 = 43 \quad \text{Skúška: } 43 + 18 = 61$$



ÚLOHA 1

Počítajte spamäti, vykonajte aj skúšku správnosti:

$$\begin{array}{lll} 45 + 22 & 45 - 22 & 250 + 370 \\ 37 + 64 & 64 - 37 & 370 - 180 \\ 150 + 220 & 220 - 110 & 465 - 125 \end{array}$$



PRÍKLAD 1

K číslu 2 398 nájdite také číslo, aby ich súčet bol 5 000.

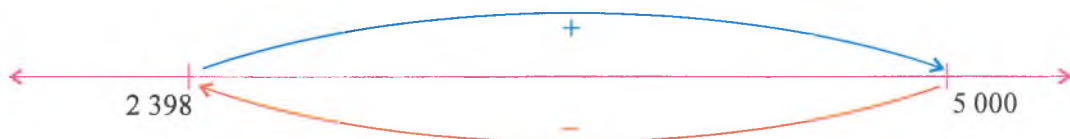


RIEŠENIE

Jurko sa príkladu nezľakne. Vie:

Ak súčet čísla 2 398 a hľadaného čísla má byť 5 000, potom hľadané číslo vypočítam takto: $5\,000 - 2\,398$.

Viem si to aj nakresliť, napríklad takto:



Výpočet písomne:

$$\begin{array}{r} 5\,000 \\ - 2\,398 \\ \hline 2\,602 \end{array}$$

Skúška:

$$\begin{array}{r} 2\,602 \\ + 2\,398 \\ \hline 5\,000 \end{array}$$

Odpoveď: Hľadané číslo je 2 602.



ÚLOHA 2

Zapíšte pod seba a sčítajte písomne. Výsledok môžete odhadnúť zaokrúhlením čísel na desiatky alebo stovky. Ku každému príkladu urobte aj skúšku správnosti.

a) $395 + 628$

e) $629 + 252$

b) $286 + 595$

f) $1\,893 + 5\,862$

c) $1\,286 + 1\,595$

g) $3\,156 + 10\,321$

d) $8\,105 + 321$

h) $5\,189 + 5\,891$



ÚLOHA 3

Zapíšte pod seba a odčítajte písomne. Výsledok môžete odhadnúť zaokrúhlením čísel na desiatky alebo stovky. Ku každému príkladu urobte aj skúšku správnosti.

a) $800 - 125$

e) $1\,550 - 400$

b) $789 - 264$

f) $2\,328 - 1\,539$

c) $1\,534 - 628$

g) $5\,189 - 5\,098$

d) $9\,180 - 1\,423$

h) $10\,211 - 5\,189$



PROBLÉM 3

Počítajte dvojice príkladov:

$(5 + 6) + 15$

$(61 + 10) + 7$

$11 + (9 + 13)$

$5 + (6 + 15)$

$61 + (10 + 7)$

$(11 + 9) + 13$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Združovanie sčítancov

$$25 + (13 + 48) = (25 + 13) + 48$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Pri sčítaní troch a viac sčítancov môžeme sčítance ľubovoľne združovať do skupín.

Počítame:

$$25 + (13 + 48) = 25 + 61 = 86$$

$$(25 + 13) + 48 = 38 + 48 = 86$$

Dostali sme ten istý výsledok.



ÚLOHA 4

Presvedčte sa, že platí:

$$324 + (5\,286 + 1\,900) = (324 + 5\,286) + 1\,900$$

$$2\,110 + (3\,220 + 330) = (2\,110 + 3\,220) + 330$$

$$492 + (1\,987 + 2\,300) = (492 + 1\,987) + 2\,300$$

Číastkové súčty počítajte písomne pod seba.



Zámena sčítancov a ich združovanie do skupín nám uľahčuje počítanie. Môžeme *počítať s výhodou*.



PRÍKLAD 2

Lukáš počíta s výhodou:

$$1\,500 + 198 + 400$$

$$184 + 16 + 252 + 198$$

$$1\,325 + 120 + 75 + 480$$



RIEŠENIE

$1\,500 + 198 + 400 =$	
$= 1\,500 + 400 + 198 =$	Zamenil som posledné dva sčítance.
$= (1\,500 + 400) + 198 =$	Súčet v zátvorke viem vypočítať spamäti.
$= 1\,900 + 198 =$	Počítam: $1\,900 + 100 + 98$.
$= 2\,098$	Výsledok.

Lukáš podobne vyriešil aj ostatné príklady, pokúste sa popísať Lukášove úpravy príkladu na počítanie s výhodou.

$$\begin{aligned} & 184 + 16 + 252 + 198 = \\ & = (184 + 16) + (252 + 198) = \\ & = 200 + 450 = \\ & = 650 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1\,325 + 120 + 75 + 480 = \\ & = 1\,325 + 75 + 1\,200 + 480 = \\ & = (1\,325 + 75) + (120 + 480) = \\ & = 1\,400 + 600 = \\ & = 2\,000 \end{aligned}$$



ÚLOHA 5

Počítajte s výhodou:

a) $1\,200 + 159 + 600$

b) $284 + 500 + 1\,016$

c) $591 + 1\,009 + 4\,252$

d) $154 + 1\,922 + 116 + 508$

e) $1\,195 + 888 + 1\,005 + 1\,122$

f) $6\,329 + 900 + 1\,271 + 500$



PROBLÉM 4

Vypočítajte spamäti:

$0 + 2\,500$

$0 + 1\,280$

$5\,015 - 0$

$320\,000 + 0$

$4\,325 - 0$

$5\,015 + 0$

Čo zaujímavého ste si všimli?

Počítanie s nulou

Pre každé prirodzené číslo a platí:

$a + 0 = a$

$0 + a = a$

$a - 0 = a$

$8 + 0 = 8$

$0 + 8 = 8$

$8 - 0 = 8$



CVIČENIA

1. Počítajte spamäti. Urobte spamäti aj skúšku správnosti:

$55 + 33$

$33 - 15$

$10\,000 + 5\,000$

$78 + 34$

$97 - 70$

$10\,000 - 4\,000$

$108 + 12$

$103 - 22$

$3\,100 + 400$

$195 + 116$

$110 - 48$

$2\,200 - 400$

..... 2. Turisti cestovali 742 km autobusom, 386 km loďou a znovu autobusom 56 km. Koľko kilometrov precestovali celkom?

..... 3. Adam mal 356 Sk a Jurko o 125 Sk viac. Koľko korún mal Jurko? Koľko korún mali spolu?

- 4. Napíšte päť čísel za sebou tak, že
 a) prvé je 652 a každé ďalšie je o 62 väčšie ako predchádzajúce.
 b) prvé je 652 a každé ďalšie je o 35 menšie ako predchádzajúce.
- 5. Určte súčet všetkých čísel, ktoré ležia medzi číslami 54 999 a 55 003.
- 6. Ku každému z čísel 935, 1 001, 8 999, 74 určte druhého sčítanca tak, aby ich súčet bol 10 000.
- 7. Lukáš mal 751 Sk a Katka mala 467 Sk. O koľko korún viac mal Lukáš ako Katka? O koľko korún menej mala Katka ako Lukáš?
- 8. Janka prečítala za sobotu a nedeľu 35 strán z knižky. V nedeľu prečítala 18 strán. Koľko strán prečítala Janka v sobotu?
- 9. Hviezdičky nahrad'te číslicami tak, aby príklady boli správne vypočítané.

$$\begin{array}{r} a) \quad 3 * 3 * \\ \quad * 7 * 7 \\ \hline 1 2 3 4 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 7 * 9 * 5 \\ \quad 5 4 * 7 6 \\ \hline * 7 1 8 * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad * 3 3 3 \\ \quad 2 * 2 2 \\ \hline 6 6 * 6 \\ \quad * * 9 * \end{array}$$

6 *

- 10. Zapište pod seba a sčítajte. Ku každému príkladu urobte aj skúšku správnosti. (Výsledok môžete najskôr odhadnúť.)
- a) $729 + 1\,154$ d) $4\,989 + 3\,265$
 b) $8\,232 + 1\,049$ e) $3\,101 + 5\,899$
 c) $123 + 5\,198$ f) $10\,105 + 1\,996$
- 11. Zapište pod seba a odčítajte písomne. Ku každému príkladu urobte aj skúšku správnosti. (Výsledok môžete najskôr odhadnúť.)
- a) $10\,603 - 1\,233$ d) $16\,103 - 8\,239$
 b) $5\,835 - 4\,289$ e) $3\,539 - 1\,639$
 c) $5\,350 - 155$ f) $8\,001 - 3\,005$
- 12. Presvedčte sa, že platí:
- a) $1\,987 + (531 + 1\,628) = (1\,987 + 531) + 1\,628$
 b) $2\,356 + (1\,921 + 6\,105) = (2\,356 + 1\,921) + 6\,105$
 c) $10\,106 + (5\,203 + 5\,302) = (10\,106 + 5\,203) + 5\,302$
 d) $11\,231 + (8\,106 + 199) = (11\,231 + 8\,106) + 199$
 Čiastkové súčty počítajte písomne pod seba.

- 13. Počítajte s výhodou:
- a) $300 + 5\,130 + 1\,700$ c) $3\,184 + 190 + 1\,016 + 310$
 b) $1\,900 + 625 + 2\,100 + 175$ d) $865 + 1\,980 + 935 + 1\,520$

- 14. Vypočítajte spamäti:
- a) $0 + 1\,930$ c) $10\,111 + 0$ e) $0 + 5\,628$
 b) $15\,104 - 0$ d) $895 - 0$ f) $14\,903 - 0$

- 15. Magický štvorec je taký štvorec, v ktorom je súčet čísel vo všetkých jeho riadkoch, všetkých stĺpcoch i na oboch uhlopriečkach rovnaký. Tento súčet voláme magický súčet. Presvedčte sa, že magický súčet v danom magickom štvorci je 15.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

- 16. Doplňte magický štvorec, ak viete, že sú v ňom vpísané všetky čísla od 61 do 69 a magický súčet je 195.

68		
	65	
	67	

- 17. Jeden zo sčítancov je 203 504, druhý je o 15 452 väčší. Určte súčet.
- 18. Jeden zo sčítancov je 110 623. Súčet oboch sčítancov je o 10 541 väčší. Určte druhého sčítanca a súčet.
- 19. Menšenec je o 31 628 väčší ako menšiteľ. Aký je rozdiel?
- 20. V sklade bolo 2 386 ton obilia. Z toho množstva bolo 1 020 ton pšenice, 531 ton raže a 158 ton jačmeňa. Zvyšok bol ovos. Koľko ton ovsu bolo v sklade?
- 21. Slon v ZOO sa dožil 83 rokov a korytnačka ešte o 105 rokov viac. Koľko rokov sa dožila korytnačka?
- 22. Ako sa zmení súčet dvoch čísel, ak k prvému sčítancu pripočítame 12 a od druhého sčítanca 12 odčítame?
- 23. Súčet dvoch čísel je 280. Jedného sčítanca zmenšíme o 35. Vypočítajte nový súčet.

1.4 Násobenie a delenie prirodzených čísel

ZOPAKUJME SI

$$\begin{array}{rcl} 124 & \cdot & 4 = 496 \\ \text{ČINITEĽ} & \cdot & \text{ČINITEĽ} = \text{SÚČIN} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 496 & : & 4 = 124 \\ \text{DELENEC} & : & \text{DELITEĽ} = \text{PODIEL} \end{array}$$



ÚLOHA 1

Zopakujte si malú násobilku spamäti.



PROBLÉM 1

Počítajte dvojice príkladov:

$5 \cdot 3$

$10 \cdot 8$

$25 \cdot 4$

$3 \cdot 5$

$8 \cdot 10$

$4 \cdot 25$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Zámena činiteľov

Súčin sa nezmení, ak zameníme poradie činiteľov.

$$12 \cdot 5 = 5 \cdot 12 = 60$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Túto rovnosť využívame pri vykonaní skúšky správnosti pri násobení.



PROBLÉM 2

Počítajte dvojice príkladov:

$(2 + 3) \cdot 5$

$(10 + 20) \cdot 4$

$(80 + 3) \cdot 2$

$(2 \cdot 5) + (3 \cdot 5)$

$(10 \cdot 4) + (20 \cdot 4)$

$(80 \cdot 2) + (3 \cdot 2)$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Roznásobenie

Pre každé tri prirodzené čísla a, b, c platí:

$$(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$$

$$(6 + 5) \cdot 3 = (6 \cdot 3) + (5 \cdot 3)$$

Počítame:

$$(6 + 5) \cdot 3 = 11 \cdot 3 = 33$$

$$(6 \cdot 3) + (5 \cdot 3) = 18 + 15 = 33$$



PROBLÉM 3

Počítajte dvojice príkladov:

$$(20 + 5) : 5 \qquad (120 + 8) : 4$$

$$(20 : 5) + (5 : 5) \qquad (120 : 4) + (8 : 4)$$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Delenie súčtu

Pre každé tri prirodzené čísla a , b , c platí:
ak existujú podiely $a : c$, $b : c$, tak:

$$(a + b) : c = (a : c) + (b : c)$$

$$(40 + 16) : 4 = (40 : 4) + (16 : 4)$$

Počítame:

$$(40 + 16) : 4 = 56 : 4 = 14$$

$$(40 : 4) + (16 : 4) = 10 + 4 = 14$$

Tieto vlastnosti využívame pri násobení a delení spamäti.

Adam a Martin opakujú násobenie a delenie spamäti:



PRÍKLAD 1

Vypočítajte spamäti; vykonajte aj skúšku správnosti.

$$25 \cdot 6 \qquad 120 \cdot 3 \qquad 85 : 5 \qquad 120 : 3$$



RIEŠENIE

Adam počíta:

$$25 \cdot 6 = (20 + 5) \cdot 6 = (20 \cdot 6) + (5 \cdot 6) = 120 + 30 = 150$$

Skúška:

$$6 \cdot 25 = 6 \cdot (20 + 5) = (6 \cdot 20) + (6 \cdot 5) = 120 + 30 = 150$$

Martin počíta:

$$120 \cdot 3 = (100 + 20) \cdot 3 = (100 \cdot 3) + (20 \cdot 3) = 300 + 60 = 360$$

$$\text{Skúška: } 3 \cdot 120 = 3 \cdot (100 + 20) = 300 + 60 = 360$$

Prečo je výhodnejšie 120 rozložiť na súčet: $120 = 100 + 20$

ako napríklad na súčet: $120 = 60 + 60$?

Adam počíta ďalší príklad na delenie:

$$85 : 5 = (80 + 5) : 5 = (80 : 5) + (5 : 5) = (50 + 30) : 5 + (5 : 5) =$$

$$= (50 : 5) + (30 : 5) + (5 : 5) = 10 + 6 + 1 = 17$$

$$\text{Skúška: } 17 \cdot 5 = (10 + 7) \cdot 5 = 50 + 35 = 85$$

Martin to vie vypočítať výhodnejšie:

$$85 : 5 = (50 + 35) : 5 = 50 : 5 + 35 : 5 = 10 + 7 = 17$$

Prečo je Martinov postup výhodnejší?

Martin vie výhodne a správne vypočítať aj ďalší príklad:

$120 : 3 =$ vypočítam takto:

$12 : 3 = 4$ a nulu pripíšem, teda: $120 : 3 = 40$.

Skúška: $40 \cdot 3 = 120$



ÚLOHA 2

Vypočítajte spamäti, vykonajte aj skúšku správnosti:

41 . 4	510 . 2	64 : 4	120 : 6
28 . 3	300 . 4	105 : 7	180 : 3
71 . 5	560 . 5	90 : 6	320 : 8
35 . 10	281 . 10	80 : 10	560 : 10



ÚLOHA 3

Počítajte spamäti:

58 . 1	184 . 1	1 . 199	1 . 45
58 . 0	1 500 . 0	0 . 1 864	0 . 889



ÚLOHA 4

Počítajte spamäti:

105 : 1	991 : 1	3 129 : 1
68 : 1	1 054 : 1	1 565 : 1



PROBLÉM 4

Pozorujte:

$$\begin{aligned} 0 : 15 &= 0 \quad \text{lebo} \quad 0 \cdot 15 = 0 \\ 0 : 249 &= 0 \quad \text{lebo} \quad 0 \cdot 249 = 0 \\ 0 : 1 &= 0 \quad \text{lebo} \quad 0 \cdot 1 = 0 \end{aligned}$$



Nulou nikdy nedelíme!



PROBLÉM 5

Počítajte dvojice príkladov:

$$\begin{array}{lll} (5 \cdot 2) \cdot 3 & (1 \cdot 4) \cdot 10 & (8 \cdot 5) \cdot 4 \\ 5 \cdot (2 \cdot 3) & 1 \cdot (4 \cdot 10) & 8 \cdot (4 \cdot 5) \end{array}$$

Čo zaujímavé ste si všimli?



Združovanie činiteľov

Pri násobení troch a viac čísel môžeme činiteľov ľubovoľne združovať do skupín

$$\begin{aligned} (5 \cdot 12) \cdot 30 &= 5 \cdot (12 \cdot 30) \\ (a \cdot b) \cdot c &= a \cdot (b \cdot c) \end{aligned}$$



Počítame: $(5 \cdot 12) \cdot 30 = 60 \cdot 30 = 1\,800$
 $5 \cdot (12 \cdot 30) = 5 \cdot 360 = 1\,800$

Združovanie činiteľov do skupín a ich zámena nám uľahčuje násobenie.



ÚLOHA 5

Presvedčte sa, že platí: $(4 \cdot 25) \cdot 8 = 4 \cdot (25 \cdot 8)$
 $(5 \cdot 5) \cdot 20 = 5 \cdot (5 \cdot 20)$
 $(21 \cdot 8) \cdot 1 = 21 \cdot (8 \cdot 1)$
 $(2 \cdot 10) \cdot 22 = 2 \cdot (10 \cdot 22)$



ÚLOHA 6

Počítajte s výhodou: a) $569 \cdot 2 \cdot 5$ d) $95 \cdot 28 + 5 \cdot 28$
 b) $4 \cdot 5 \cdot 242$ e) $8 \cdot 96 \cdot 125$
 c) $34 \cdot 15 \cdot 20$ f) $3 \cdot 105 + 7 \cdot 105$



PRÍKLAD 2

Do školského klubu nakupujú časopisy. Jeden časopis stojí 27 Sk. Koľko korún zaplatia, ak kúpia 15 kusov tohto časopisu?

Príklad rieši Jurko.



RIEŠENIE

jeden časopis 27 Sk
15 časopisov x Sk
x = 27 · 15	

Počítam: zapíšem desiatky pod desiatky, jednotky pod jednotky

$\begin{array}{r} 27 \\ . 15 \\ \hline 135 \\ 27 \\ \hline 405 \end{array}$	<p><i>Skúška:</i></p> $\begin{array}{r} 15 \\ . 27 \\ \hline 105 \\ 30 \\ \hline 405 \end{array}$
<p>135 násobím číslo 27 číslom 5</p> <p>27 násobím číslo 27 číslom 1</p> <p>405 výsledok</p>	

Odpoveď: Za časopisy do školského klubu zaplatia 405 Sk.



ÚLOHA 7

Vypočítajte písomne, vždy urobte skúšku správnosti. Výsledok môžete najskôr odhadnúť zaokrúhlením čísel na desiatky.

a) $37 \cdot 52$	c) $415 \cdot 31$	e) $25 \cdot 86$
b) $614 \cdot 28$	d) $290 \cdot 72$	f) $486 \cdot 44$



PROBLÉM 6

Prekontrolujte násobenie trojčiferným číslom: $328 \cdot 149$



RIEŠENIE

328	328	328
$.149$	$.149$	$.149$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
2952	2952	2952
	1312	1312
		328
		<hr style="width: 100%;"/>
		48872



ÚLOHA 8

Vypočítajte písomne, vždy urobte skúšku správnosti. Výsledok môžete najskôr odhadnúť zaokrúhlením čísel na desiatky alebo stovky.

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $74 \cdot 156$ | c) $881 \cdot 205$ | e) $77 \cdot 123$ |
| b) $263 \cdot 192$ | d) $344 \cdot 111$ | f) $3267 \cdot 149$ |



CVIČENIA

1. Vypočítajte spamäti:

$23 \cdot 3$	$32 \cdot 5$	$45 : 3$	$105 : 1$
$80 \cdot 5$	$22 \cdot 0$	$72 : 4$	$200 : 2$
$41 \cdot 1$	$20 \cdot 8$	$90 : 5$	$310 : 10$
$18 \cdot 10$	$150 \cdot 4$	$100 : 10$	$84 : 7$

..... 2. Presvedčte sa, že platí:

- | | |
|--|--|
| a) $(4 \cdot 15) \cdot 2 = 4 \cdot (15 \cdot 2)$ | c) $(40 \cdot 5) \cdot 10 = 40 \cdot (5 \cdot 10)$ |
| b) $(2 \cdot 3) \cdot 10 = 2 \cdot (3 \cdot 10)$ | d) $(5 \cdot 7) \cdot 2 = 5 \cdot (7 \cdot 2)$ |

..... 3. Počítajte s výhodou:

- | | | |
|--------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $358 \cdot 5 \cdot 2$ | c) $2 \cdot 125 \cdot 2$ | e) $7 \cdot 21 + 3 \cdot 21$ |
| b) $4 \cdot 28 \cdot 5$ | d) $14 \cdot 2 + 8 \cdot 14$ | f) $8 \cdot 45 + 8 \cdot 55$ |

..... 4. Násobte čísla: 24, 127, 512, 1 100, 4 228 číslami:

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------------|
| a) 10, 20, 30, 50; | b) 100, 200, 400; | c) 1 000, 2 000, 3 000. |
|--------------------|-------------------|-------------------------|

..... 5. Odhadnite spamäti súčiny (zaokrúhľujte na stovky alebo tisícky).

- | | | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) 271 | b) 329 | c) 2 158 | d) 11 351 | e) 5 050 |
| $\underline{\quad .4}$ | $\underline{\quad .3}$ | $\underline{\quad .5}$ | $\underline{\quad .6}$ | $\underline{\quad .4}$ |

..... 6. Vypočítajte súčiny v príklade 5.

..... 7. a) Odhadnite spamäti:

25	51	210	751	1 158
.23	.16	.14	.35	.62
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>

b) Vypočítajte súčiny a porovnajte s odhadom.

..... 8. Vypočítajte spamäti podiel a zvyšok:

240 : 1	328 : 1	3 150 : 10
240 : 10	328 : 10	3 150 : 100
240 : 100	328 : 100	3 150 : 1 000

- 9. Napíšte päť čísel za sebou tak, že:
- a) prvé je 28 a každé ďalšie je štyrikrát väčšie ako predchádzajúce,
 - b) prvé je 1 280 a každé ďalšie je dvakrát menšie ako predchádzajúce.
- 10. Ktoré číslo je väčšie: trojnásobok čísla 528 alebo štvornásobok čísla 391?
- 11. Chodec prejde za hodinu približne 5 km. Auto prejde za hodinu 90 km. Koľkokrát je chodec pomalší ako auto?
- 12. Dá sa 25 jabĺk rozdeliť medzi 8 detí tak, aby dostalo každé rovnaký počet jabĺk?
- 13. Chodec prejde za hodinu 5 km, cyklista je štyrikrát rýchlejší. Za koľko hodín prejde každý z nich vzdialenosť:
- a) 40 km;
 - b) 10 km;
 - c) 100 km;
 - d) 25 km?
- 14. V predajni predali 10 kníh po 105 Sk, 21 kníh po 80 Sk a 5 kníh po 210 Sk. Koľko korún za všetky knihy utržili? (Výsledok najskôr odhadnite).
- 15. Vypočítajte najbližší menší a najbližší väčší násobok čísla 67 k číslu 500. Čomu sa rovná rozdiel týchto násobkov?
- 16. Žiaci 5.B nazbierali 245 kg starého papiera. Žiaci 5.A nazbierali dvakrát viac. Koľko kg papiera nazbierali obe triedy spolu?
- 17. Vieme, že 1 hodina je 60 minút.
Koľko minút má: 8 hodín, 24 hodín, 5 dní, 2 týždne?

- 18. Vypočítajte:
 a) Koľko minút ste strávili dnes v škole?
 b) Koľko minút trvá váš najdlhší školský deň?
- 19. Vieme, že 1 minúta je 60 sekúnd.
 Koľko sekúnd má: 5 minút, 30 minút, 1 hodina, 3 dni?
- 20. Auto prešlo vzdialenosť 348 km za 4 hodiny. Približne koľko kilometrov prešlo za hodinu?

1.5 Rovnice



PROBLÉM 1

Pozorujte!

Vypočítajte:

$11 - (6 + 2) + (7 - 3) \cdot 10 =$	Počtový výkon v zátvorke má vždy prednosť!
$= 11 - 8 + 4 \cdot 10 =$	Ak sa neuvádzajú zátvorky, tak počítame zľava doprava.
$= 3 + 40 =$	Násobenie a delenie má prednosť pred sčítaním a odčítaním.
$= 43$	Výsledok.



Skontrolujte výpočet:

- a) $20 - 11 + 5 - 4 + 8 = 9 + 5 - 4 + 8 = 14 - 4 + 8 = 10 + 8 = 18$
 b) $72 : 8 - 3 + 6 \cdot 3 + 2 = 9 - 3 + 18 + 2 = 6 + 18 + 2 = 24 + 2 = 26$



Porovnajete príklad, postup výpočtu a výsledok:

$$(5 + 4) \cdot 2 - 4 \cdot 2 = 9 \cdot 2 - 8 = 18 - 8 = 10$$

$$5 + 4 \cdot 2 - 4 \cdot 2 = 5 + 8 - 8 = 13 - 8 = 5$$



ÚLOHA 1

- Vypočítajte: a) $(9 - 3) + (70 : 10)$ c) $30 \cdot (4 + 16)$
 b) $(21 + 21 : 3) : 4$ d) $(15 + 5) : (15 - 5)$

V ktorých príkladoch sa výsledok nezmení, ak odstránime (nebudeme si všímať) zátvorky?

Ktoré príklady by ste bez zátvoriek nevedeli vypočítať?

Zopakovali sme si počítanie príkladov so zátvorkami a rôznymi matematickými operáciami (sčítanie, odčítanie, násobenie, delenie).

Takéto príklady nazývame *číselné výrazy*.



ÚLOHA 2

- Vypočítajte x , ak platí: a) $x = (12 + 20) : 4$ c) $x = 4 \cdot (10 : 5) - 4$:
 b) $x = (10 \cdot 4) : 5$ d) $x = 100 - (50 - 10) \cdot 2$. 2



Písmeno x predstavuje číslo, ktoré máme vypočítať.
 x nazývame *neznáma* (neznáme číslo).



ÚLOHA 3

Zapíšte a vypočítajte x , ak platí:

- a) x je 2-krát väčšie ako 8,
 b) x je 12-krát väčšie ako 7,
 c) x je o 5 menšie ako 105,
 d) x je 8-krát menšie ako 32,
 e) x je o 10 väčšie ako 10.





PRÍKLAD 1

Jurko dal Lukášovi takúto úlohu:
Myslím si číslo. Keď k nemu pričítam číslo 125, dostanem číslo, ktoré je desaťkrát väčšie ako 15. Aké číslo si myslím?



Lukáš sa úlohy nezľakne a pretože rád a pekne kreslí, pokúsi sa úlohu nakresliť.



RIEŠENIE

Pozorujte:

Lukáš kreslí:



Lukáš píše:

$$\begin{aligned}x + 125 &= 15 \cdot 10 \\x + 125 &= 150 \\x &= 150 - 125 \\x &= 25\end{aligned}$$

Skúška správnosti: $25 + 125 = 150$
 $10 \cdot 15 = 150$

Lukášova odpoveď: Jurko si myslel číslo 25.



$x + 125$ je výraz s neznámou x
 $15 \cdot 10$ je číselný výraz

Zápis $x + 125 = 15 \cdot 10$ nazývame **rovnica s neznámou x**
ľavá strana rovnice pravá strana rovnice



Postup, ktorým vypočítame neznámu x nazývame **riešenie rovnice**.
Súčasťou riešenia každej rovnice je skúška správnosti.

Vedeli by sme postup zopakovať pri riešení ďalšieho príkladu?

Naučíme sa riešiť rovnice s neznámou x .



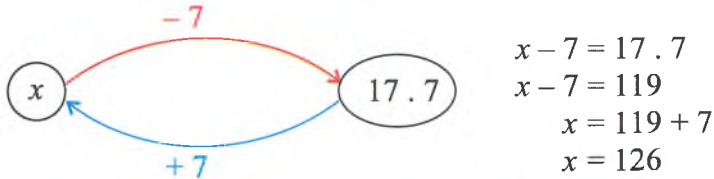
PRÍKLAD 2

Myslím si číslo. Ak od neho odčítam 7, dostanem číslo 17-krát väčšie ako číslo 7. Aké číslo si myslím?



RIEŠENIE

Neznáme číslo označíme x , kreslíme a zapisujeme:



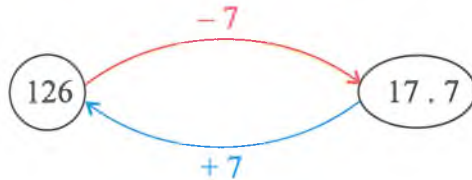
Skúška správnosti:

$$L = 126 - 7 = 119$$

$$P = 17 \cdot 7 = 119$$

platí: $L = P$

Myslel som si číslo 126.



ÚLOHA 4

Riešte rovnice a vykonajte aj skúšku správnosti.

Platí: $a + b = b + a$, teda $20 + x = x + 20$,

ale $a - b$ sa nerovná $b - a$, teda neplatí: $x - 32 = 32 - x$.

a) $x + 186 = 200$

c) $x - 32 = 132$

b) $x + 64 = 127 - 13 \cdot 2$

d) $x - 5 = 25 - 5$

Ešte jeden príklad o myslenom čísle:



PRÍKLAD 3

Myslím si číslo. Ak ho odčítam od 120, dostanem číslo 3-krát väčšie ako číslo 30. Príklad sa pokúsi riešiť Janka.



RIEŠENIE

Janka kreslí:



Reťazec môžeme prečítať aj „z druhej strany“ (odzadu), a preto platí:

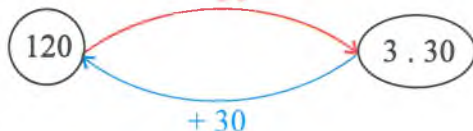
$$90 + x = 120$$

čo je to isté ako: $x + 90 = 120$

$$x = 120 - 90$$

$$x = 30$$

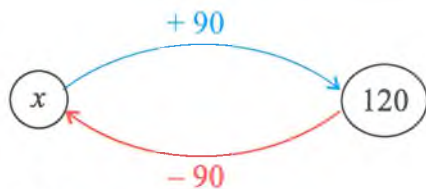
Skúška správnosti:



$$L = 120 - 30 = 90$$

$$P = 3 \cdot 30 = 90$$

platí: $L = P$



PRÍKLAD 4

Riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti: $35 - x = 5 \cdot 4$



RIEŠENIE

Lenka píše úsporne: $35 - x = 5 \cdot 4$

$$35 - x = 20$$

$$x + 20 = 35$$

$$x = 35 - 20$$

$$x = 15$$

Skúška správnosti: $L = 35 - 15 = 20$

$$P = 5 \cdot 4 = 20$$

platí: $L = P$



ÚLOHA 5

Riešte rovnice a vykonajte aj skúšky správnosti:

a) $50 - x = 20$

b) $292 - x = 92$

c) $87 - x = 36$



PRÍKLAD 5

Jurko znovu vymyslel pre Lukáša príklad na riešenie:

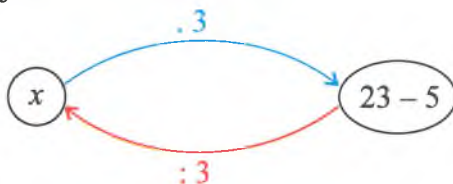
Myslím si číslo. Jeho trojnásobok je o 5 menší ako číslo 23. Aké číslo si myslím? Aj Lukáš dobre porozmýšľal a znova kreslil takto:



RIEŠENIE

Pozorujte:

Lukáš kreslí:



Lukáš píše a počíta:

$$x \cdot 3 = 23 - 5$$

$$3 \cdot x = 23 - 5$$

$$3x = 18$$

$$x = 18 : 3$$

$$x = 6$$



Skúška: $L = 3 \cdot 6 = 18$
 $P = 23 - 5 = 18$
 platí: $L = P$

Lukášova odpoveď: Jurko si myslel číslo 6 .



ÚLOHA 6

Riešte rovnice a vykonajte aj skúšky správnosti:

a) $5x = 21 - 6$ b) $6x = (15 + 7) \cdot 3$ c) $7x = (94 - 24) : 10$



PRÍKLAD 6

Riešte rovnice:

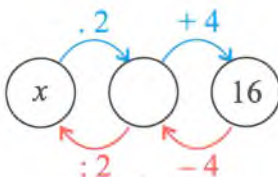
a) $2x + 4 = 16$ b) $20 - 4x = 12$

Lucka s Jankou našli takéto riešenia:



RIEŠENIE

a) $2x + 4 = 16$
 $2x = 16 - 4$
 $2x = 12$
 $x = 12 : 2$
 $x = 6$



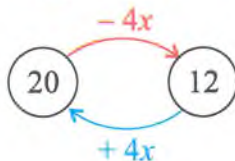
Skúška:

$L = 2 \cdot 6 + 4 = 12 + 4 = 16$

$P = 16$

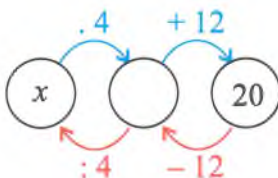
platí: $L = P$

b) $20 - 4x = 12$
 $20 = 12 + 4x$



prepíšeme odzadu:

$12 + 4x = 20$
 $4x + 12 = 20$
 $4x = 20 - 12$
 $4x = 8$
 $x = 8 : 4$
 $x = 2$



Skúška:

$L = 20 - 4 \cdot 2 = 20 - 8 = 12$

$P = 12$

platí: $L = P$



ÚLOHA 7

Riešte rovnice a vykonajte aj skúšky správnosti:

a) $3x - 8 = 10$ b) $7x + 1 = 50$ c) $16 - 2x = 4$ d) $9 - 3x = 3$



Neznámu (neznáme číslo) môžeme v rovniciach označovať aj inými písmenami, napr. a, b, c, \dots, x, y, z .



ÚLOHA 8

Riešte rovnice:

a) $a + 20 = 32$ b) $2b - 15 = 1$ c) $160 - 2x = 20$ d) $35 - 5u = 20$



CVIČENIA

1. Vypočítajte:

a) $11 - 8 + 4 - 5 + 20$

d) $(13 - 8) : 5 + (12 + 6) : 3$

b) $20 : 4 \cdot 3 : 5 \cdot 10 : 6$

e) $(21 - 6) : 3 \cdot 4 - 5 \cdot 4$

c) $81 : 9 - 8 + 5 \cdot 4 - 3$

f) $100 - (5 + 10) + (100 - 5) \cdot 10$

..... 2. Porovnajte príklad, postup výpočtu a výsledok:

a) $(6 + 2) \cdot 3 - 6 : 3$

$6 + 2 \cdot 3 - 6 : 3$

b) $(10 - 4) \cdot 2 + 4 \cdot 3$

$10 - 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3$

c) $(100 - 20) : 10 - 72 : 9$

$100 - 20 : 10 - 72 : 9$

..... 3. Zapište a vypočítajte x , ak platí:

a) x je 3-krát väčšie ako 9

c) x je o 6 menšie ako 50

b) x je 3-krát menšie ako 30

d) x je o 15 väčšie ako 25

..... 4. Vypočítajte x , ak platí:

a) $x = 18 - (5 \cdot 2) : 2$

b) $x = 16 : 4 - 15 : 5 + 18 : 6$

c) $x = (6 \cdot 2 + 3 \cdot 4) : 8$

Riešte nasledujúce rovnice a vykonajte skúšky správnosti:

..... 5. a) $20 + x = 190 : 10 + 10$

c) $x - 3 \cdot 8 = 48$

b) $x + 5 \cdot 3 = 15 + 45$

d) $x - 10 : 5 = 3 \cdot 2 + 4$

..... 6. a) $15 - x = 2 \cdot 4$

c) $72 - x = 81 : 9 + 3$

b) $100 - x = 5 \cdot 4 - 10$

d) $14 - x = 2 + 5 : 1$

..... 7. a) $2x = 4 \cdot 5 + 8 \cdot 8$

c) $4x = 8 : 2 + 16 : 4 + 20 : 5$

b) $3x = 3 \cdot 3 \cdot 3 - 3 \cdot 3$

d) $2x = 4 \cdot (5 + 8) - 2 \cdot 10$

..... 8. a) $9x + 18 = 36$

c) $24 - 4x = 20$

b) $6x + 12 = 42$

d) $100 - 5x = 50$

..... 9. a) $6c + 9 = 21$

c) $100 - y = 0$

b) $2a - 3 \cdot 8 = 10$

d) $5 \cdot 8 - 4v = 0$

1.6 Nerovnice

ZOPAKUJME SI

Zápis $x < 11$ čítame x je menšie ako 11

vyznačíme



zápis platí pre čísla 0, 1, 2, 3, ..., 10.

Zápis $y > 21$ čítame y je väčšie ako 21

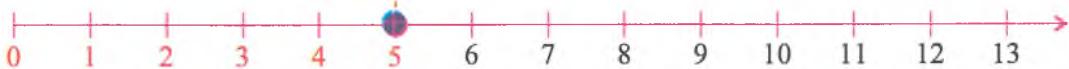
vyznačíme



zápis platí pre čísla 22, 23, 24, ..., .

Zápis $a \leq 5$ čítame a je menšie alebo sa rovná 5

vyznačíme



zápis platí pre čísla 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Zápis $b \geq 10$ čítame b je väčšie alebo sa rovná 10

vyznačíme



zápis platí pre čísla 10, 11, 12, 13, ..., .



ÚLOHA 1

Prečítajte zápisy a vyznačte na číselnej osi:

$$x < 2$$

$$c \leq 150$$

$$y \geq 0$$

$$d > 999$$

$$a < 250$$

$$u \leq 6$$

$$z > 14$$

$$v > 0$$

Zápis $3x + 5 > 4$ nazývame **nerovnica s neznámou x**
 ľavá strana nerovnice \uparrow pravá strana nerovnice
 znak nerovnosti



Nerovnice riešime postupným dosadzovaním za neznámu.
 Hľadáme také prirodzené čísla, pre ktoré je zápis pravdivý.



ÚLOHA 2

Zistite dosadením za neznámu, či sú zápisy pravdivé:

$x < 66 - 55$	$x = 4$
$y > (23 - 3) : 10$	$y = 1$
$a < 5 \cdot 6 + 15$	$a = 55$



ÚLOHA 3

Nájdite aspoň jedno x , pre ktoré platí:

a) $3x + 1 > 6$	c) $x + 2 < 10$
b) $5x + 0 \geq 10$	d) $2x + 10 \leq 12$

Riešte postupným dosadzovaním, riešenie zapíšte aj v tvare nerovnice.



ÚLOHA 4

Nájdite aspoň jedno y , pre ktoré platí:

a) $5y < 15$	b) $24 - 2y > 10$	c) $16 - 4y \leq 12$
--------------	-------------------	----------------------



CVIČENIA

1. Prečítajte zápisy a vyznačte na číselnej osi:

a) $x > 2$	c) $a \geq 123$	e) $c \geq 150$	g) $u < 7$
b) $y \leq 15$	d) $z > 9$	f) $d > 1000$	h) $v \geq 22$

..... 2. Zistite dosadením za neznámu, či sú zápisy pravdivé:

a) $x < 11 + 22x = 23$	c) $b < 4 \cdot 8 + 20b = 100$
b) $y > (28 - 4) : 6y = 6$	d) $z > 4 + (2 + 3) \cdot 5z = 29$

..... 3. Nájdite aspoň jedno x , pre ktoré platí:

a) $2x + 15 \geq 17$	b) $4x + 5 > 13$	c) $3x + 1 < 7$	d) $7x + 0 < 14$
----------------------	------------------	-----------------	------------------

..... 4. Nájdite aspoň jedno y , pre ktoré platí:

a) $7y > 49$	b) $100 - 10y > 70$	c) $50y < 50$
--------------	---------------------	---------------

Riešenie napíšte aj v tvare nerovnice.

- 5. Katka si pamätá, že bábika, ktorá sa jej páči, stojí viac ako 80 a menej ako 95 Sk. Koľko korún môže bábika stáť?
- 6. Janko si kúpil knihu, ktorá má 59 strán. Ešte ju celú neprečítal. Koľko strán už mohol prečítať?
- 7. Petrik si nasporil 824 Sk. Zuzka nasporila aspoň o 120 Sk menej. Koľko nasporila Zuzka?
- 8. Otecko zistil, že za dovolenku s cestovnou kanceláriou potrebuje ich rodina zaplatiť aspoň 1 000 Sk za jeden deň.
- a) Koľko korún najmenej potrebujú, ak chcú dovolenkovať 7 dní?
- b) Na koľko dní môžu ísť na dovolenku, ak majú nasporených 14 750 Sk?

1.7 Slovné úlohy



PRÍKLAD 1

Cyklista prejde za 3 hodiny 45 km.
Za koľko hodín prejde 60 km?

Lukáš je veľmi dobrý cyklista
a chce vedieť, či je tiež taký rýchly.
Príklad rieši takto:



RIEŠENIE

zápis:
45 km za 3 hodiny
60 km za x hodín

Lukáš rozmýšľa: za každú hodinu prejde cyklista rovnaký počet kilometrov, teda: $(45 : 3)$ km prejde za 1 hodinu
počítam: $45 : 3 = 15$ km prejde za 1 hodinu

Ďalej riešim pomocou tabuľky:

hodiny	1	2	3	4
počet km	15	30	45	60

← riešenie

Cyklista prejde 60 km za 4 hodiny.

Skúška správnosti je zahrnutá v tabuľke – je to tretí stĺpec.

Takéto úlohy riešime vypočítaním potrebného údaja „na jednotku“. Riešiť môžeme pomocou tabuľky.



ÚLOHA 1

Z 9 metrov látky ušije krajčírka 3 obleky. Koľko metrov látky treba na ušitie 10 oblekov?



ÚLOHA 2

Chodec prejde 10 km za 2 hodiny. Za aký čas prejde 35 km?



PRÍKLAD 2

Mamička kúpila 3 rovnaké čokolády a chlieb za 18 korún. Zaplatila spolu 63 korún. Koľko korún stála jedna čokoláda?

Adam bol nakupovať spolu s mamičkou a preto vedel, koľko čokoláda stála. Úlohu dal vyriešiť bratovi Jurkovi.



RIEŠENIE I

Jurko rieši úsudkom – kreslí:



1. čokoláda



2. čokoláda



3. čokoláda



+ 18 = 63

Jurko počíta:
$$\begin{array}{r} 63 \text{ celý nákup} \\ - 18 \text{ chlieb} \\ \hline 45 \text{ tri čokolády} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 : 3 = 15 \text{ jedna čokoláda} \\ 15 \\ 0 \end{array}$$

Skúška správnosti:

15	45
. 3	18
45	63 celý nákup

Odpoveď: Jedna čokoláda stála 15 korún.



RIEŠENIE II

Jurko rieši rovnicou:

1 čokoláda



x Sk

3 čokolády



$x + x + x$ Sk



$x + x + x + 18$ Sk

Nákup spolu

63 Sk

Jurko počíta: $x + x + x + 18 = 63$

$$3x + 18 = 63$$

$$3x = 63 - 18$$

$$3x = 45$$

$$x = 45 : 3$$

$$x = 15$$

Skúška:

1 čokoláda ... 15 Sk

3 čokolády ... $15 \cdot 3 = 45$ Sk

celý nákup ... $45 + 18 = 63$ Sk

Odpoveď: Jedna čokoláda stála 15 Sk.



ÚLOHA 3

Poľnohospodári odovzdali do mliekarní za 10 dní 9 400 litrov mlieka. Prekročili plán o 400 litrov. Koľko litrov mlieka mali podľa plánu odovzdať denne?



ÚLOHA 4

Mamička kupovala pre svojich synov Adama a Jurka topánky. Adamove topánky boli o 37 korún lacnejšie ako Jurkove. Kúpili ešte 2 páry ponožiek po 21 korún a spolu zaplatili 525 korún. Koľko stáli Jurkove, koľko Adamove topánky?



PRÍKLAD 3

Peter má 8 rokov, jeho otec má štyrikrát viac rokov a mamička je od otca o 3 roky mladšia. Koľko rokov má Petrov starý otec, ak jeho vek je súčet rokov Petra, jeho otca a mamičky zmenšený o 5?



RIEŠENIE I

Adam počíta: Peter má 8 rokov ←
otec má 4-krát viac
otec má $8 \cdot 4 = 32$ rokov ←
mama má o 3 menej
mama má $32 - 3 = 29$ rokov
spolu majú $8 + 32 + 29 = 69$ rokov ←
starý otec má o 5 menej
starý otec má $69 - 5 = 64$ rokov

Skúška: $64 + 5 = 69$ súčet rokov Petra, otca a mamy

$69 - 32 = 37$ súčet rokov mamy a Petra

$37 - 29 = 8$ rokov má Peter

(Adam sa vrátil k údaju zo zadania úlohy.)

Odpoveď: Petrov starý otec má 64 rokov.



RIEŠENIE II

Porozmýšľajte, prečo je aj tento číselný výraz riešením predchádzajúceho príkladu:

$$[8 + 8 \cdot 4 + (8 \cdot 4 - 3)] - 5 = 64$$



ÚLOHA 5

Lukáš má o 27 známok viac ako Janko, Jakub ich má trikrát viac ako Lukáš. Koľko známok majú všetci traja spolu, ak viete, že Lukáš má 138 známok?



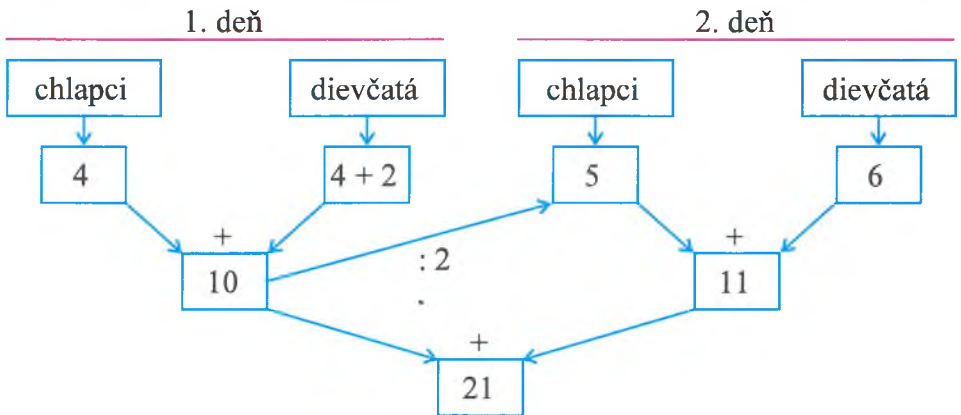
PRÍKLAD 4

V letnom tábore zbierali deti čučoriedky. Prvý deň nazbierali chlapci 4 kg, dievčatá o 2 kg viac. Druhý deň nazbierali chlapci polovicu z celkového množstva z predchádzajúceho dňa a dievčatá tak isto ako prvý deň. Ktorý deň deti nazbierali viac a o koľko?



RIEŠENIE

Pozorne si pozrite nasledujúcu schému:



Viac čučoriedok nazbierali druhý deň, o 1 kg.
Čo všetko ešte vieme vypočítať z takejto schémy?



CVIČENIA

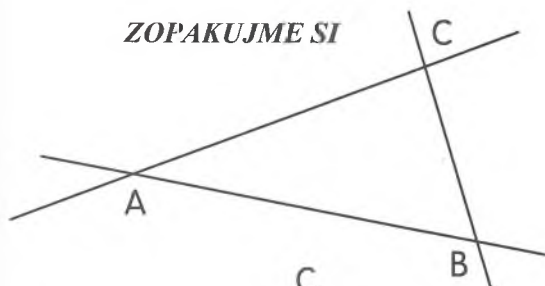
- V Jankinej rodine nastala takáto zaujímavá situácia: Jej najmladší brat má 1 rok, prostredný brat je trikrát tak starý, Janka je trikrát staršia ako prostredný brat. Mama má o 3 roky viac ako je trojnásobok veku Janky a otcov vek je trojnásobkom súčtu veku Janky a prostredného brata. Koľko rokov má každý z nich? Nachádza sa v súčte všetkých ich vekov čísla 3?

- 2. Tri sestry Monika, Zuzka a Katka si spolu šetria peniaze. Monika ušetrila 400 korún, Katka o 100 menej ako je trojnásobok sumy, ktorú našetrila Monika a Zuzka o 100 korún viac, ako je dvojnásobok Monikinej sumy. Koľko už majú spolu našetrené?
- 3. Tomáš, Ferko a Jurko zbierali spolu gaštany. Ferko nazbieral dvakrát viac ako Jurko, Tomáš o 5 kg viac ako Ferko. Koľko kg gaštanov nazbieral Jurko a koľko Tomáš, ak Ferko nazbieral 12 kg? Nazbierali spolu viac ako 40 kg gaštanov?
- 4. Z 5 kg drôtu vyrobia 425 klincov. Koľko klincov vyrobia z 8 kg drôtu?
- 5. V detskom tábore sa deti ubytujú v ôsmich chatkách a vo veľkej chate. V každej chatke sú dve izby po štyri lôžka a vo veľkej chate je desať izieb po päť lôžok a dvadsaťdva izieb po tri lôžka. Koľko detí sa môže ubytovať? Kde bude bývať viac detí – vo všetkých chatkách spolu alebo vo veľkej chate? (Pokúste sa riešiť schémou).
- 6. Pomaranč je dvakrát drahší ako jablko. Čo je drahšie:
 a) 4 pomaranče alebo 8 jablák?
 b) 3 pomaranče alebo 6 jablák?
- 7. Náklady na plavecký kurz pre jedného žiaka sú 188 Sk. Každý žiak uhradí 100 Sk, zvyšok doplatí sponzor. Koľko korún zaplatí sponzor, ak zaplatí za 250 žiakov?
- 8. Osobný vlak prejde za hodinu 60 km, rýchlik 90 km. Osobný vlak šiel 6 hodín. Za aký čas prejde tú istú trasu rýchlik?
- 9. Jožko má dve škatule stavebnice LEGO. V prvej má 38 zelených a 52 červených kociek. V druhej škatuli má 15 žltých, 8 červených a 31 modrých kociek.
 a) Koľko stĺpov sa dá postaviť z červených kociek, ak na jeden stĺp potrebujeme 5 kociek?
 b) Môže Jožko postaviť domček zo 150 kociek LEGA?
- 10. Z jedného litra mlieka zmrzlinár vyrobí 12 porcií zmrzliny. Koľko litrov mlieka potrebuje, ak 18 žiakov chce dvojítu porciu?

- 11. V ZOO majú 60 opičiek. Ošetrovateľ pri ich rannom krmení spotrebuje 300 kg banánov. O koľko kg banánov viac spotrebuje, ak do ZOO priviezli ešte 20 opičiek?
- 12. V hračkárstve dostali dva druhy áut. 5 áut značky FERRARI stálo 4 000 korún. Koľko áut značky ŠKODA by si Miško mohol kúpiť namiesto jedného auta značky FERRARI, ak jedno auto značky ŠKODA stojí 200 korún?
- 13. Stánok s občerstvením podáva dve jedlá – hamburgery a pizzu. Predalo sa trikrát viac hamburgerov ako pizze. Spolu sa predalo 212 jedál. Koľko hamburgerov a koľko pizze sa predalo?
- 14. Stánok s občerstvením podáva tri druhy jedál: pizzu, hamburgery a milánske špagety. Predalo sa 117 porcií pizze. Koľko porcií hamburgerov, koľko porcií špagiet a koľko všetkých porcií spolu sa predalo, ak špagiet sa predalo o 78 porcií menej ako pizze a hamburgerov dvakrát viac ako pizze?
- 15. Peter, Janko a Miško hrajú guľky. Spolu majú 198 guliek. Peter má šesťkrát viac guliek ako má Janko a trikrát viac ako Miško. Koľko guliek má každý z nich?
- 16. Pán Kováč má štyri deti, Lenku, Janku, Martina a Adama. Adam dostal 13 Sk, Lenka o 13 Sk viac ako Adam, Janka o 25 Sk viac ako Lenka a Martin o 41 Sk viac ako Lenka. Koľko dostali všetci spolu? Koľko korún dostali Lenka, Janka a Martin každý zvlášť?
- 17. Tibor má štyrikrát viac poštových známok ako Mirko a sedemkrát viac ako Stano. Koľko známok majú všetci traja spolu, ak Tibor má 504 známok?
- 18. Martinka a Anička mali každá istý rôzny počet korún. Obe si naspornili peniaze. Martinke sa jej čiastka zdvojnásobila, Aničke pribudlo 20 korún. Teraz majú obe rovnako, po 116 korún.
- a) Koľko mala každá z nich na začiatku?
b) Koľko mali na začiatku obe spolu?
c) Aký je rozdiel medzi ich spoločnou sumou na začiatku a na konci?

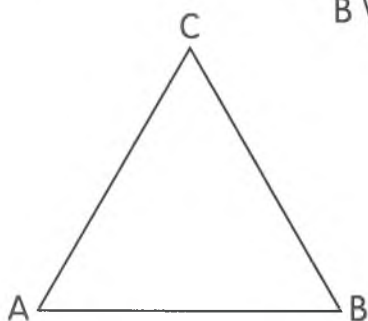
1.8 Priamka a úsečka. Dĺžka úsečky

ZOPAKUJME SI



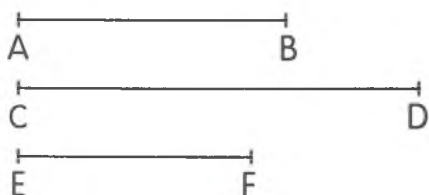
Čítajte a ukazujte na obrázku
priamka AB , priamka BA
priamka BC , priamka CB
priamka AC , priamka CA

Záleží na poradí bodov, ktorými je priamka určená?



Čítajte a ukazujte na obrázku
úsečka AB , úsečka BA
úsečka BC , úsečka CB
úsečka AC , úsečka CA

Záleží na poradí bodov, ktorými je úsečka určená?



Ktorá z úsečiek znázornených na obrázku je najdlhšia a ktorá najkratšia?



Na priamke MN vyznačte bod P , ktorý neleží na úsečke MN .



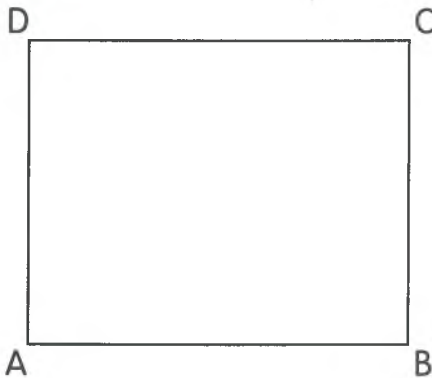
Na obrázku ukážte úsečku SV a časti priamky SV , ktoré úsečku SV neobsahujú





ÚLOHA

Odmerajte dĺžky strán obdĺžnika $ABCD$



Zapíšte:

$$|AB| = \boxed{} \text{ cm}$$

$$|BC| = \boxed{} \text{ cm}$$

$$|CD| = \boxed{} \text{ cm}$$

$$|AD| = \boxed{} \text{ cm}$$

Porovnajte namerané dĺžky!



PRÍKLAD

Odmerajte dĺžku úsečky AB v centimetroch



RIEŠENIE

Marienka vzala pravítko, priložila k úsečke tak, aby znak 0 splynul s bodom A a zistila, že znak 7 bol najbližšie k bodu B . Marienka zapísala:

$$|AB| = 7 \text{ cm}$$

ZOPAKUJME SI

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$



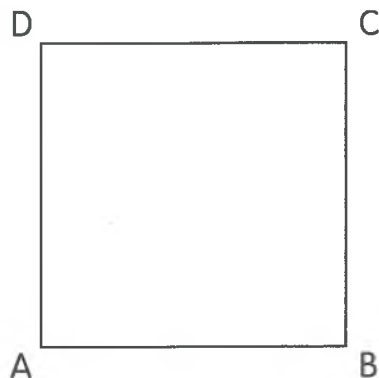
CVIČENIA

1. Na priamke p vyznačte dva rôzne body A, B . Úsečku AB narýsujte hrubšou čiarou. Vyznačte na priamke p bod P , ktorý neleží na úsečke AB .

..... 2. Na obrázku je štvorec $ABCD$.

Zapíšte:

- všetky priamky,
- všetky úsečky,
ktoré sú určené dvojicami bodov A, B, C, D .



..... 3. Nakreslite ľubovoľný trojuholník ABC , odmerajte dĺžky jeho strán a zapíšte.

..... 4. Narýsujte úsečky MV s dĺžkou 5 cm, PQ s dĺžkou 65 mm, RS s dĺžkou 1 dm.

..... 5. Doplníte tabuľku:

m	dm	cm	mm
3			
	20		
		400	
	60		
			5 000

..... 6. Odmerajte rozmery svojho zošita v centimetroch. Odmerajte dĺžku a šírku svojej lavice v decimetroch.

..... 7. Vyjadrite v metroch a decimetroch:

35 dm	5 m 30 cm	750 cm
20 dm	500 cm	1 m 10 cm
310 cm	55 dm	110 cm

..... 8. Vyjadrite v milimetroch:

35 cm

1 dm

1 cm 5 mm

4 dm

5 cm

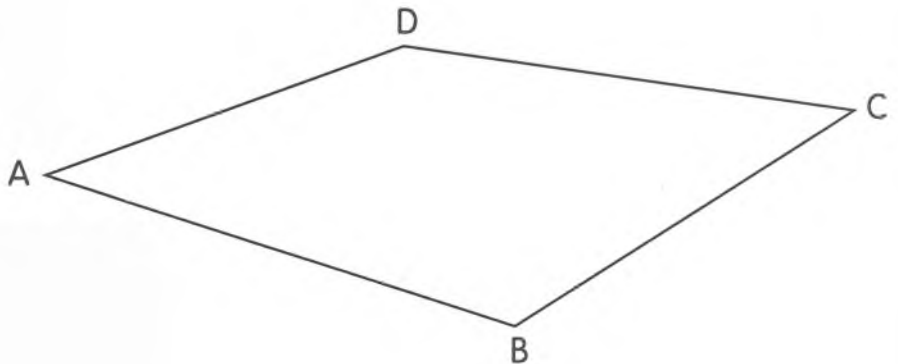
21 cm

2 m

55 cm

11 cm

..... 9. Na obrázku je nakreslený štvoruholník $ABCD$. Odmerajte dĺžku všetkých strán, zapíšte a sčítajte tieto dĺžky.



..... 10. Narysujte priamku p a na nej bod S . Vyznačte všetky body na priamke p , ktoré sú od bodu S vzdialené 5 cm.

..... 11. Urobte jeden krok na podlahe. Odmerajte jeho dĺžku v centimetroch. Potom „odkrojujte“ rozmery vašej triedy a vypočítajte rozmery triedy v centimetroch.



1.9 Obvody rôznych obrazcov

Ferko doma z farebných papierov nastrihal geometrické obrazce a nalepil ich na papier. Vedľa napísal názvy. Spojte čiarou názov, ktorý patrí obrázku.

kruh

trojuholník

kosoštvorec

štvorec

kružnica

lichobežník

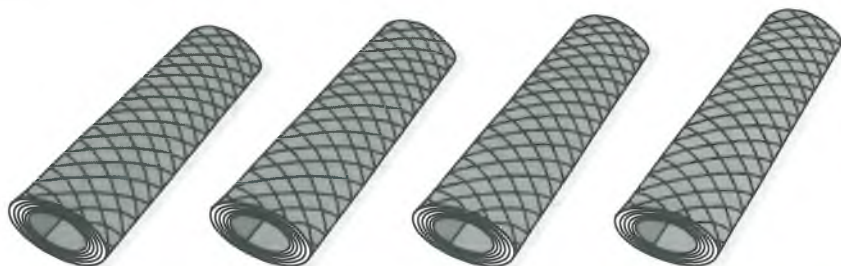
rovnobežník

obdĺžnik



PROBLÉM

Jankov sused má záhradu tvaru štvorca. Chce ju oplotiť. Janko sa ho pýtal, koľko pletiva bude potrebovať. Sused mu odpovedal: „4 balíky, veď v jednom je 25 m.“ Janko rozmýšľa nad odpoveďou, lebo sused mu neodpovedal na otázku.



RIEŠENIE

Ferko pohotovo zareagoval. Akože by neodpovedal. Sused bude potrebovať 100 m pletiva, pretože $4 \cdot 25 \text{ m} = 100 \text{ m}$. Každý balík vystačí na jednu stranu záhrady. Skutočne, platí:

$$25 \text{ m} + 25 \text{ m} + 25 \text{ m} + 25 \text{ m} = 4 \cdot 25 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

Použil vzorec

$$o = 4 \cdot a$$

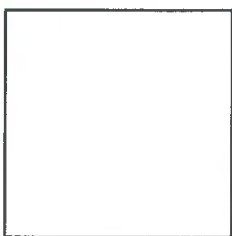


PRÍKLAD 1

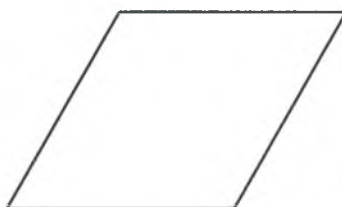
Štvorec má stranu dĺžky 6 cm a kosoštvorec má dĺžku strany tiež 6 cm. Vypočítajte ich obvody.



RIEŠENIE



$$a = 6 \text{ cm}$$



$$a = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Štvorec: } o = 4a$$

$$o = 4 \cdot 6 \text{ cm}$$

$$o = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Kosoštvorec: } o = 4a$$

$$o = 4 \cdot 6 \text{ cm}$$

$$o = 24 \text{ cm}$$

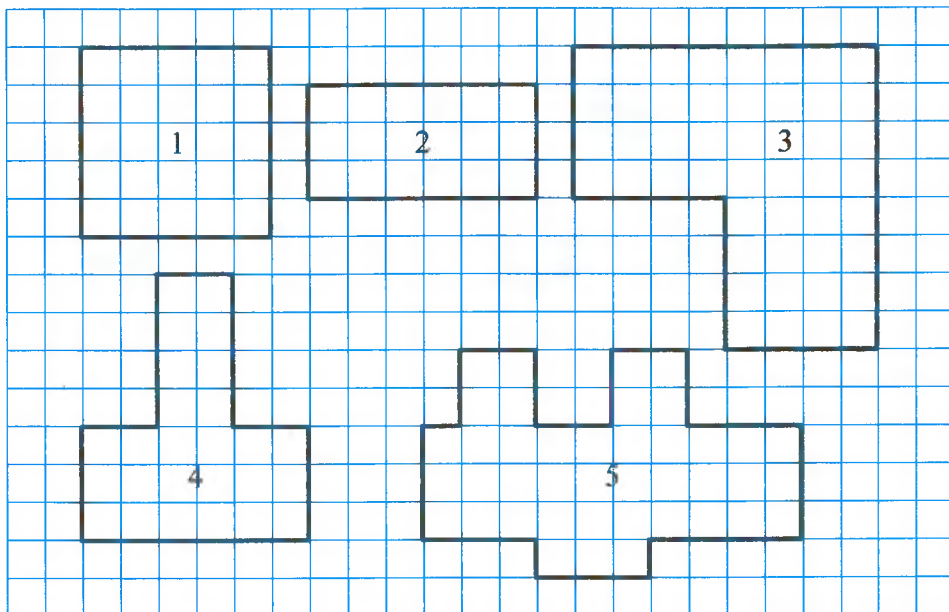


Kosoštvorec a štvorec s rovnakou dĺžkou strany majú rovnaké obvody.



PRÍKLAD 2

Na štvorčekovanom papieri sú nakreslené rôzne útvary. Prečítajte z obrázka ich rozmery a vypočítajte ich obvody. Jednotkou je dĺžka strany štvorca siete (napr. 1 cm).



RIEŠENIE

Riešiť príklad sa podujali Katka a Ondrej. Katka sleduje obrázok a diktuje rozmery. Ondrej zapisuje a počíta:

1. obrazec $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

2. obrazec $2(3 + 6) = 18$

3. obrazec $4 + 4 + 4 + 4 + 8 + 8 = 32$

4. obrazec $3 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 3 + 6 = 26$

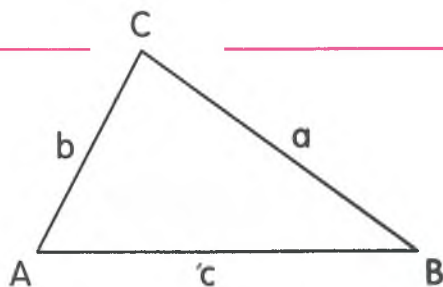
5. obrazec $3 + 3 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 1 + 3 + 1 + 1 = 36$

Skontrolujte ich výsledky.



PRÍKLAD 3

Na obrázku je narysovaný trojuholník ABC . Odmerajte dĺžky jeho strán a vypočítajte obvod trojuholníka. Porovnajzte výsledok s dĺžkou grafického súčtu strán.





RIEŠENIE

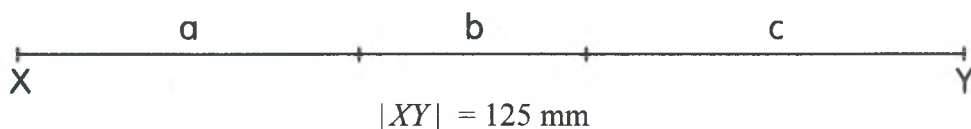
$$a = 45 \text{ mm}$$

$$b = 30 \text{ mm}$$

$$c = 50 \text{ mm}$$

Výpočetom: $o = a + b + c = 45 \text{ mm} + 30 \text{ mm} + 50 \text{ mm} = 125 \text{ mm}$.

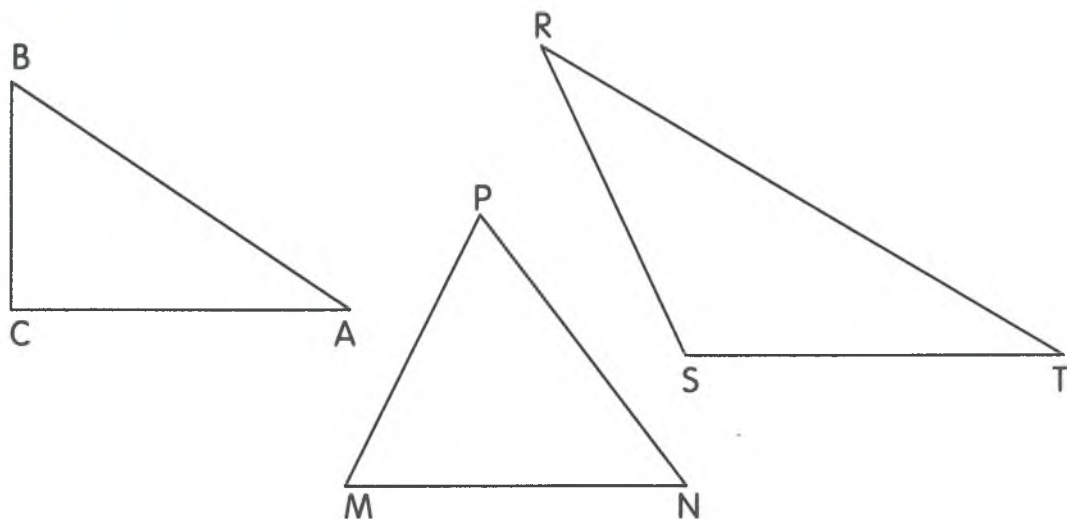
Graficky:



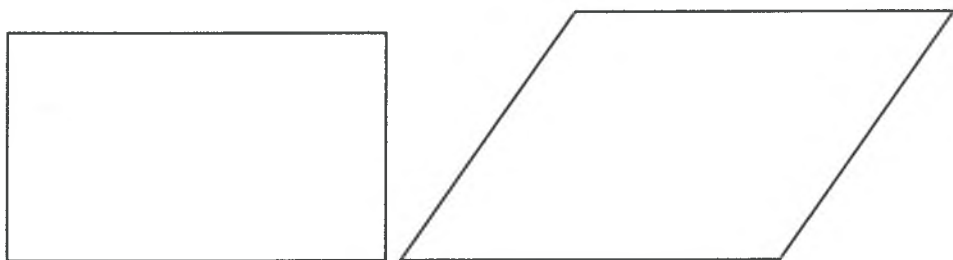
CVIČENIA

1. Na obrázku sú narysované tri rôzne trojuholníky.

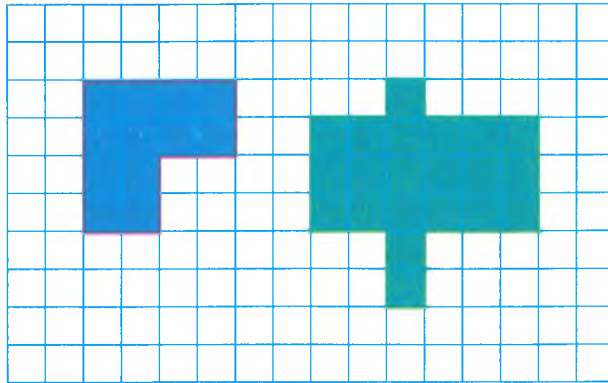
Odmerajte strany $\triangle ABC$, $\triangle MNP$, $\triangle RST$. Vypočítajte ich obvody.



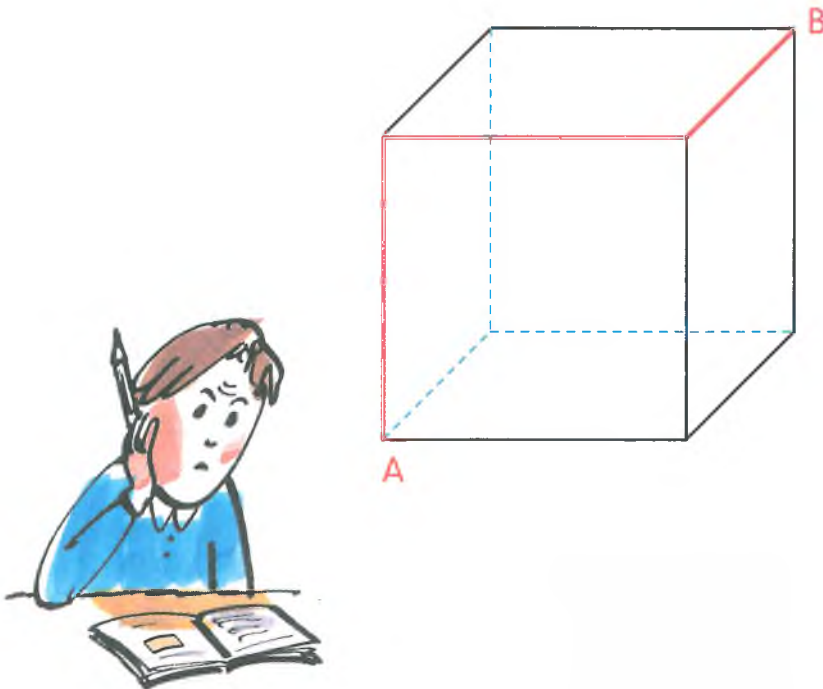
..... 2. Na obrázku sú narysované dva obrazce. Odmerajte dĺžky ich strán a vypočítajte obvod každého z nich. Musíte merať dĺžky všetkých strán v každom z nich?



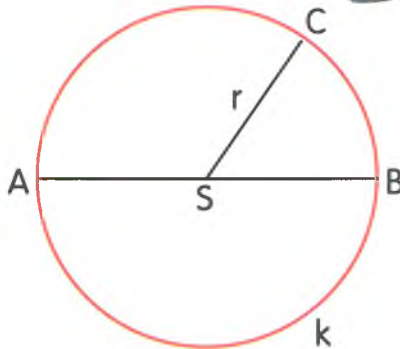
- 3. V štvorcovej sieti sú farebne vyznačené dva útvary. Bez merania zistíte ich rozmery a vypočítajte ich obvody, ak jednotlivý štvorček má dĺžku strany 1 cm.



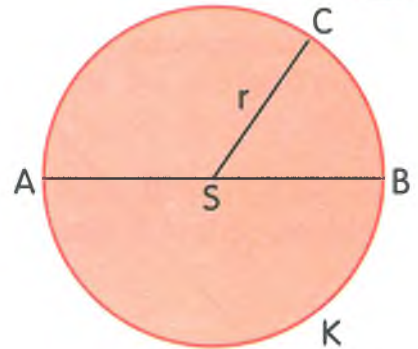
- 4. Vypočítajte dĺžku oplotenia obdĺžnikovej záhrady s dĺžkami strán 40 m, 35 m.
- 5. Na obrázku je nakreslená kocka, dĺžka jej hrany je $a = 4$ cm. Zistíte dĺžku cesty muchy, ktorá sa bude pohybovať po vyznačenej ceste z bodu A do bodu B .



1.10 Kružnica a kruh



Kružnica k so stredom S
a polomerom r



Kruh K so stredom S
a polomerom r



$k(S, r)$... kružnica
 $SC = r$... polomer kružnice
 $AB = d$... priemer kružnice
 $d = 2r$

$K(S, r)$... kruh
 $SC = r$... polomer kruhu
 $AB = d$... priemer kruhu
 $d = 2r$



PRÍKLAD

Narysujte kružnice $k_1(S, 2 \text{ cm})$, $k_2(S, 3 \text{ cm})$

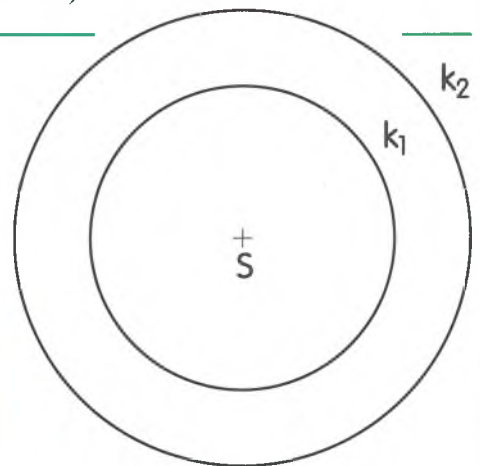


RIEŠENIE

Zvolíme si bod S . Kružidlom zosťrojíme kružnicu k_1 , ktorej polomer je 2 cm, potom zosťrojíme kružnicu k_2 , ktorej polomer je 3 cm.



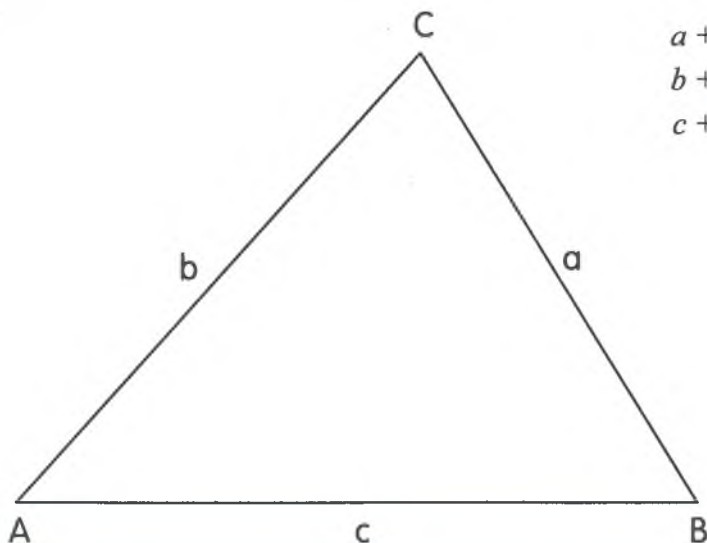
Kružnice so spoločným stredom nazývame **sústredné kružnice**.





ÚLOHA

Narysujte trojuholník ABC s dĺžkami strán 7 cm, 8 cm, 9 cm. Zapište dĺžky jeho strán malými písmenami a , b , c . Doplňte znaky nerovností vo vyznačených obdĺžnikoch.



$$a + b \quad \square \quad c$$

$$b + c \quad \square \quad a$$

$$c + a \quad \square \quad b$$



Trojuholníková nerovnosť

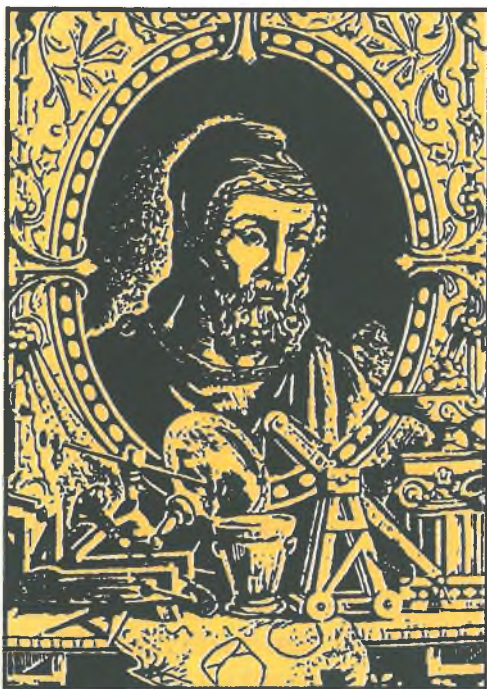
Súčet dvoch strán trojuholníka je vždy väčší ako jeho tretia strana.



CVIČENIA

1. Zvoľte bod S a narysujte kružnicu s ľubovoľným polomerom.
- 2. Narysujte úsečku AB , ktorej dĺžka je 4 cm. Narysujte kružnice $k(A, 3 \text{ cm})$, $l(B, 2 \text{ cm})$. Vyznačte ich spoločné body.
- 3. Narysujte úsečku MN , ktorej dĺžka je 5 cm. Narysujte kružnice $m(M, 3 \text{ cm})$, $n(N, 2 \text{ cm})$. Vyznačte ich spoločný bod.
- 4. Narysujte 2 zhodné dotýkajúce sa kružnice.
- 5. Narysujte:
 - a) trojuholník so stranami $a = b = c = 5 \text{ cm}$,
 - b) trojuholník so stranami $a = b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$,
 - c) trojuholník so stranami $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$.

- 6. Výpočtom zistite, či je možné zostrojiť trojuholníky s danými dĺžkami strán:
- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $\triangle MPQ$ | b) $\triangle RST$ |
| $m = 40 \text{ mm}$ | $r = 25 \text{ mm}$ |
| $p = 55 \text{ mm}$ | $s = 88 \text{ mm}$ |
| $q = 72 \text{ mm}$ | $t = 51 \text{ mm}$ |
- Výsledok výpočtu overte graficky.
- 7. Narysujte tri body A, B, C , ktoré neležia na jednej priamke. Narysujte tri kružnice k_1, k_2, k_3 , tak, aby sa každé dve pretínali, pričom ich stredy sú v bodoch A, B, C .
- 8. Narysujte priamku p a na nej bod M . Zostrojte štyri rôzne kružnice, ktorých stredy ležia na priamke p a každá z kružníc prechádza bodom M .
- 9. Narysujte kružnicu k ($S, r = 4 \text{ cm}$). Na kružnici zvolte ľubovoľný bod A . Na úsečke SA zvolte dva ľubovoľné body M, N . Zostrojte sústredné kružnice k_1, k_2 s kružnicou k , pričom kružnica k_1 prechádza bodom M a kružnica k_2 prechádza bodom N .



Nedotýkajte sa mojich kruhových!

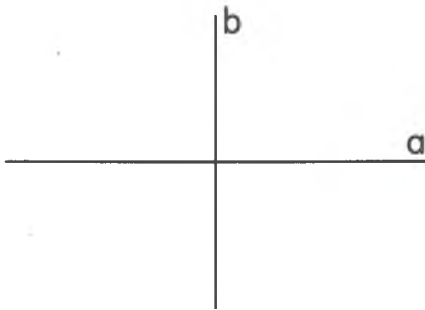
predsmrtné zvolanie Archimedovo

Archimedes zo Syrakúz

(287–212 pred n. l.)

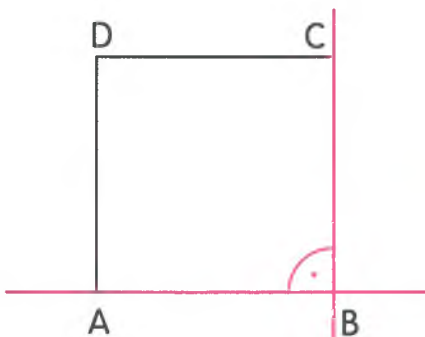
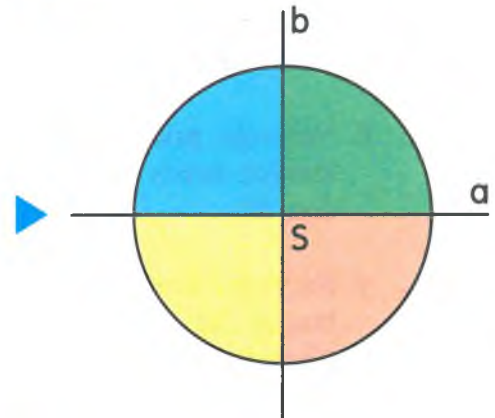
bol najproduktívnejším matematikom a fyzikom staroveku. V roku 212 pred n. l. sa mocný Rím stal pánom sveta. Napriek tomu maličké Syrakúzy, ktoré boli ozbrojené len statočnosťou svojich synov a Archimedovou matematikou, zvíťazili nad Rómom. Archimedove dômyselné stroje rozdrvili votrelca. Medzi jeho strojmi boli vraj aj parabolické zrkadlá, nastavené tak, že nepriateľská loď, keď sa dostala do ich ohniska, vzbĺkla ako slamka.

1.11 Kolmica na danú priamku



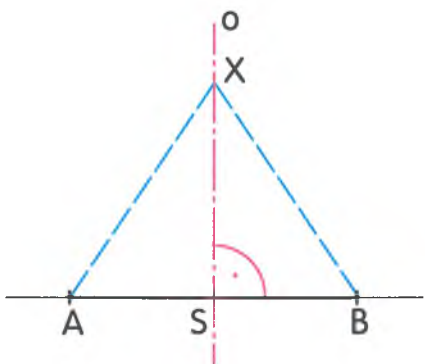
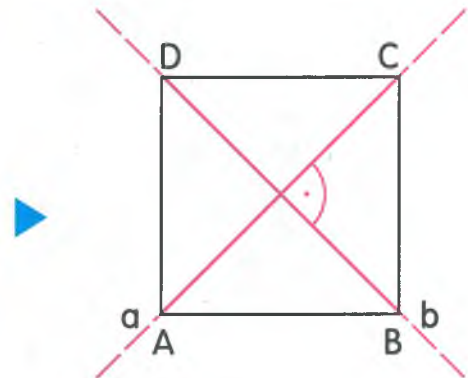
▶ Priamky a, b sú na seba kolmé, označujeme: $a \perp b$

Priamky na seba kolmé prechádzajúce stredom rozdeľujú kruh na štyri zhodné časti.



▶ Dve susedné strany štvorca ležia na priamkach na seba kolmých.

Uhlopriečky štvorca ležia na priamkach na seba kolmých.



▶ Každý bod osi úsečky má rovnaké vzdialenosti od koncových bodov úsečky.

Os úsečky prechádza stredom úsečky a je kolmá na úsečku.



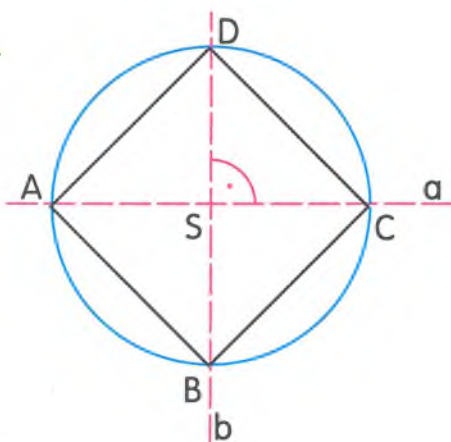
PROBLÉM 1

Miško už dlhšie rozmýšľal nad tým ako zostrojiť štvorec, ktorého vrcholy ležia na zostrojenej kružnici.



RIEŠENIE

Peter hovorí: Uhlopriečky štvorca ležia na priamkach na seba kolmých. Stačí teda zostrojiť dve priamky a , b , ktoré prechádzajú stredom kružnice a sú na seba kolmé. Ich priesečníky s kružnicou sú vrcholy štvorca.



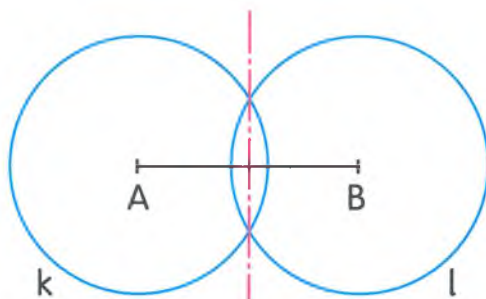
PRÍKLAD

Pomocou kružidla zostrojte os úsečky AB .



RIEŠENIE

Ferko vezme kružidlo, urobí dve kružnice $k(A, r)$, $l(B, r)$. Os úsečky prechádza spoločnými bodmi zostrojených kružníc.



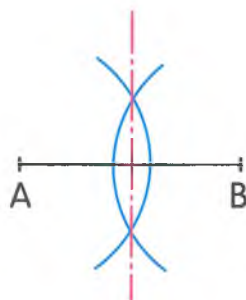
PROBLÉM 2

Môžeme os zostrojiť pomocou kružníc s ľubovoľným polomerom? Musíme rýsovať celé kružnice?



RIEŠENIE

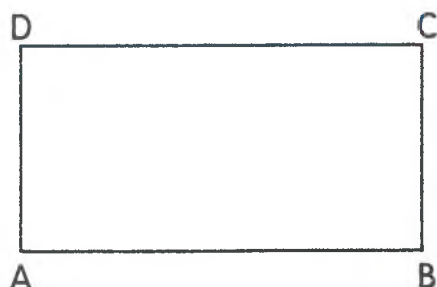
Ferko hovorí: r je väčšie ako polovica AB . Stačí narysovať len časti obidvoch kružníc.



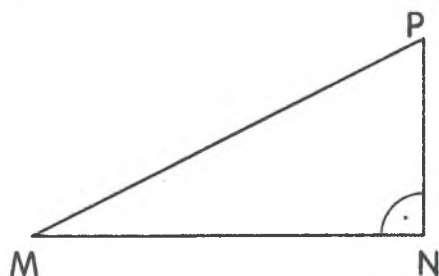


CVIČENIA

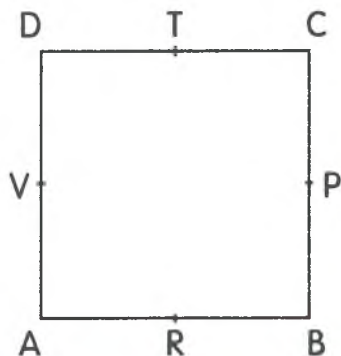
1. Na obrázku je narysovaný obdĺžnik $ABCD$, $AD \perp AB$. Napíšte ďalšie dvojice priamok, na ktorých ležia vrcholy A , B , C , D a sú na seba kolmé.



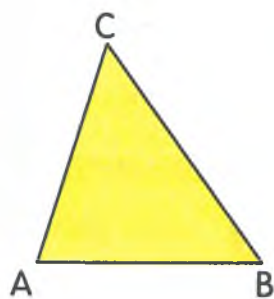
- 2. Na obrázku je narysovaný pravouhlý trojuholník MNP . Napíšte dvojicu na seba kolmých priamok, na ktorých ležia dve strany trojuholníka MNP .



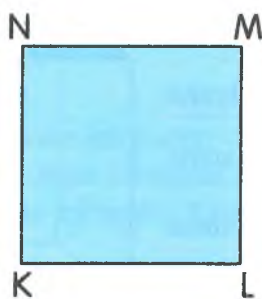
- 3. Na obrázku je narysovaný štvorec $ABCD$. Vyznačené body R , P , T , V sú stredy strán narysovaného štvorca. Narysujte priamky RT a PV a vyznačte ich spoločný bod S . Vyznačte a popíšte útvar $TSPC$.



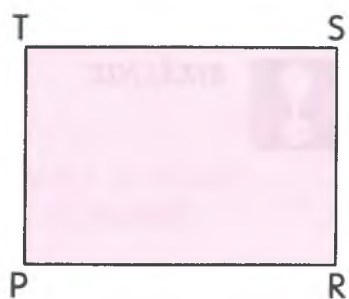
1.12 Rovinné a priestorové útvary



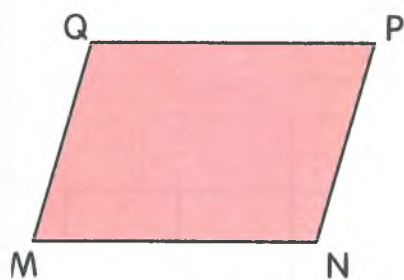
trojuholník *ABC*



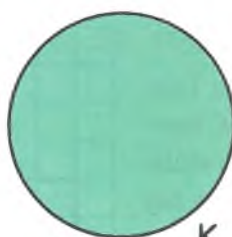
štvorec *KLMN*



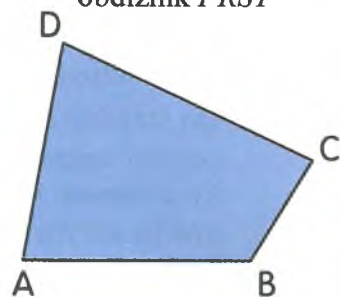
obdĺžnik *PRST*



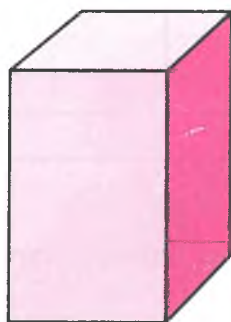
rovnoobežník *MNPQ*



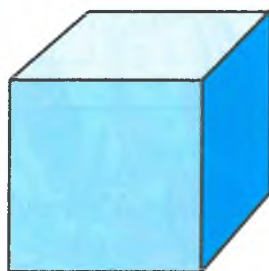
kruh *K*



štvoruholník *ABCD*



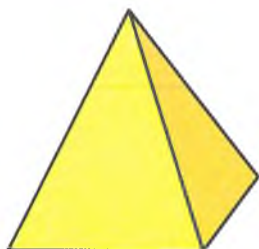
kváder



kocka



valec



ihlan



kužeľ



guľa



PRÍKLAD

Pomenujte prvky kvádra.



RIEŠENIE

bočná hrana

bočná stena

predná stena

horná podstava

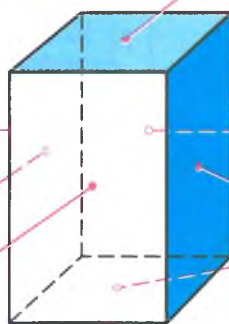
vrchol

zadná stena

bočná stena

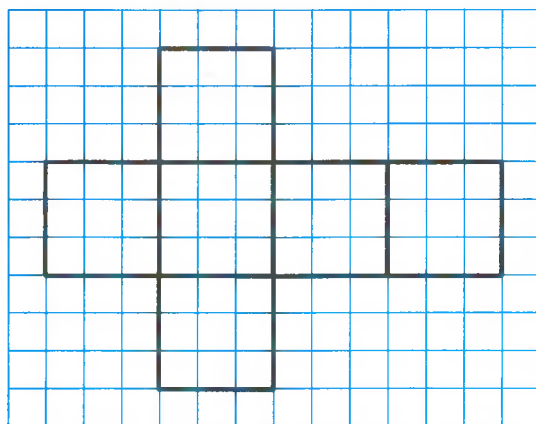
dolná podstava (stena)

podstavová hrana



ÚLOHA

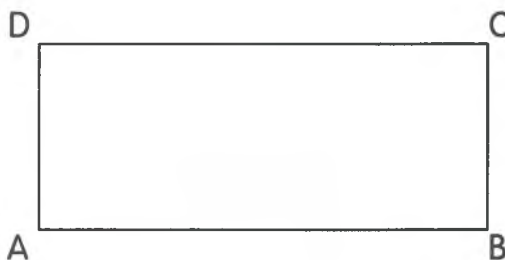
Do štvorcovej siete na liste papiera nakreslite sieť kocky s hranou 3 cm. Vystrihnite ju a vymodelujte z nej kocku.



CVIČENIA

1. Boli ste na prechádzke. Vymenujte predmety, ktorých tvary vám pripomínajú geometrické útvary.

..... 2. Na obrázku je obdĺžnik $ABCD$. Vymenujte všetky dvojice susedných strán a všetky dvojice protíahlých strán. Vypíšte dvojice zhodných strán.



- 3. Sledujte model kocky:
- Ukážte vrcholy a zistite ich počet.
 - Vymenujte hrany a zistite ich počet. Sú všetky hrany zhodné?
 - Ukážte steny a zistite ich počet. Aké útvary sú steny?
- 4. Sledujte model kvádra:
- Ukážte vrcholy a zistite ich počet.
 - Vymenujte hrany a zistite ich počet. Ktoré hrany sú zhodné?
 - Ukážte steny a zistite ich počet. Ktoré steny sú zhodné?
- 5. Vymenujte aspoň štyri predmety vo vašom okolí, ktoré majú tvar kvádra.
- 6. Máte 27 stavebnicových kociek. Môžete z nich postaviť stavbu tvaru kocky?



2 DELENIE PRIRODZENÝCH ČÍSEL



PRÍKLAD 1

Jankovej mamičke ostalo na posledné tri dni v mesiaci 585 Sk. Koľko korún jej ostalo priemerne na jeden deň?

Janko sa usmeje, vezme papier, pero a počíta.



RIEŠENIE

Na tri dni 585 Sk
 Na jeden deň x Sk

$$x = 585 : 3 \quad 585 : 3 = 195$$

$$\begin{array}{r} 585 \\ - 3 \\ \hline 28 \\ - 27 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

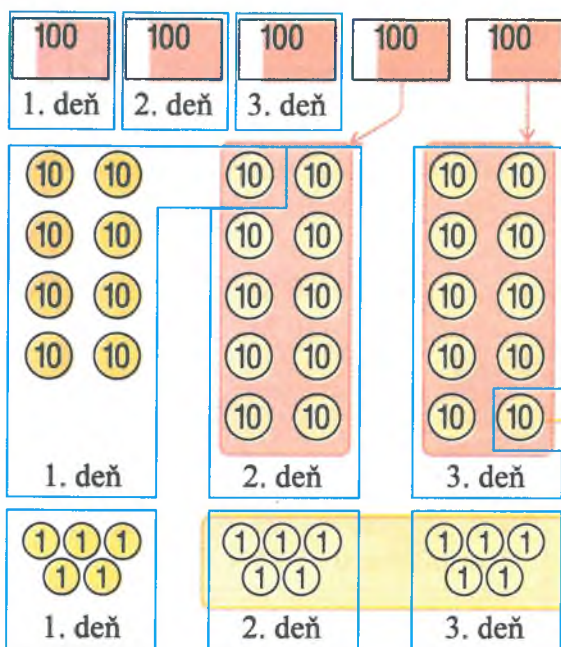
1.	3 sa v 5 nachádza 1-krát, $1 \cdot 3 = 3$, $5 - 3 = 2$, zvyšok 2, pripíšeme 8
2.	3 sa v 28 nachádza 9-krát, $9 \cdot 3 = 27$, $28 - 27 = 1$, zvyšok 1, pripíšeme 5
3.	3 sa v 15 nachádza 5-krát, $5 \cdot 3 = 15$, $15 - 15 = 0$, zvyšok 0

Skúška: Na jeden deň 195 Sk
 Na tri dni $195 \cdot 3$ Sk

$$\begin{array}{r} 195 \\ \cdot 3 \\ \hline 585 \end{array}$$

Výsledok: $x = 195$

Jankovej mamičke ostalo priemerne na jeden deň 195 Sk.



Svoj výpočet vie Janko znázorniť aj pomocou obrázka.

5 stoviek : 3 = 1 stovka
zvyšok sú
2 stovky = 20 desiatok

28 desiatok : 3 =
= 9 desiatok
zvyšok je
1 desiatka = 10 jednotiek

15 jednotiek : 3 =
= 5 jednotiek
zvyšok je 0 jednotiek

**Opakovali sme delenie prirodzených čísel
jednociferným deliteľom bez zvyšku.**



$$585 : 3 = 195$$

delenec deliteľ podiel

pretože

$$\begin{array}{r} 195 \\ .3 \\ \hline 585 \end{array}$$

$$1\ 652 : 7 = 236$$

delenec deliteľ podiel

pretože

$$\begin{array}{r} 236 \\ .7 \\ \hline 1\ 652 \end{array}$$



ÚLOHA 1

Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:

- a) $1\ 090 : 5$ b) $2\ 268 : 4$ c) $3\ 372 : 6$



PRÍKLAD 2

Ocko potrebuje na opravu strechy skrutky. Koľko skrutiek môže najviac kúpiť za 750 Sk, ak cena jednej skrutky je 8 Sk. Zvýši niekoľko korún aj na zmrzlinu pre Lucku?





Lucka počíta a vysvetľuje ockovi.



RIEŠENIE



Jedna skrutka 8 Sk
 Peňazí 750 Sk
 Počet skrutiek x



$$\begin{array}{r}
 x = 750 : 8 \\
 750 : 8 = 93 \\
 \underline{- 72} \\
 30 \\
 \underline{- 24} \\
 6
 \end{array}$$

1.	8 v 75 sa nachádza 9-krát, $9 \cdot 8 = 72$, $75 - 72 = 3$, zvyšok 3, pripíšeme 0
2.	8 v 30 sa nachádza 3-krát, $3 \cdot 8 = 24$, $30 - 24 = 6$, zvyšok 6

delenie so zvyškom

Skúška:

Za 1 skrutku zaplatíme ...	8	Sk		
Za 93 skrutiek zaplatíme ..	93	· 8 Sk	93	744
Zmrzlinu kúpime za	6	Sk	<u>. 8</u>	<u>6</u>
Spolu	93 · 8 + 6 Sk		744	750

Výsledok: $x = 93$ (zvyšok 6)

Za 750 Sk môže ocko kúpiť najviac 93 skrutiek po 8 Sk. Na zmrzlinu pre Lucku zvýši 6 Sk.



$750 : 8 = 93 \quad (\text{zv. } 6)$
 delenec deliteľ neúplný podiel zvyšok
 $6 < 8$
 zvyšok < deliteľ



ÚLOHA 2

Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:

- a) $937 : 3$ b) $3\,632 : 6$ c) $4\,286 : 4$



PROBLÉM

Dvojičky Veronika a Petřík sú piataci. Pretože radi športujú, pomáhajú pri organizovaní športového dňa pre malých prváčikov. Za 255 Sk chcú pre víťazov jednotlivých disciplín kúpiť čokolády po 15 Sk. Koľko takých čokolád môžu kúpiť?

Petrík sa problému nezľakne.



RIEŠENIE

Jedna čokoláda	15 Sk
Peňazí	255 Sk
Počet čokolád	x

$255 - 15 = 240$ 1. čokoláda
 $240 - 15 = 225$ 2. čokoláda
 $225 - 15 = 210$ 3. čokoláda
 $210 - 15 = 195$ 4. čokoláda
 $195 - 15 = 180$ 5. čokoláda
 $180 - 15 = 165$ 6. čokoláda
 $165 - 15 = 150$ 7. čokoláda
 $150 - 15 = 135$ 8. čokoláda
 $135 - 15 = 120$ 9. čokoláda

$120 - 15 = 105$ 10. čokoláda
 $105 - 15 = 90$ 11. čokoláda
 $90 - 15 = 75$ 12. čokoláda
 $75 - 15 = 60$ 13. čokoláda
 $60 - 15 = 45$ 14. čokoláda
 $45 - 15 = 30$ 15. čokoláda
 $30 - 15 = 15$ 16. čokoláda
 $15 - 15 = 0$ 17. čokoláda

$$x = 17$$

Skúška: 1 čokoláda 15 Sk
 17 čokolád 17 · 15 Sk

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \cdot 15 \\
 \hline
 85 \\
 17 \\
 \hline
 255
 \end{array}$$

Výsledok: $x = 17$

Za 255 Sk môžu kúpiť 17 čokolád po 15 Sk.

Petrik vypočítal, že $255 : 15 = 17$

Aj Veronika by chcela vedieť deliť dvojciferným číslom, ale šikovnejšie ako to urobil Petrik.

**Naučíme sa deliť prirodzené čísla dvojciferným deliteľom.
Delíme číslom 10.**



PRÍKLAD 3

Vypočítajte a urobte skúšku správnosti:

$230 : 10$

$1\ 620 : 10$

$165 : 10$

$2\ 358 : 10$



RIEŠENIE

$230 : 10 = 23, \text{ lebo } 23 \cdot 10 = 230$

$1\ 620 : 10 = 162, \text{ lebo } 162 \cdot 10 = 1\ 620$

$165 : 10 = 16 \text{ (zv. 5), lebo } 16 \cdot 10 = 160, 165 - 160 = 5$

$2\ 358 : 10 = 235 \text{ (zv. 8), lebo } 235 \cdot 10 = 2\ 350, 2\ 358 - 2\ 350 = 8$



ÚLOHA 3

Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:

$a) 560 : 10$

$b) 7\ 600 : 10$

$c) 819 : 10$



PRÍKLAD 4

Vypočítajte a urobte skúšku správnosti:

$217 : 31$

$321 : 43$

$532 : 59$

Vladko pozoroval, usilovne rozmýšľal a vymyslel takéto riešenie.



RIEŠENIE



Máme vypočítať $217 : 31$

217 zaokrúhlime na desiatky $217 \doteq 220$

31 zaokrúhlime na desiatky $31 \doteq 30$

$22 : 3 = 7$ (zv. 1) a preto $217 : 31$ **môže byť 7**

Vyskúšame 31

$$\begin{array}{r} .7 \\ \hline 217 \end{array}$$

Výsledok:

$217 : 31 = 7$

Skúška: 31

$$\begin{array}{r} .7 \\ \hline 217 \end{array}$$

**RIEŠENIE**

Ďalší príklad rieši Janka.
Máme vypočítať $321 : 43$

$$321 \div 320$$

$$43 \div 40 \quad 32 : 4 = 8, \quad 321 : 43 \text{ môže byť } 8$$

$$\begin{array}{r} \text{Vyskúšame} \quad 43 \\ \quad \quad \quad .8 \\ \hline \end{array}$$

$$344$$

pretože $344 > 321$, $321 : 43$ **nemôže byť 8 ale môže byť 7**

$$\begin{array}{r} \text{Vyskúšame} \quad 43 \quad \quad 321 \\ \quad \quad \quad .7 \quad \quad -301 \\ \hline \quad \quad \quad 301 \quad \quad \quad 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Výsledok: } 321 : 43 = 7 \text{ (zv. 20)} \\ \quad \quad \quad 20 < 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Skúška:} \quad 43 \quad 301 \\ \quad \quad \quad .7 \quad 20 \\ \hline \quad \quad \quad 301 \quad 321 \end{array}$$



Keď Vladko a Janka vysvetlili Jurkovi svoj postup riešenia, tretí príklad už vedel vyriešiť aj on.

**RIEŠENIE**

Máme vypočítať $532 : 59$

$$532 \div 530$$

$$59 \div 60 \quad 53 : 6 = 8 \text{ (zv. 5)}, \quad 532 : 59 \text{ môže byť } 8$$

$$\begin{array}{r} \text{Vyskúšame} \quad 59 \quad \quad 532 \\ \quad \quad \quad .8 \quad \quad -472 \\ \hline \end{array}$$

$$472 \quad \quad \quad 60$$

pretože $60 > 59$, $532 : 59$ **nemôže byť 8 ale môže byť 9**

$$\begin{array}{r} \text{Vyskúšame} \quad 59 \quad \quad 532 \\ \quad \quad \quad .9 \quad \quad -531 \\ \hline \quad \quad \quad 531 \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Výsledok: } 532 : 59 = 9 \text{ (zv. 1)} \\ \quad \quad \quad 1 < 59 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Skúška:} \quad 59 \quad 531 \\ \quad \quad \quad .9 \quad 1 \\ \hline \quad \quad \quad 531 \quad 532 \end{array}$$

**ÚLOHA 4**

Počítajte samostatne, urobte vždy skúšku správnosti:

a) $106 : 12$

b) $104 : 19$

c) $119 : 14$

Všimli ste si, že podiel alebo neúplný podiel v príkladoch, ktoré ste počítali bol jednociferné číslo?



PRÍKLAD 5



Záhradník dedo Pavol pestuje kvety. Do 28 riadkov chce vysadiť 1 575 priesad tak, aby v každom riadku bol rovnaký počet priesad. Koľko priesad zasadí do jedného riadka? Zvýši niekoľko priesad do kvetináčov pre vnučku Betku?



RIEŠENIE

Počet riadkov 28
 Počet priesad 1 575
 V jednom riadku x priesad

Počítame: $x = 1575 : 28$ Pomáhame si takto: 28
 $1575 : 28 = 56$ $16 : 3 = 5$ (zv. 1), $157 : 28 = 5$.5
 -140 140
 $\underline{\quad}$ $18 : 3 = 6$, $175 : 28 = 6$ 28
 $\quad 175$.6
 $\quad -168$ 168
 $\quad \quad 7$

1.	28 v 157 sa nachádza 5-krát, $5 \cdot 28 = 140$, $157 - 140 = 17$, zvyšok 17, pripíšeme 5
2.	28 v 175 sa nachádza 6-krát, $6 \cdot 28 = 168$, $175 - 168 = 7$, zvyšok 7

delenie so zvyškom

Skúška:

Počet riadkov 28	56	
V jednom riadku	... 56 priesad	<u>.28</u>	
Do kvetináčov 7 priesad	448	
Spolu $56 \cdot 28 + 7$	<u>112</u>	
		1568	$1568 + 7 = 1575$

Výsledok: $x = 56$

Dedo Pavol zasadí do jedného riadka 56 priesad. Do kvetináčov pre vnučku Betku zvýši 7 priesad.

Naučili sme sa deliť prirodzené čísla dvojčiferným deliteľom.



$$6\ 357 : 17 = 375$$

delenec deliteľ podiel

Skúška: 375

$$\begin{array}{r} .17 \\ \hline 2625 \\ 375 \\ \hline 6375 \end{array}$$



$$1\ 575 : 28 = 56 \quad (\text{zv. } 7)$$

delenec deliteľ neúplný podiel zvyšok

$$7 < 28$$

zvyšok < deliteľ

Skúška: $56 \quad 1\ 568$

$$\begin{array}{r} .28 \\ \hline 448 \\ 112 \\ \hline 1568 \end{array}$$



ÚLOHA 5

Vypočítajte samostatne, urobte vždy skúšku správnosti:

- a) $1\ 206 : 18$ b) $1\ 524 : 48$ c) $2\ 440 : 39$

**Naučíme sa deliť prirodzené čísla trojčiferným deliteľom.
Delíme číslom 100.**



PRÍKLAD 6

Vypočítajte a urobte skúšku správnosti:

$2\ 300 : 100$ $5\ 630 : 100$ $4\ 226 : 100$ $7\ 512 : 100$



RIEŠENIE

$2\ 300 : 100 = 23$, lebo $23 \cdot 100 = 2\ 300$

$5\ 630 : 100 = 56$ (zv. 30), lebo $56 \cdot 100 = 5\ 600$,
 $5\ 630 - 5\ 600 = 30$

$4\ 226 : 100 = 42$ (zv. 26), lebo $42 \cdot 100 = 4\ 200$,
 $4\ 226 - 4\ 200 = 26$

$7\ 512 : 100 = 75$ (zv. 12), lebo $75 \cdot 100 = 7\ 500$,
 $7\ 512 - 7\ 500 = 12$



ÚLOHA 6

Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:

- a) $7\ 600 : 100$ b) $560 : 100$ c) $819 : 100$

**PRÍKLAD 7**

Žiaci 5. B triedy sa chystajú na výlet. Pani učiteľka vyberá od každého žiaka 735 Sk. Spolu už vybrala 16 905 Sk.
Koľko detí už zaplatilo za výlet?

**RIEŠENIE**

$$\begin{array}{r} 735 \text{ Sk} \dots\dots\dots 1 \text{ žiak} \\ 16\,905 \text{ Sk} \dots\dots\dots x \text{ žiakov} \\ \hline \end{array}$$

Počítame: $x = 16\,905 : 735$ Pomáhame si takto:

$$\begin{array}{r} 16\,905 : 735 = 23 \quad 17 : 7 = 2 \text{ (zv. 3), preto } 16\,905 : 735 = 2 \\ - 14\,70 \\ \hline 2\,205 \quad 22 : 7 = 3 \text{ (zv. 1), preto } 2\,205 : 735 = 3 \\ - 2\,205 \\ \hline 0 \end{array}$$

1.	735 sa v 1 690 nachádza 2-krát, zvyšok 220, lebo 735	
	$\begin{array}{r} .2 \\ \hline 1\,470 \end{array}$	$1\,690 - 1\,470 = 220$ pripíšeme 5
2.	735 sa v 2 205 nachádza 3-krát, zvyšok 0, lebo 735	
	$\begin{array}{r} .3 \\ \hline 2\,205 \end{array}$	$2\,205 - 2\,205 = 0$

Skúška:

1 žiak	735 Sk	735
23 žiakov	23 · 735 Sk	<u>. 23</u>
		2 205
		<u>1 470</u>
		16 905

Výsledok: $x = 23$

Za výlet zaplatilo už 23 detí.

**ÚLOHA 7**

Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:

a) $963 : 107$

b) $1\,184 : 296$



CVIČENIA

1. Vypočítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $3\ 168 : 8$ c) $3\ 402 : 9$ e) $5\ 348 : 2$
b) $6\ 315 : 7$ d) $3\ 627 : 3$ f) $8\ 323 : 7$
- 2. Vypočítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $1\ 127 : 5$ c) $1\ 326 : 8$ e) $2\ 342 : 7$
b) $8\ 013 : 2$ d) $8\ 625 : 9$ f) $5\ 263 : 5$
- 3. Vypočítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $1\ 320 : 10$ c) $426 : 10$ e) $298 : 10$
b) $6\ 513 : 10$ d) $932 : 10$ f) $5\ 626 : 10$
- 4. Vypočítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $139 : 29$ d) $221 : 35$ g) $628 : 67$
b) $168 : 24$ e) $232 : 51$ h) $512 : 78$
c) $237 : 36$ f) $439 : 59$ i) $275 : 61$
- 5. Športový klub kúpil 17 rovnakých futbalových lôpt za 11 475 Sk.
Koľko korún stála jedna futbalová lopta?
- 6. Odhadnite počet číslic v podieli. Vypočítajte podiel a vždy urobte
skúšku správnosti:
- a) $224 : 28$ d) $2\ 438 : 46$ g) $3\ 534 : 57$
b) $2\ 448 : 51$ e) $2\ 635 : 85$ h) $4\ 698 : 18$
c) $216 : 12$ f) $2\ 952 : 72$ i) $3\ 185 : 35$
- 7. Vypočítajte a vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $2\ 387 : 34$ c) $16\ 327 : 53$
b) $29\ 232 : 29$ d) $19\ 884 : 28$
- 8. a) Koľkokrát je číslo 65 menšie ako číslo 17 485?
b) Koľkokrát je číslo 49 368 väčšie ako číslo 88?
- 9. a) Ktoré číslo je o 47 väčšie ako 3 854?
b) Ktoré číslo je o 47 menšie ako 3 854?
c) Ktoré číslo je 47-krát väčšie ako 3 854?
d) Ktoré číslo je 47-krát menšie ako 3 854?

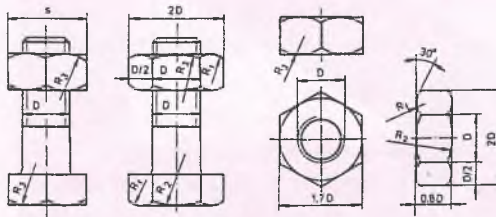
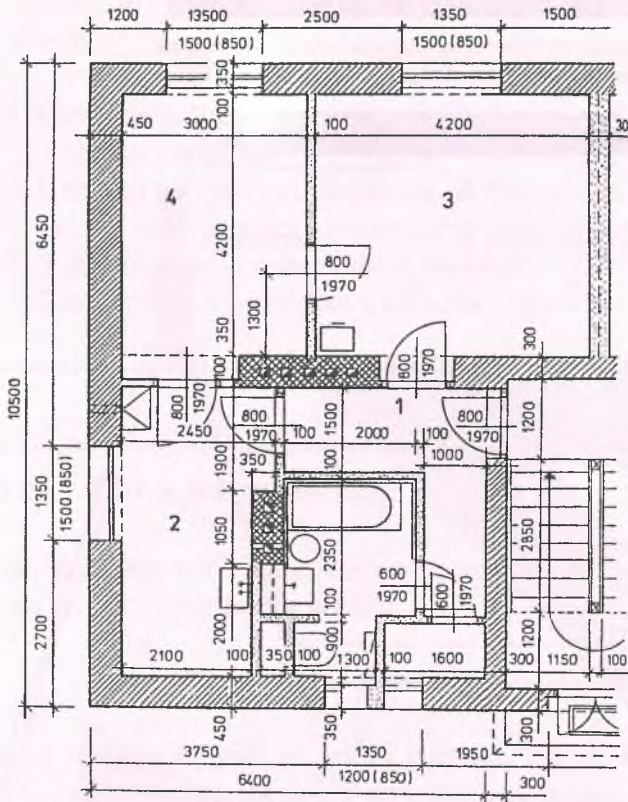
- 10. Vypočítajte:
- a) $392 + 1\,568 : 56$ c) $1\,820 - 980 : 28$
b) $(392 + 1\,568) : 56$ d) $(1\,820 - 980) : 28$
- 11. Skontrolujte, či sú správne výpočty:
- a) $1\,682 : 58 = 29$ c) $(13\,000 + 3\,281) : 27 = 603$
b) $96 \cdot 49 = 4\,604$ d) $(10\,000 - 1\,615) : 39 = 216$
- 12. Počítajte samostatne, vždy urobte skúšku správnosti:
- a) $1\,300 : 100$ c) $8\,612 : 100$ e) $4\,987 : 100$
b) $3\,000 : 100$ d) $5\,329 : 100$ f) $23\,000 : 100$
- 13. Riešte rovnice a urobte skúšku dosadením za x :
- a) $13 \cdot x = 3\,549$ c) $x \cdot 11 = 209$
b) $79 \cdot x = 3\,318$ d) $x \cdot 24 = 1\,656$
- 14. Mamička pri zavaraní ovocia používa kryštálový cukor. Koľko kg kryštálového cukru môže kúpiť za 400 Sk, ak 1 kg stojí 28 Sk?
- 15. V obchodnom dome predali 68 rovnakých televízorov za 918 000 Sk. Koľko korún stojí jeden televízor?
- 16. Kniha má dĺžku 25 cm a šírku 17 cm. Stôl má dĺžku 135 cm a jeho šírka je o 60 cm menšia ako dĺžka. Koľkokrát je obvod knihy menší ako obvod stola?
- 17. Do zberne ovocia prvý deň odovzdali 585 kg ovocia. Druhý deň pre nepriaznivé počasie odovzdali 13-krát menej. Tretí deň o 258 kg viac ako druhý deň. Koľko kg ovocia sa odovzdalo za tieto tri dni?
- 18. Vypočítajte a urobte skúšku správnosti:
- a) $1\,625 : 325$ c) $2\,428 : 607$ e) $2\,767 : 715$
b) $1\,124 : 149$ d) $1\,904 : 238$ f) $3\,054 : 567$
- 19. Do umelej liahne nasadili 7 200 slepačích vajec. Z každých 100 vajec sa vylihlo priemerne 85 kuriatok. Koľko kuriatok sa vylihlo zo všetkých vajec?
- 20. Riešte rovnicu a urobte skúšku dosadením za x :
- a) $259 \cdot x = 11\,655$ c) $428 \cdot x = 16\,343 - 1\,363$
b) $x \cdot 684 = 12\,996$ d) $174 \cdot x = 108\,576 : 12$

- 21. a) Koľkokrát je číslo 24 208 väčšie ako číslo 712?
b) Koľkokrát je číslo 418 menšie ako číslo 22 572?
- 22. Jedna stavebnica stojí 950 Sk. Koľko takýchto stavebníc môžu do mládežníckeho klubu kúpiť za 25 000 Sk?
- 23. Vypočítajte: a) Koľko hodín je 255 600 sekúnd?
b) Koľko hodín je 300 960 sekúnd?
- 24. V triede je 31 detí, ktoré sa chystajú na výlet. Pani učiteľka vyberá od každého žiaka 530 Sk. Spolu už vybrala 12 720 Sk. Koľko detí ešte nezaplatilo za výlet?
- 25. Ktoré číslo musíme deliť ôsmimi, aby sme dostali podiel 70?
- 26. Za rok vyrobili v závode 25 680 horských bicyklov. Koľko bicyklov vyrobili priemerne za mesiac?
- 27. Číslo 543 543 deľte najprv číslom 7, podiel číslom 11 a potom ešte číslom 13. Prečo je zaujímavý výsledok? Skúste uvedenými číslami deliť číslo 205 205.
- 28. Adam mal deliť isté číslo číslom 8. Pomýlil sa a namiesto delenia násobil číslom 8. Dostal výsledok 2 240. Vypočítajte správny výsledok!



3 ZÁKLADNÉ PRAVIDLÁ RYSOVANIA

Inžinieri, konštruktéri, staviteľia musia zhotovovať technické výkresy a iné plány. Sú to často veľmi náročné obrázky zložitých súčiasok a stavieb.



3.1 Pomôcky na rysovanie a ich použitie

Aj vy sa musíte naučiť základy rysovania. Na to budete používať tieto pomôcky:

ceruzku



meradlo (lineár, pravítko)



gumu



kružidlo



trojuholníkové pravítka

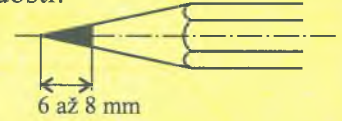


Používame ceruzku s čiernou tuhou tvrdosti:

č. 3 – označenie F

č. $3\frac{1}{2}$ – označenie H

č. $2\frac{1}{2}$ – označenie HB



Tuha má byť obrúsená do tvaru rotačného kužeľa

Chcete, aby obrázky, ktoré rysujete boli pekné? Preto dodržujte tieto zásady:

1. Ceruzku máte stále zastrúhanú.
2. Ceruzku netlačíte.
3. Ceruzku pri rysovaní neotáčate, držíte ju v tej istej polohe.
4. Gumu používate len výnimočne.
5. Tuhu v kružidle máte stále zastrúhanú.
6. Trojuhelníkové pravítka a meradlo máte stále čisté.

3.2 Druhy čiar a ich rysovanie

Odteraz okrem plných čiar budeme používať aj čiary ďalších druhov. Čiary rozdelíme podľa hrúbky

tenké _____
hrubé _____

Tenké čiary rysujeme ceruzkou tvrdosti 3 a $3\frac{1}{2}$ (F a H), na rysovanie hrubých čiar a na popis používame ceruzku tvrdosti $2\frac{1}{2}$ (HB).

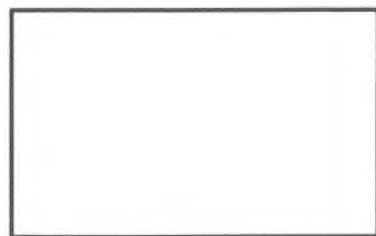
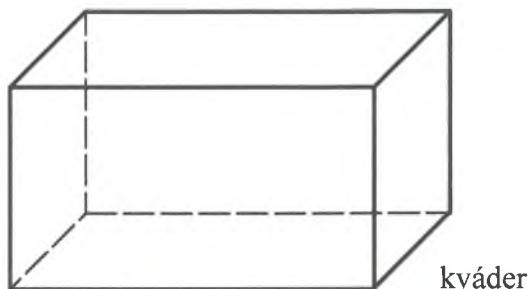
Čiary ďalej rozdelíme podľa druhu

plné _____
čiarkované _____
bodkočiarkované _____



Hrubé plné čiary

sa v geometrii používajú na vyznačenie výsledkov úloh, v technickej praxi na vyznačenie obrysov súčiastok.



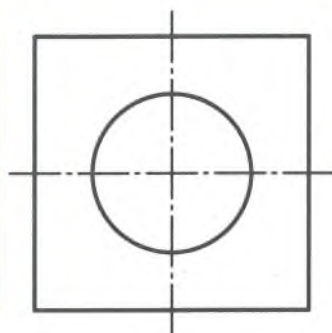
Čiarkované čiary

sa používajú najčastejšie na vyznačenie neviditeľných hrán a rysujú sa tenkou čiarou. Striedame čiarky dlhé asi 4 mm s medzerami dĺžky 1 mm.



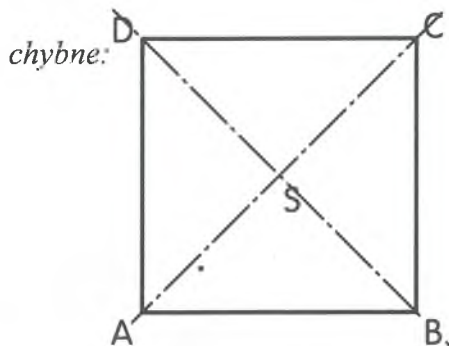
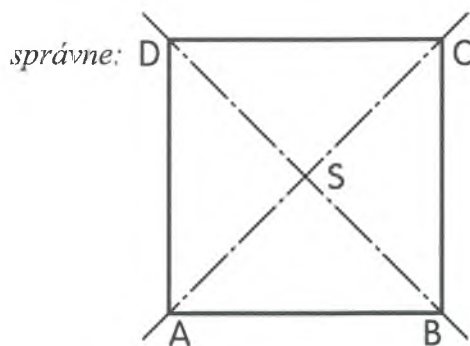
Bodkočiarkované čiary

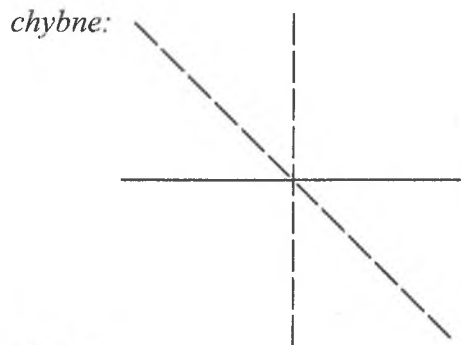
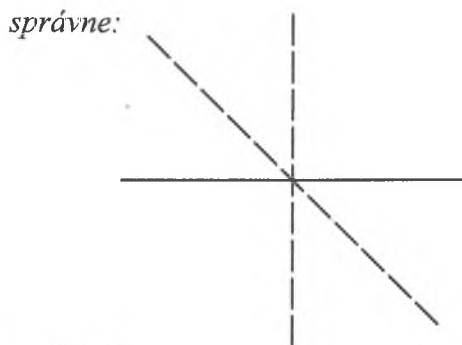
sa používajú na vyznačenie osí útvarov v geometrii, strojárstve a stavebníctve a rysujú sa tenkou čiarou. Pri rysovaní striedame čiarky dĺžky asi 7 mm a bodky.



osi štvorcovej podložky

Pri znázorňovaní útvarov dbáme na správne vyznačenie, správne rysovanie čiar a na správne popisovanie.





Ferko si pozorne všimál obrázky a svoje pozorovanie zhrnul:



V jednom obrázku robíme čiarky a medzery všetkých čiarkovaných a bodkočiarkovaných čiar rovnako dlhé.

Ak sa dve čiarkované čiary pretínajú, rysujeme ich tak, aby sa čiarky preťali.

Ak sa dve bodkočiarkované čiary pretínajú, rysujeme ich tak, aby sa pretínali vždy čiarky.

Pri popisovaní čiara nesmie pretínať písmeno.

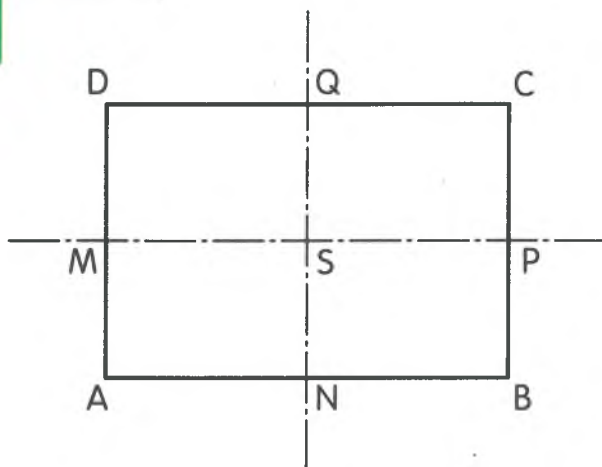


PRÍKLAD 1

Na obrázku je narysovaný obdĺžnik $ABCD$. Vyznačte jeho osi.



RIEŠENIE



Marienka zostrojila odmeraním stredy všetkých strán, postupne ich označila M, N, P, Q . Zostrojila os, ktorá je určená bodmi N, Q , potom bodmi M, P , priesečník označila S .

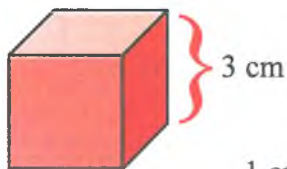


PRÍKLAD 2

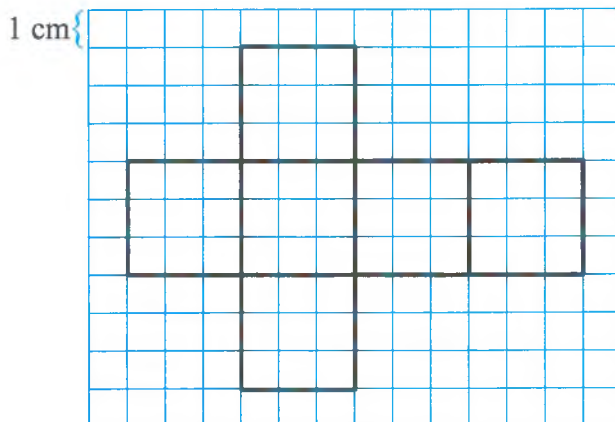
Na obrázku je znázornená kocka s hranou 3 cm. V štvorcovej sieti znázorníte sieť tejto kocky.



RIEŠENIE



Marienka narysovala sieť kocky, ktorá sa skladá zo šiestich zhodných štvorcov, strana každého štvorca má dĺžku 3 cm.



ÚLOHA

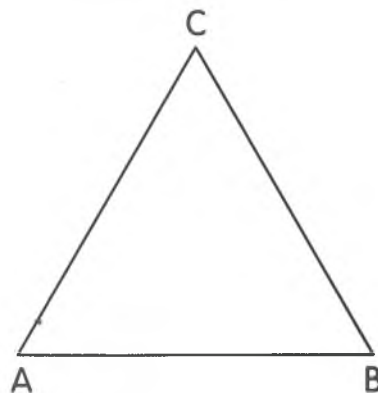
Z papiera vystrihnite sieť kocky a z nej zlepte model kocky. Meňte jej polohu na stole. V každom prípade pri pohľade na ňu ukážte vrcholy, hrany a steny, ktoré nevidíte.



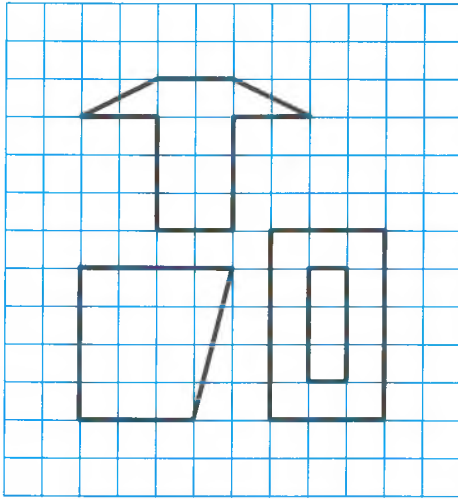
CVIČENIA

1. Narysujte: a) hrubú plnú čiaru,
b) tenkú plnú čiaru,
c) čiarkovanú čiaru,
d) bodkočiarkovanú čiaru.

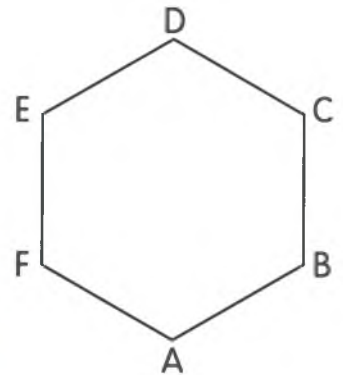
- 2. Na obrázku je narysovaný trojuholník ABC , ktorého všetky strany majú rovnakú dĺžku. Vyznačte jeho osi.



- 3. Narysujte kružnicu $k(S; r)$. Zostrojte jej ľubovoľnú os.
- 4. Na obrázku sú narysované geometrické útvary. Prerysujte ich do štvorcovej siete. Dva z útvarov majú osi, narysujte ich. Pri rysovaní dodržte hrúbku a druh čiar.



- 5. Na obrázku je nakreslený pravidelný šesťuholník $ABCDEF$. Zapište dvojice bodov, ktorými prechádzajú jeho osi. Sú to len jeho vrcholy?



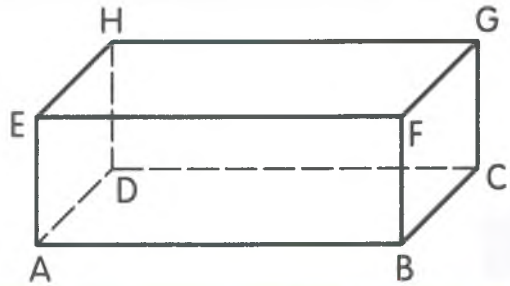
3.3 Rysovanie rovnobežiek a kolmíc

Pri rysovaní rôznych geometrických útvarov často treba narysovať niekoľko rovnobežných priamok alebo niekoľko kolmíc na danú priamku.



ÚLOHA 1

Na obrázku je narysovaný názorný obraz kvádra. Pokúste sa zapísať, ktoré z úsečiek na obrázku ležia na rovnobežných priamkach.



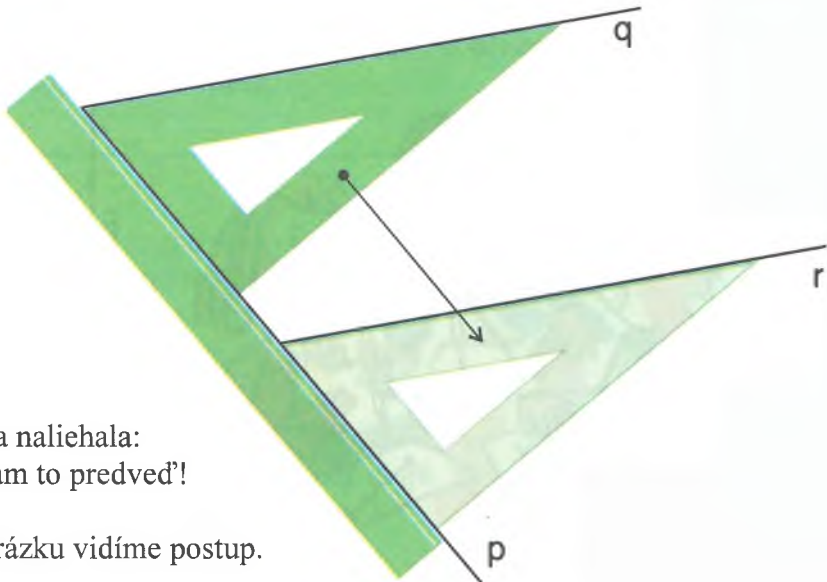
PROBLÉM 1

Peter rozmýšľa, ako rýchlo a presne narysovať rovnobežky.



RIEŠENIE

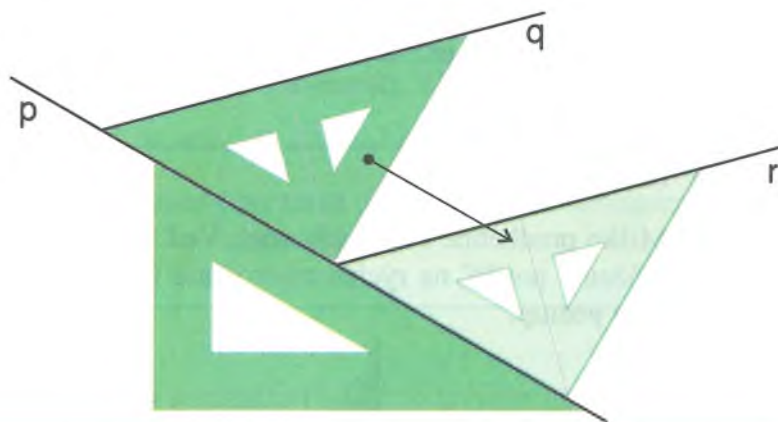
Ferko dômyselne odpovie. Použijeme prostriedky, ktoré máme na rysovanie, napr. pravítko a jeden trojuholník. Pravítko pritlačím k papieru, aby bolo pevné. Trojuholník priložím jednou stranou k pravítku a posúvam ho po pravítku. Ďalšia strana trojuholníka bude v každej polohe určovať rovnobežku, ceruzkou ju vyznačím.



Anička naliehala:
Tak nám to predved'!

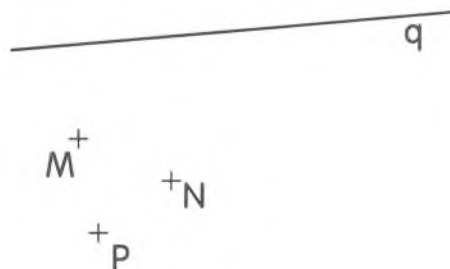
Na obrázku vidíme postup.

Ferko ešte dodal: Ak by som nemal pravítko, môžem použiť namiesto neho ďalší trojuholník. A hneď im to s trojuholníkom predviedol.



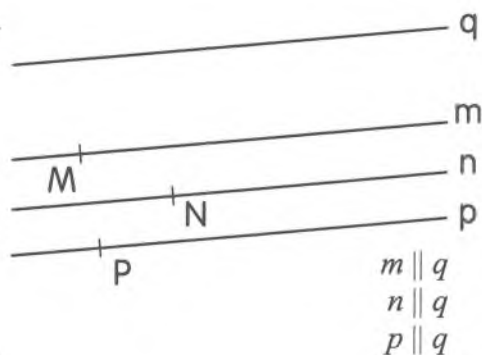
PRÍKLAD

Je vyznačená priamka q a tri body M, N, P . Narysujte priamky m, n, p tak, aby $M \in m, N \in n, P \in p$ a každá bola rovnobežná s priamkou q . Znak $M \in m$ znamená, že bod M leží na priamke m , čiže priamka m prechádza bodom M .



RIEŠENIE

Anička využila Ferkov postup. Priložila jeden trojuholník s najdlhšou stranou k priamke q . Najdlhšiu stranu ďalšieho trojuholníka priložila k strane prvého trojuholníka. Prvým trojuholníkom pohybovala po strane pevného trojuholníka a narysovala priamky, ktoré prechádzajú bodmi M, N, P .





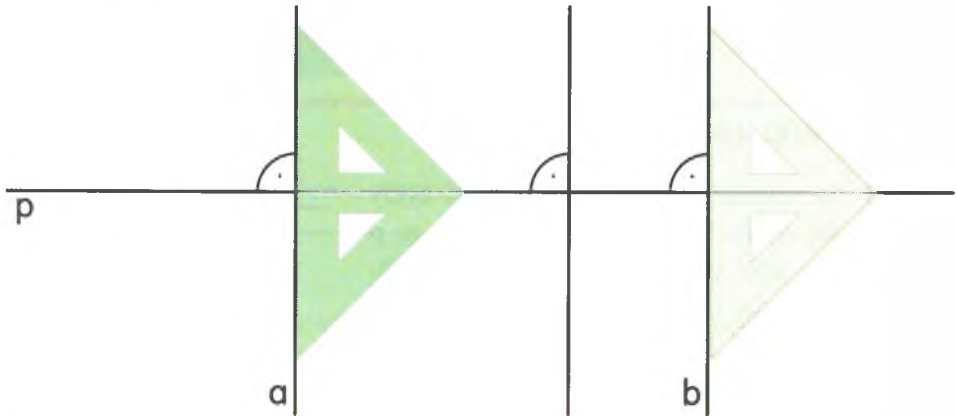
PROBLÉM 2

Peter je veľmi zvedavý chlapec, plný nápadov a otázok. Kladie otázku: Naše rysovacie prostriedky nám pomôžu aj pri zostrojení kolmíc na danú priamku?



RIEŠENIE

Miško predbehne Ferka a hovorí: Veď máme trojuholník s ryskou, tento môžeme použiť na rýchle zostrojenie kolmice. Hneď ukazuje spolužiakom postup.



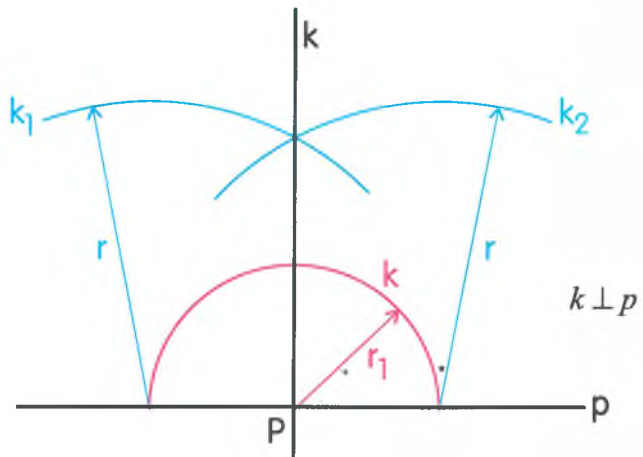
PROBLÉM 3

Peter namieta: Kolmicu bez trojuholníka s ryskou nebudeme vedieť zostrojiť?



RIEŠENIE

Miško odpovedá: Môžeme kolmicu zostrojiť aj pomocou kružidla. Vezme kružidlo, pravítko a ceruzku a už rysuje.



Anička sa pýta: Polomer tých kružníc k_1, k_2 si môžeme zvoliť ľubovoľne? Miško odpovedá: Áno, polomer r však musí byť väčší ako polomer r_1 .

Marienka rysuje, experimentuje a rozmýšľa. Urobila niekoľko kolmíc na danú priamku, hovorí:



Všetky kolmice zostrojené na tú istú priamku sú navzájom rovnobežné.



ÚLOHA 2

Narysovaná je priamka p a mimo nej bod P . Narysujte kolmicu na priamku p , ktorá prechádza bodom P ,

- pomocou trojuholníka s ryskou,
- pomocou kružidla.



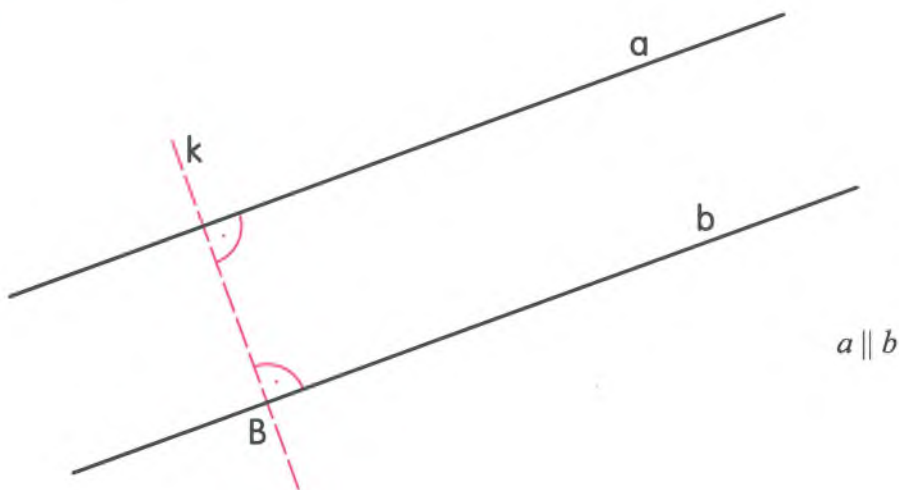
PROBLÉM 4

Peter kladie ďalšiu otázku: Vieme k danej priamke zostrojiť rovnobežku b pomocou jedného trojuholníka s ryskou?



RIEŠENIE

Miško bez slov narysuje priamku $k \perp a$, potom priamku $b \perp k$. Pritom použil len jeden trojuholník s ryskou.





CVIČENIA

1. Narysujte priamku m a mimo nej bod M ($M \notin m$). Zostrojte priamku n , ktorá je rovnobežná s priamkou m a prechádza bodom M .
- 2. Narysujte priamku m a na nej bod M . Zostrojte priamku k , ktorá prechádza bodom M a je kolmá na priamku m .
- 3. Narysujte priamku p a vyznačte tri body K, L, M , ktoré na nej neležia. Týmito bodmi zostrojte:
 - a) priamky rovnobežné s priamkou p ,
 - b) priamky kolmé na priamku p .
- 4. Zostrojte dve navzájom kolmé priamky. Od ich priesečníka na každej priamke vyznačte päť bodov, medzi ktorými je vzdialenosť 1 cm. Každým z nich veďte rovnobežku so zvislou priamkou.

3.4 Konštrukcia obdĺžnika a štvorca

Naučili sme sa rysovať rovnobežky a kolmice. Naše skúsenosti teraz využijeme na konštrukciu obdĺžnika a štvorca.



PRÍKLAD 1

Narysujte obdĺžnik $ABCD$, ak $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 3$ cm.



RIEŠENIE

Vieme, že obdĺžnik má každé dve susedné strany na seba kolmé, a každé dve protiľahlé strany majú rovnakú dĺžku. Tieto vlastnosti využijeme na konštrukciu:

Zostrojíme tenkou čiarou úsečku dĺžky $|AB| = 5$ cm.

V bodoch A, B zostrojíme tenkou čiarou priamky kolmé na priamku AB . Zostrojíme na nich body D, C tak, aby $|AD| = 3$ cm, $|BC| = 3$ cm. Narysujeme obdĺžnik $ABCD$ a zvýrazníme ho hrubou čiarou.





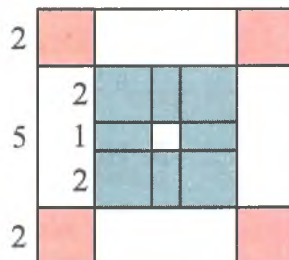
ÚLOHA

Narysujte štvorec, ktorého strana $a = 4$ cm.



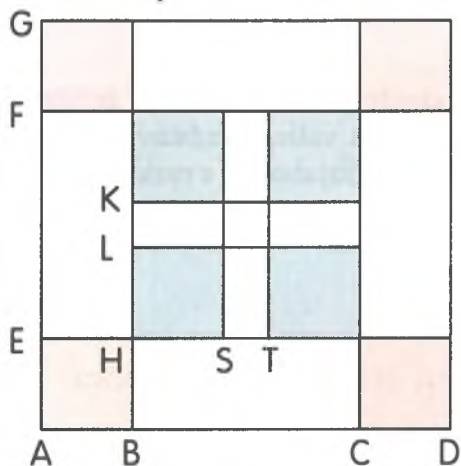
PRÍKLAD 2

Narysujte dlaždicu tvaru štvorca, na ktorej sú farebné štvorce a obdĺžniky. Rozmery sú v centimetroch. Vyfarbite vyznačené štvorce.



RIEŠENIE

Janko si urobil náčrt dlaždice, vyznačil rozmery a označil niektoré body. Popísal riešenie.



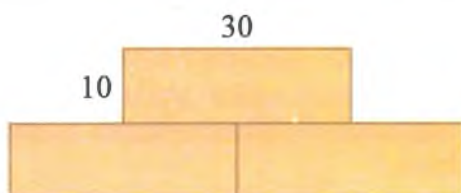
- | | |
|----|--|
| 1. | Na vodorovnej priamke vyznačíme body A, B, C, D . |
| 2. | Bodmi A, B, C, D vediem kolmice na priamku AD . |
| 3. | Na kolmici zostrojenej v bode A vyznačíme body E, F, G . |
| 4. | Bodmi E, F, G vediem rovnobežky s priamkou AD . |
| 5. | Na priamke EH vyznačíme body S, T . |
| 6. | Bodmi S, T zostrojím kolmice na priamku EH . |
| 7. | Na priamke BH vyznačíme body K, L . |
| 8. | Bodmi K, L vediem rovnobežky s priamkou AD . |
| 9. | Zvýrazním hrubou čiarou a vyfarbím žiadané štvorce. |

Viete všetci narysovať dlaždicu podľa Jankovho návodu?



CVIČENIA

1. Narysujte obdĺžnik $ABCD$ s rozmermi 6 cm a 3 cm. Potom ho úsečkou rozdeľte na dva zhodné štvorce.
- 2. Nakreslite plán námestia, ktoré má tvar obdĺžnika s rozmermi 80 m a 50 m (zmenšenie: 1 cm zodpovedá 10 m).
- 3. Narysujte križovatku ciest, ktoré sú na seba kolmé.
- 4. Na obrázku je časť zostavy parkiet. Vyplňte parketami obdĺžnik s rozmermi 90 cm a 30 cm (zmenšenie: 1 cm zodpovedá 10 cm).



- 5. Vo veľkom sídlisku je jediná sieť chodníkov urobená tak, že chodníky sú navzájom kolmé. Narysujte podľa vašich predstáv návrh takejto siete. Pri rysovaní použite len jeden trojuholník s ryskou.

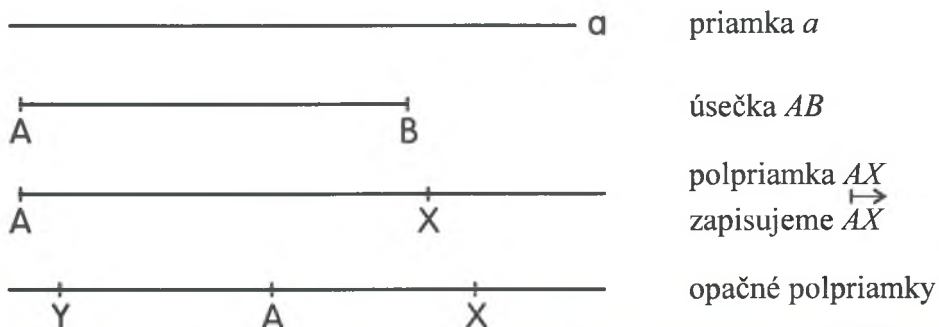
V rozsiahlej záhrade geometrie si každý nájde kytičku podľa svojho vkusu.

D. Hilbert

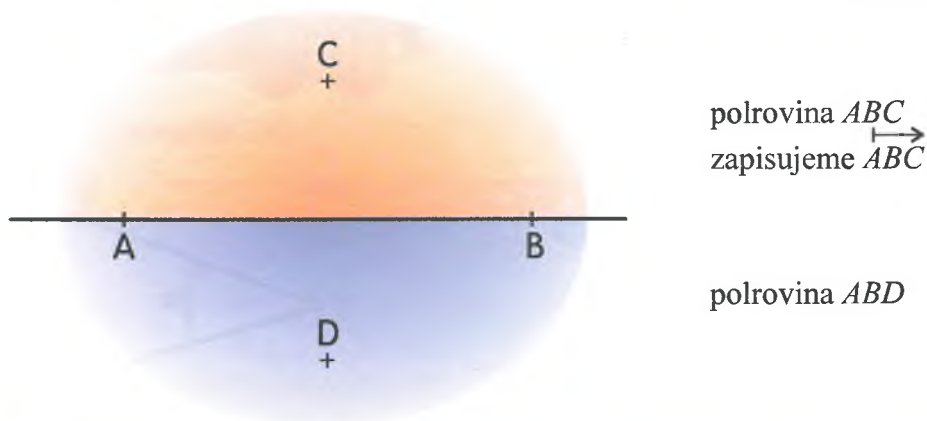


4 UHOL A JEHO VEĽKOSŤ, OPERÁCIE S UHLAMI

ZOPAKUJME SI

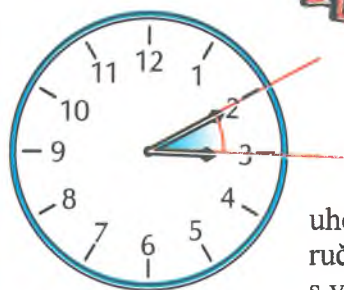
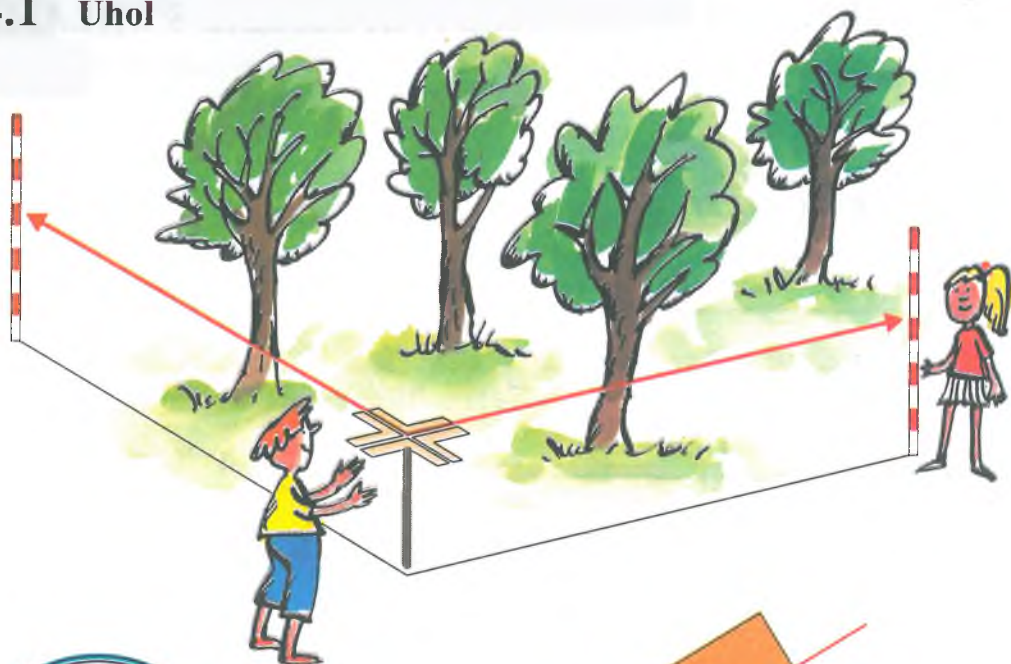


polpriamka AY je opačná k polpriamke AX
polpriamky AX, AY sú opačné polpriamky

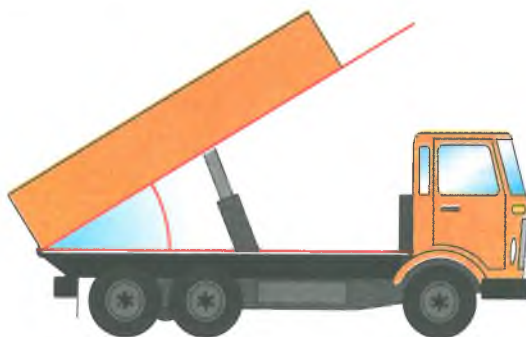


polrovina ABD je opačná k polrovine ABC
polroviny ABC a ABD sú navzájom opačné

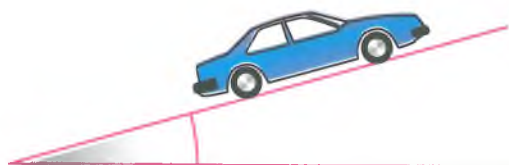
4.1 Uhol



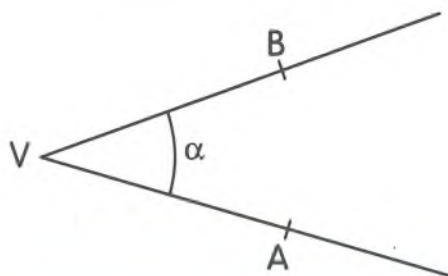
uhol malej
ručičky
s veľkou
ručičkou



uhol sklápača



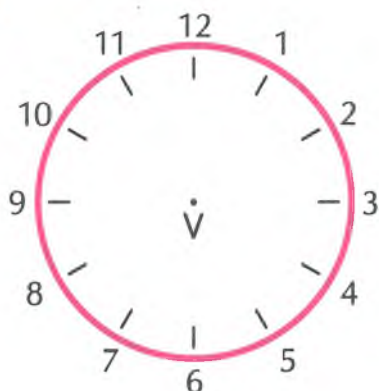
uhol stúpania cesty



Bod V je vrchol uhla
Polpriamky VA , VB sú ramená uhla
Zapisujeme: $\sphericalangle AVB$
 V je vždy medzi A , B

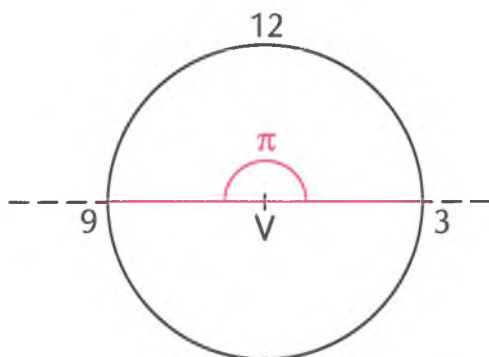


ÚLOHA

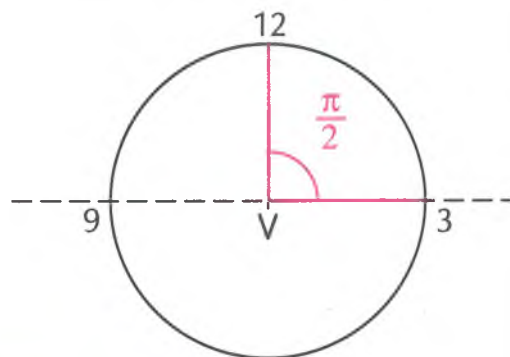


Načrtnite si obrázok hodín do zošita.

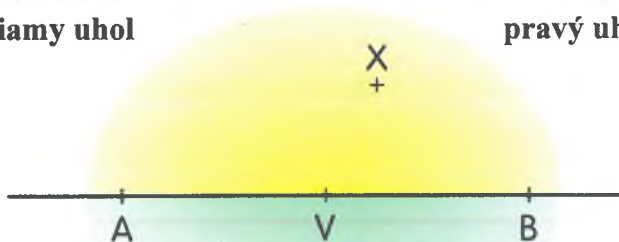
- Vyznačte farebne uhol, ktorý opíše malá ručička od jednej hodiny po tretiu hodinu.
- Narysujte polpriamky so začiatkom v bode V , ktoré prechádzajú bodmi 1, 2, 4, 5. Napíšte aspoň štyri uhly, ktoré tieto polpriamky určujú.
- Vyznačte uhol, ktorý opíše malá ručička od tretej hodiny po deviatu hodinu.



priamy uhol



pravý uhol



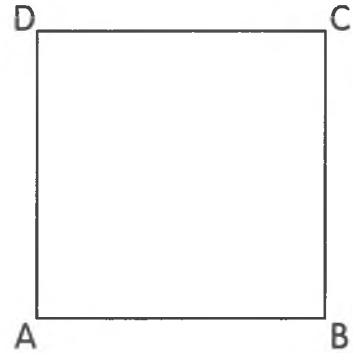
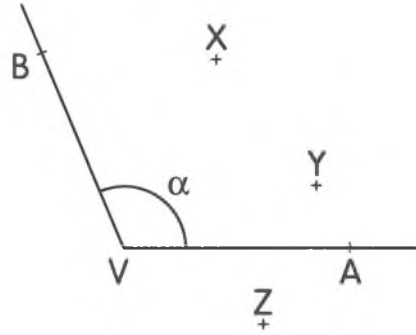
Polrovina s hraničnou priamkou AB je priamy uhol.
Každý bod X tejto polroviny je bodom priameho $\sphericalangle AVB$.

Uhly často označujeme písmenami gréckej abecedy: α - alfa, β - beta, γ - gama, δ - delta, λ - lambda, π - pí, ρ - ró, σ - sigma, ϕ - fí, ω - omega.



CVIČENIA

1. Na obrázku je narysovaný uhol $\alpha = \sphericalangle AVB$ a body X, Y, Z . Povedzte, ktorý z bodov X, Y, Z patrí uhlu α .
- 2. Narysujte dve polpriamky so spoločným začiatkom. Vyfarbite uhol, ktorý tieto polpriamky určujú.
- 3. Narysujte dve rôznoobežné priamky a ich spoločný bod označte P . Rôznymi farbami vyfarbite štyri rôzne uhly, ktoré vidíte na tomto obrázku.
- 4. Na obrázku je narysovaný štvorec $ABCD$. Vymenujte uhly určené vrcholmi štvorca. Janko vzal kriedu a na tabuľu napísal: $\sphericalangle ABC, \sphericalangle BCD, \sphericalangle CDA, \sphericalangle DAB$. Miško sa zamyslel a dopísal: $\sphericalangle CAB, \sphericalangle DBA, \sphericalangle ACB, \sphericalangle DBC$. Posúďte ich riešenia.

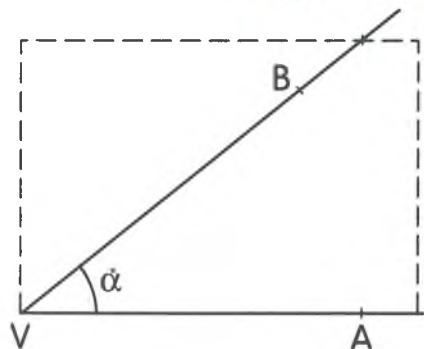


4.2 Prenášanie uhlov a zhodnosť uhlov



PROBLÉM 1

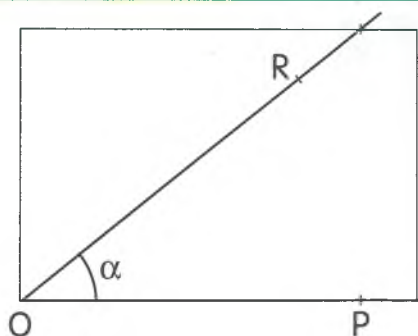
Marienka rozmýšľa ako narysovaný $\sphericalangle AVB$ preniesť na iné miesto v zošite a tam ho narysovať tak, aby jedno jeho rameno bola polpriamka OP .



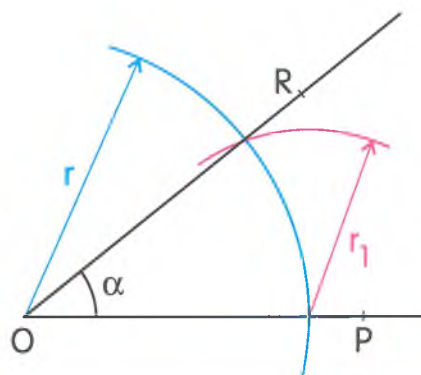
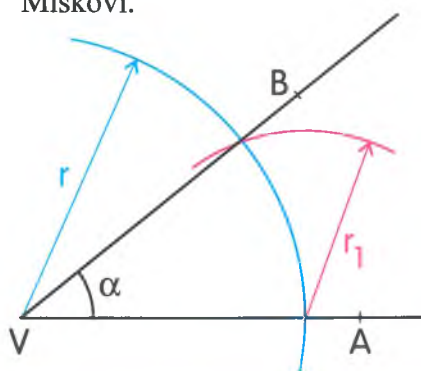


RIEŠENIE

Miško vzal list papiera, priložil k uhlu, nakreslil naň uhol α , list papiera premiestnil a nakreslil uhol α na určené miesto.



Ferko sa neuspokojil s Miškovým postupom a hovorí: Veď máme kružidlo a pravítko. Ja to urobím pomocou kružidla a pravítka. Predviedol to Miškovi.



Uhly môžeme prenášať pomocou listu papiera alebo pomocou kružidla.

Uhol $\alpha = \sphericalangle AVB$ je zhodný s $\sphericalangle POR$

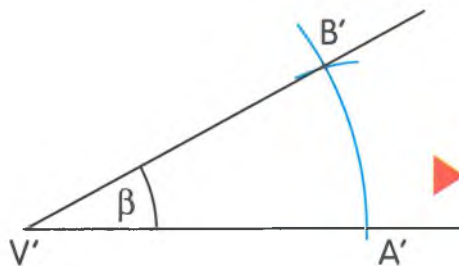
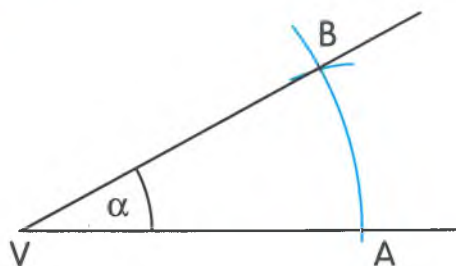
Zapisujeme: $\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle POR$

Čítame: uhol $\alpha = \sphericalangle AVB$ je zhodný s $\sphericalangle PQR$



PROBLÉM 2

Marienka pozerá na uhly α a β . Nevie ako zistiť, či sú uhly α a β zhodné.





RIEŠENIE

Ferko ju pozoruje a po chvíli povie: To je jednoduché! Uhol α preniesem tak, aby sa jedno jeho rameno stotožnilo s jedným ramenom uhla β . Potom zistím, či sa kryjú aj zvyšné ramená.

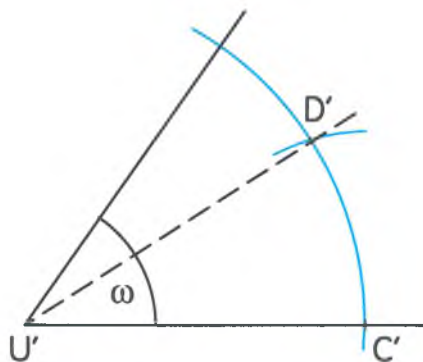
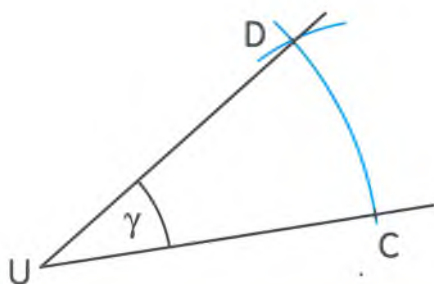
Marienka to tak urobila, zistila, že uhly sú zhodné, lebo po prenosení sa ich ramená kryjú. Zapísala: $\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle A'V'B'$

$$\alpha \cong \beta$$



PRÍKLAD

Zistite, či aj uhly γ a ω sú zhodné.



RIEŠENIE

Miško vzal kružidlo a podľa Ferkovho návodu preniesol uhol do novej polohy. Zistil, že rameno $U'D'$ sa nekryje s druhým ramenom uhla, a preto uhly γ a ω nie sú zhodné. Zapísal

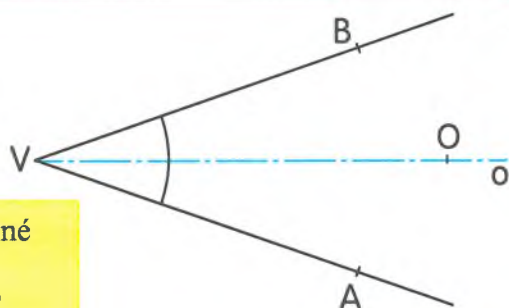
$$\gamma \not\cong \omega$$



CVIČENIA

1. Narysujte dva ľubovoľné uhly, označte ich α a β . Zistite, či sú dané uhly zhodné.
- 2. Narysujte trojuholník ABC tak, aby $|AC| = |BC|$. Zistite, či $\sphericalangle CAB$ je zhodný s $\sphericalangle ABC$.
- 3. Narysujte trojuholník ABC , v ktorom všetky strany majú rovnaké dĺžky. Zistite, či uhly $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BAC$, a $\sphericalangle ACB$ sú zhodné.

4.3 Os uhla



Uhly $\sphericalangle AVO$ a $\sphericalangle BVO$ sú zhodné
 $\sphericalangle AVO \cong \sphericalangle BVO$
 Polpriamka VO je os $\sphericalangle AVB$



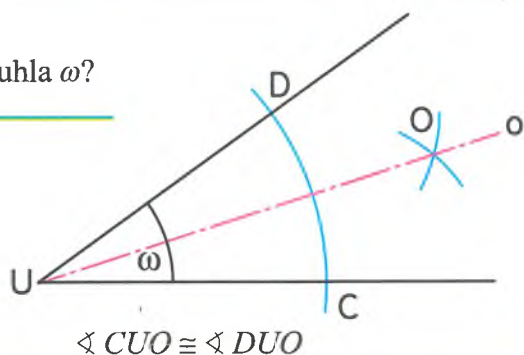
PROBLÉM 1

Ako zostrojíme os ľubovoľného uhla ω ?



RIEŠENIE

Použijeme kružidlo. Zostrojíme jeden bod O osi, os je určená bodom U a bodom O .



PROBLÉM 2

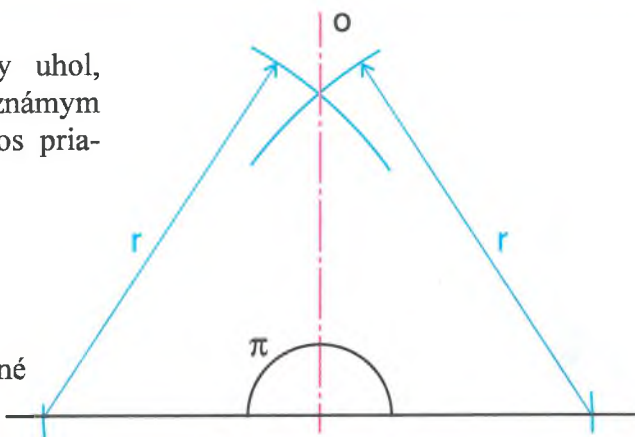
Môžeme takto zostrojiť aj os priameho uhla? Opýta sa Marienka.



RIEŠENIE

Petrík narysuje priamy uhol, vezme kružidlo a už známym postupom narysuje aj os priameho uhla.

Miško pozerá na posledné dva obrázky a povie:



Os delí uhol na dva zhodné uhly.
 Os delí priamy uhol na dva pravé uhly.



CVIČENIA

1. V danom štvorcí $ABCD$ narysujte os uhla DAB . Prechádza táto os bodom C ?

..... 2. V danom trojuholníku ABC narysujte osi uhlov $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCA$. Čo ste zistili o ich priesečníku?

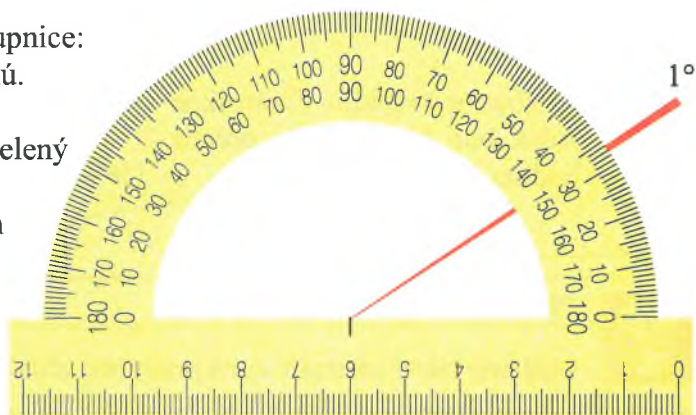
4.4 Meranie uhlov

Uhly meriame uhlomerom.

Uhlomer má dve stupnice: vonkajšiu a vnútornú.

Priamy uhol je rozdelený na 180 zhodných uhlov so spoločným vrcholom.

Každý z nich nazývame stupňom.



Priamy uhol má veľkosť 180° .



PRÍKLAD 1

Odmerajte uhol α .



RIEŠENIE

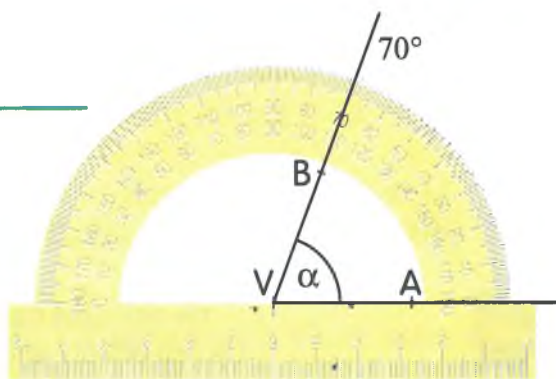
Pozorujte obrázok.

Na uhlomere odčítame 70° .

Uhol α má veľkosť 70° .

Zapisujeme:

$$\alpha = 70^\circ, |\sphericalangle AVB| = 70^\circ$$





PRÍKLAD 2

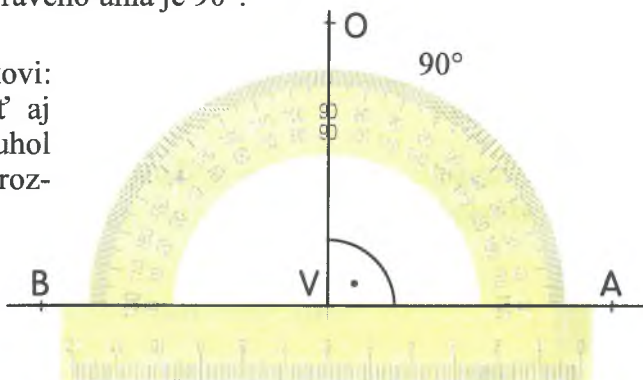
Odmerajte pravý uhol.



RIEŠENIE

Miško narysoval pravý uhol pomocou priameho uhla, uhlomerom odmeral a zistil, že veľkosť pravého uhla je 90° .

Marienka povie Miškovi: To si mohol vypočítať aj bez merania. Priamy uhol má veľkosť 180° , os ho rozdeľí na dva pravé uhly.



Všetky pravé uhly majú veľkosť 90° .
Všetky priame uhly majú veľkosť 180° .



PRÍKLAD 3

Narysujte uhol ľubovoľnej veľkosti, preneste ho a odmerajte veľkosti oboch uhlov.

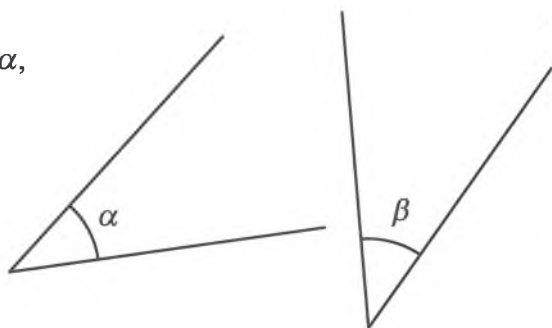


RIEŠENIE

Janko narysoval uhol veľkosti α , preniesol ho a označil ho β .

Napísal: $\alpha \cong \beta$

Janko odmeraním zistil, že veľkosť uhla α je 40° a veľkosť uhla β je tiež 40° .
 $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $\alpha \cong \beta$



Zhodné uhly majú rovnaké veľkosti.

Zopakujme si postup pri meraní uhlov:
 Uhlomer umiestnime tak, aby sa kryli
 – vrchol uhla so stredom uhlomeru,
 – jedno rameno s jednou polpriamkou na uhlomere.
 Veľkosť uhla prečítame na príslušnej stupnici,
 vyznačuje ju druhé rameno uhla.



ÚLOHA

Narysujte dva uhly s veľkosťami 85° . Vystrihnite ich a zistite, či sú zhodné.



Uhly, ktoré majú rovnakú veľkosť sú zhodné.

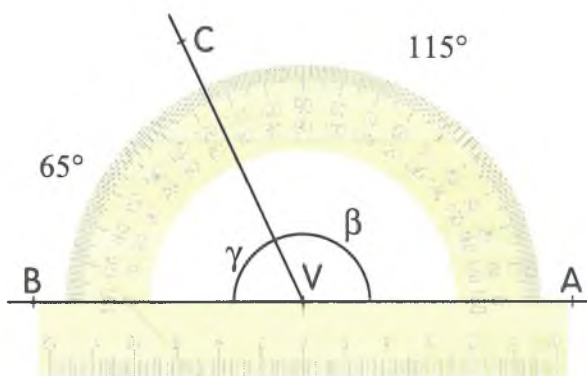


PRÍKLAD 4

Odmerajte uhol β a uhol γ .



RIEŠENIE



Uhol β má veľkosť 115° a uhol γ má veľkosť 65° .

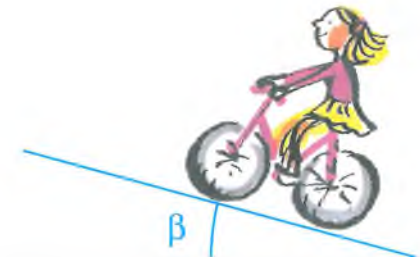


Uhly $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVC$ nazývame susedné uhly.
 Susedné uhly majú jedno rameno spoločné a zvyšné ramená
 sú opačné polpriamky.
 Susedné uhly sú: $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVC$



CVIČENIA

1. Narysujte pravý uhol AVB , zostrojte jeho os VO . Odmerajte uhly $\sphericalangle AVO$ a $\sphericalangle BVO$. Zapište ich veľkosti.
- 2. Narysujte trojuholník ABC , ktorého strany AC , BC majú dĺžku 7 cm a strana AB má dĺžku 5 cm. Bez merania určte, ktoré uhly $\triangle ABC$ majú rovnaké veľkosti. Svoje tvrdenie potom overte odmeraním a výsledky zapište.
- 3. Dvaja cyklisti idú po rôznych cestách s rôznym stúpaním. Na obrázku sú znázornené cesty, odmerajte veľkosti uhlov stúpania.



- 4. Narysujte uhly s veľkosťami:
a) $\alpha = 35^\circ$, b) $\beta = 135^\circ$, c) $\gamma = 37^\circ$, d) $\delta = 175^\circ$.
- 5. Narysujte dva susedné uhly, odmeraním zistite ich veľkosti a výsledky zapište.
- 6. Meraním sme zistili veľkosti uhlov: 35° , 45° , 62° , 45° , 63° , 35° . Označte ich písmenami gréckej abecedy a vypíšte dvojice zhodných uhlov.
- 7. Uhly α a β sú susedné uhly. Doplňte tabuľku:

α	30°		112°		78°
β		99°		170°	

4.5 Porovnávanie uhlov



Na obrázku sú narysované dva uhly. Odmeraním sme zistili, uhol α má veľkosť 72° a uhol β má veľkosť 105° .

Uhly α a β nie sú zhodné, lebo nemajú rovnaké veľkosti.

Uhol s veľkosťou 72° je menší ako uhol s veľkosťou 105° $\alpha < \beta$.



Z dvoch uhlov α , β je menší ten, ktorý má menšiu veľkosť
 $\alpha < \beta$

Rozdelenie uhlov podľa veľkosti

Odmeraním sme zistili, že pravý uhol má veľkosť 90° , priamy uhol má veľkosť 180° .

Uhly rôznych veľkostí majú takéto pomenovania:

	$\alpha < 90^\circ$	ostrý uhol
	$\alpha = 90^\circ$	pravý uhol
	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	tupý uhol
	$\alpha = 180^\circ$	priamy uhol



ostrý uhol < pravý uhol < tupý uhol < priamy uhol



PRÍKLAD 1

Sú dané veľkosti uhlov: 23° , 37° , 49° , 89° , 112° , 90° , 147° , 152° , 176° . Rozdeľte ich do skupín tak, aby v jednej skupine boli uhly ostré, v druhej pravé a v tretej skupine uhly tupé.



RIEŠENIE

Miško si napísal názvy skupín a uhly daných veľkostí zaradil takto:
ostré uhly: 23° , 37° , 49° , 89° ,
pravé uhly: 90° ,
tupé uhly: 112° , 147° , 152° , 176° .



ÚLOHA

Anička sa spýtala Miška: Prečo si to urobil práve takto? Zdôvodnite Aničke Miškov postup.



PRÍKLAD 2

Meraním sme zistili veľkosti uhlov $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 116^\circ$, $\gamma = 42^\circ$, $\delta = 179^\circ$, $\omega = 91^\circ$. Vyberte z nich najmenší a najväčší uhol a všetky zorad'te podľa veľkosti.



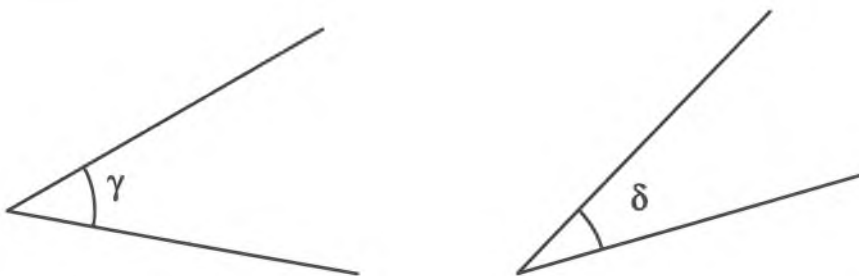
RIEŠENIE

Petrík uvažuje: Najmenší uhol má najmenšiu veľkosť. Uhol α je najmenší. Najväčší uhol má najväčšiu veľkosť. Uhol δ je najväčší. Potom napíše: $\alpha < \gamma < \omega < \beta < \delta$.



CVIČENIA

1. Na obrázku sú narysované uhly γ a δ . Rozhodnite, ktorý z nich je menší.



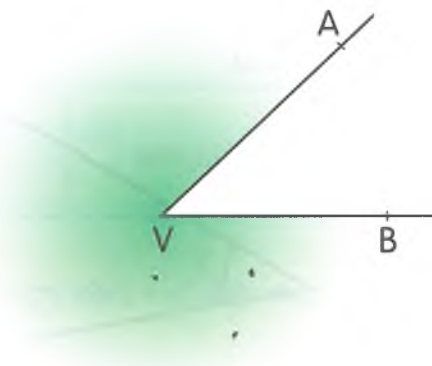
- 2. Sú dané veľkosti uhlov $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 37^\circ$, $\gamma = 112^\circ$, $\delta = 91^\circ$, $\omega = 2^\circ$. Zorad'te ich podľa veľkosti.
- 3. Narysujte ostrý uhol a odmerajte jeho veľkosť.
- 4. Narysujte dva tupé uhly, označte ich α , β . Odmerajte ich veľkosti a napíšte, ktorý z nich je väčší.
- 5. Narysujte uhol, ktorý je väčší ako ostrý. Zistite jeho veľkosť.
- 6. Narysujte dve rôznobežky p , q . Ich priesečník označte P . Vzniknú štyri uhly, označte ich α , β , γ , δ . Odmerajte ich. Zorad'te ich podľa veľkosti.
- 7. Sú dané uhly $\alpha = 91^\circ$, $\beta = 112^\circ$. Určte uhol, ktorý je menší ako uhly α a β , nie je však ostrý.
- 8. Dané sú uhly veľkosti 30° , 60° , 75° , 112° , 132° , 90° , 179° , 1° , 91° , 15° . Zorad'te uhly do skupín: ostré, pravé, tupé uhly.
- 9. Napíšte veľkosti aspoň troch uhlov, ktoré sú:
 a) ostré,
 b) tupé.

4.6 Uhol väčší ako priamy



PROBLÉM

Zvedavá Marienka nakreslila obrázok a vyfarbila časť roviny a pýta sa: Aj táto časť roviny je uhol?





RIEŠENIE

Petrík rozmýšľa: Tento uhol nie je ostrý, ani pravý, ani tupý, ani priamy.



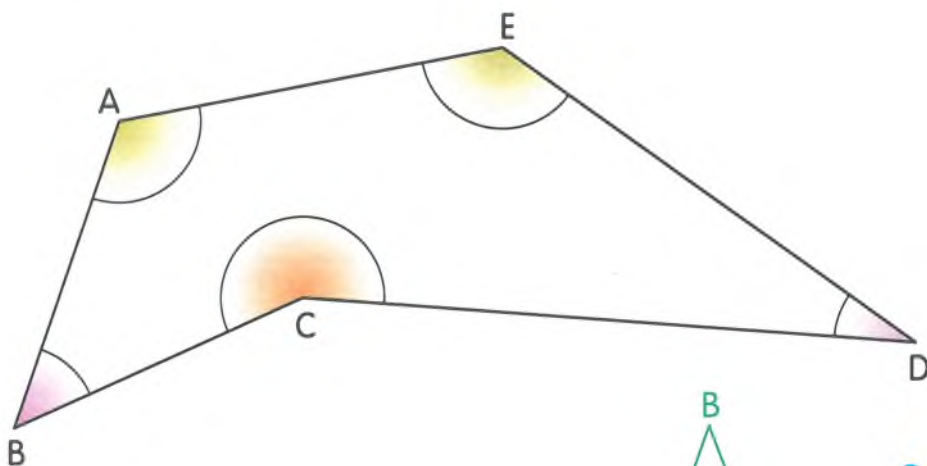
Takýto uhol je **väčší ako priamy**.

Zapisujeme: $\sphericalangle AVB$

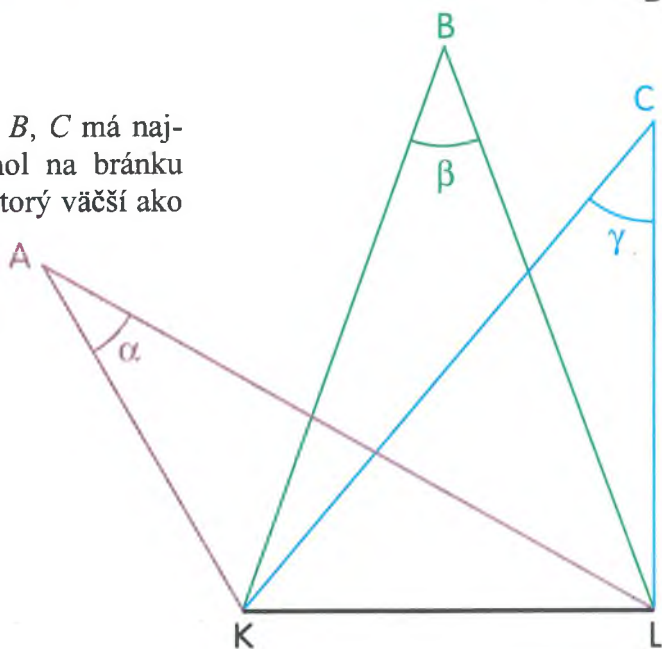


CVIČENIA

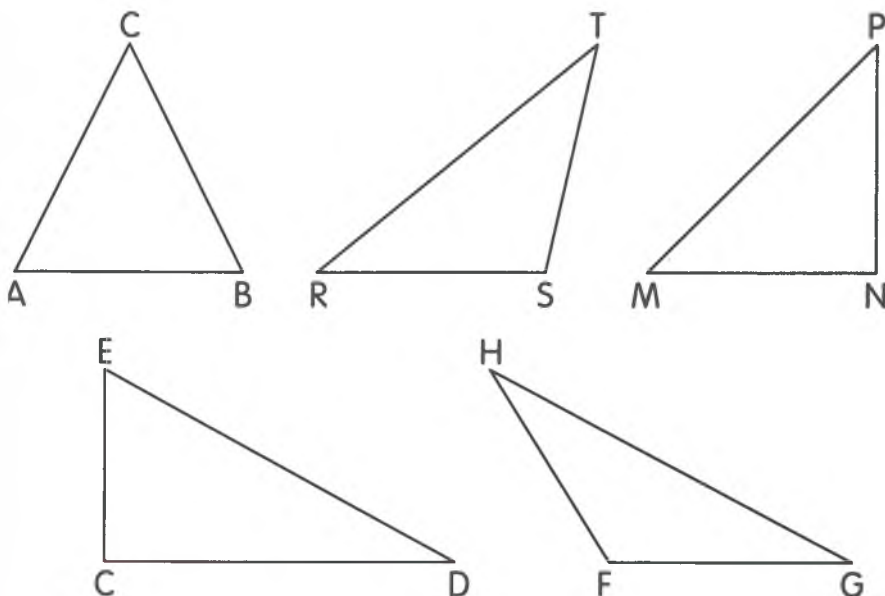
1. Zapište, ktoré z vyznačených uhlov na obrázku sú:
 - a) ostré,
 - b) tupé,
 - c) väčšie ako priame.



- 2. Ktorý z hráčov A , B , C má najväčší strelecký uhol na bránu KL ? Je z nich niektorý väčší ako priamy uhol?



Rozdelenie trojuholníkov podľa veľkosti jeho vnútorných uhlov



PRÍKLAD

Na obrázku sú narysované rôzne trojuholníky.

Nájdite aspoň jeden trojuholník, ktorého

- všetky vnútorné uhly sú ostré,
- jeden uhol je pravý,
- jeden uhol je tupý,
- jeden uhol je pravý a jeden uhol tupý.






RIEŠENIE

Miško, Janko a Ferko sa poradili a napísali riešenie príkladu:

- Trojuholník ABC má všetky uhly ostré.
- Trojuholník MNP má jeden uhol pravý, aj trojuholník CDE má jeden uhol pravý.
- Trojuholník RST má jeden uhol tupý, aj trojuholník HFG má jeden uhol tupý.
- Takúto vlastnosť nemá ani jeden trojuholník.

Posúďte riešenie trojice chlapcov.

	trojuholník má všetky uhly ostré	ostrouhlý trojuholník
	trojuholník má jeden pravý uhol	pravouhlý trojuholník
	trojuholník má jeden tupý uhol	tupouhlý trojuholník



Každý trojuholník má vždy najmenej dva vnútorné uhly ostré. Tretí uhol môže byť ostrý, pravý alebo tupý.

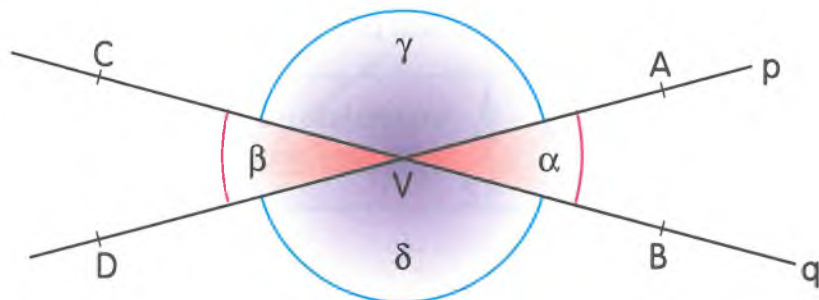


CVIČENIA

3. Narysujte ľubovoľný ostrouhlý trojuholník, odmerajte jeho vnútorné uhly a veľkosti zapíšte.
- 4. Narysujte ľubovoľný pravouhlý trojuholník, odmerajte jeho vnútorné uhly a strany. Veľkosti uhlov a dĺžky strán zapíšte. Oproti ktorému uhlu leží najväčšia strana?
- 5. Narysujte ľubovoľný tupouhlý trojuholník, odmerajte jeho vnútorné uhly a strany. Veľkosti uhlov a dĺžky strán zapíšte. Zapíšte zvlášť veľkosť uhla, ktorý leží oproti najväčšej strane.
- 6. Narysujte jeden ostrouhlý a jeden tupouhlý trojuholník.
- 7. Narysujte štvorec $ABCD$ so stranou $a = 5$ cm. Narysujte úsečky AC a BD a označte ich spoločný bod S . Odmerajte:
 - a) $\sphericalangle ASB$, $\sphericalangle BSC$,
 - b) úsečky AS , BS , CS , DS .
 Porovnajzte veľkosti uhlov a veľkosti odmeraných úsečiek.
- 8. Narysujte obdĺžnik so stranami $a = 7$ cm, $b = 5$ cm. Narysujte úsečky AC , BD , ich spoločný bod označte S . Odmerajte $\sphericalangle ASB$, $\sphericalangle ASD$ a ich veľkosti porovnajzte.

4.7 Vrcholové uhly

Dve rôznobežné priamky rozdelia rovinu na štyri uhly, ktoré tvoria dve dvojice vrcholových uhlov



Dvojice vrcholových uhlov: $\sphericalangle AVB$ a $\sphericalangle CVD$
 $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVD$



Dvojice vrcholových uhlov majú spoločný vrchol, ich ramená sú opačné polpriamky.



ÚLOHA

Odmerajte každý uhol z dvojice vrcholových uhlov a výsledky porovnajte.



Každé dva vrcholové uhly sú zhodné.



PRÍKLAD

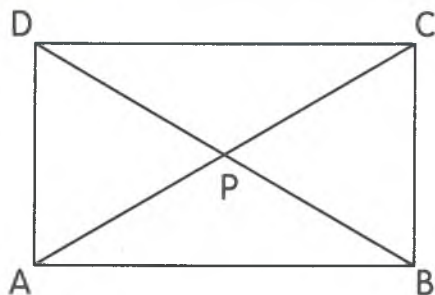
Narysujte obdĺžnik $ABCD$, narysujte úsečky AC a BD . Ich priesečník označte P . Porovnajte $\sphericalangle APB$ s $\sphericalangle CPD$ a $\sphericalangle APD$ s $\sphericalangle BPC$.



RIEŠENIE

Úsečky AC a BD ležia na dvoch rôznobežných priamkach. Tieto priamky určujú dve dvojice vrcholových uhlov.

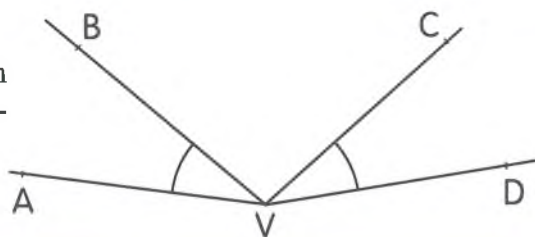
Preto $\sphericalangle APB \cong \sphericalangle CPD$
 $\sphericalangle APD \cong \sphericalangle BPC$





PROBLÉM

Každé dva uhly so spoločným vrcholom sú vrcholové? Opýtala sa Marienka.



RIEŠENIE

Miško jej odpovedal: Nie, spoločný vrchol nie je postačujúcou podmienkou na to, aby uhly boli vrcholové. Ich ramená musia byť opačné polpriamky.

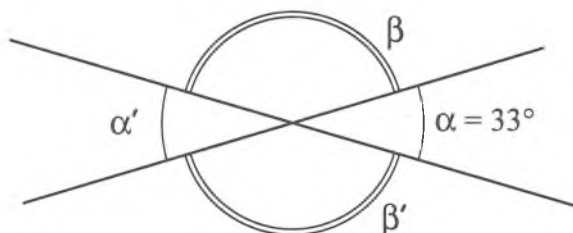


CVIČENIA

1. Narysujte dve kolmé priamky AB , CD , ich spoločný bod označte V . Vypíšte dvojice susedných uhlov a dvojice vrcholových uhlov určených priamkami AB a CD .

..... 2. Porovnajzte dvojice uhlov $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle AVD$, $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVD$ z predchádzajúceho cvičenia.

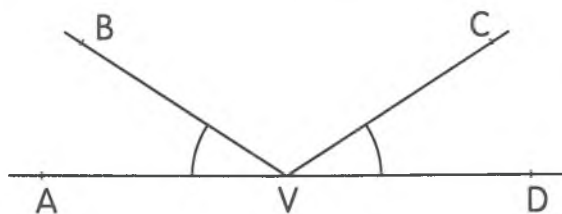
..... 3. Vypočítajte veľkosti všetkých uhlov na obrázku.



..... 4. Narysujte $\sphericalangle MNP$. Zostrojte k nemu vrcholový uhol a označte ho. Zostrojte osi obidvoch uhlov. Čo možno povedať o týchto osiach?

..... 5. Narysujte dve rôznobežné priamky AB a CD . Vzniknú štyri uhly. Zostrojte ich osi. Odmerajte uhly, ktoré sú určené ich osami. Výsledok zapíšte.

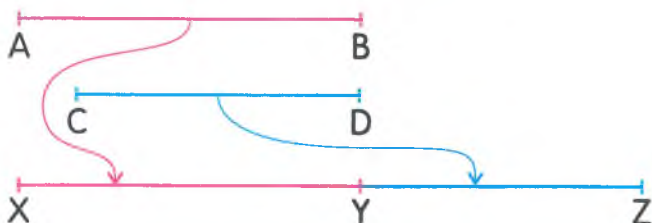
..... 6. Rozhodnite, či uhly $\sphericalangle AVB$ a $\sphericalangle CVD$ znázornené na obrázku sú vrcholové.



4.8 Sčítovanie a odčítovanie uhlov a ich veľkostí

ZOPAKUJME SI

Na obrázku sú narysované úsečky AB a CD .
Zostrojte úsečku XZ , ktorá je súčtom úsečiek AB a CD



$$\begin{array}{l} AB \cong XY \\ CD \cong YZ \\ \hline AB + CD = XZ \end{array}$$



PROBLÉM 1

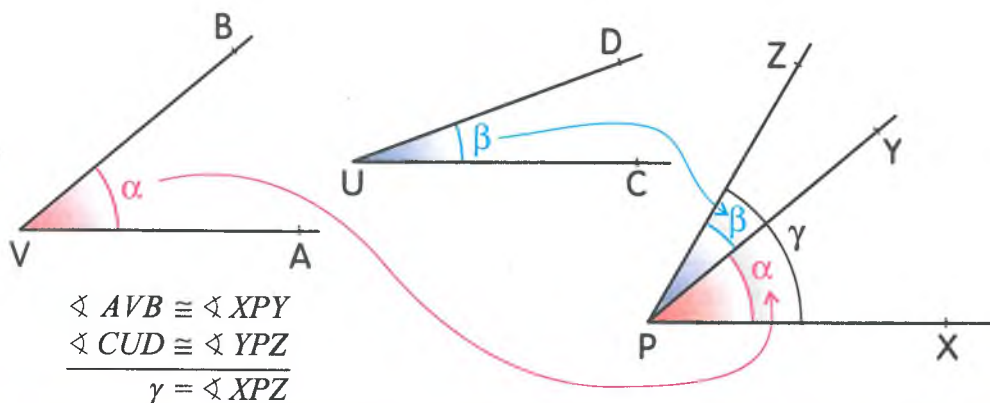
Marienka sa pýta Miška: Poznáme dva uhly α a β . Môžeme zostrojiť uhol γ , ktorý budeme nazývať ich súčtom?



RIEŠENIE

Miško pokrčil plec, Petrik začal uvažovať. Postupujme podobne ako pri sčítovaní úsečiek. Prenesme obidva uhly tak, aby mali spoločné rameno.

Marienka hovorí: Nerozumiem ako to myslíš, predved' nám to!



Uhol XPZ je súčtom uhlov $\sphericalangle AVB$ a $\sphericalangle CUD$.

Zapišeme: $\sphericalangle AVB + \sphericalangle CUD = \sphericalangle XPZ$

$$\alpha + \beta = \gamma$$



ÚLOHA

Narysujte uhly s veľkosťami $\alpha = 30^\circ$ a $\beta = 75^\circ$. Zostrojte kružidlom a pravítkom ich súčet $\gamma = \alpha + \beta$.

Odmerajte uhol a zistite, či platí $\gamma = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$.



PRÍKLAD 1

Na obrázku sú narysované uhly veľkosti 35° a 110° . Bez narysovania a merania vypočítajte veľkosť súčtu týchto uhlov.



RIEŠENIE

$35^\circ + 110^\circ = 145^\circ$. Veľkosť súčtu daných uhlov je 145° .



PROBLÉM 2

Marienka si spomenula na jeden problém, ktorý ju napadol, keď sme hovorili o uhle väčšom ako priamom, a to: Ako odmerať uhol väčší ako priamy.



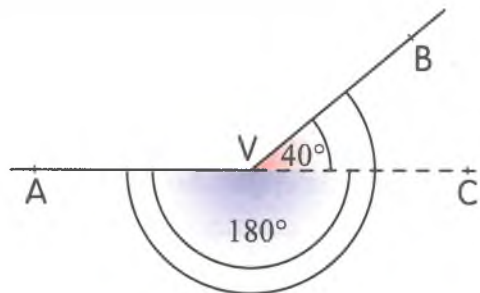
RIEŠENIE

V triede ostalo ticho. Nik jej neodpovedal. Zrazu Petrik narysuje ľubovoľný uhol väčší ako uhol priamy. Vezme uhlomer, otočí ho a povie: Veľkosť uhla $\sphericalangle AVB$ je 220° .



Števko prekvapený hovorí:
Ako si to tak rýchlo zistil?

Petrík ukáže na obrázok a vysvetľuje: Pozeraj sa, $\sphericalangle AVB$ možno považovať za súčet dvoch uhlov – uhla priameho a $\sphericalangle CVB$. Stačí odmerať $\sphericalangle CVB$, jeho veľkosť je 40° a veľkosť priameho uhla je 180° . Potom veľkosť



$\sphericalangle AVB$ je $180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$.

$$|\sphericalangle AVB| = |\sphericalangle AVC| + |\sphericalangle CVB| = 180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$$



Uhly väčšie ako priame majú veľkosť väčšiu ako 180° .



PRÍKLAD 2

Narysujte uhol $\sphericalangle AVB$, ktorého veľkosť je 255° .



RIEŠENIE

Narysujeme polpriamku AV . Tenkou čiarou narysujeme aj polpriamku VC k nej opačnú. Uhol $\sphericalangle AVC$ má veľkosť 180° . $255^\circ = 180^\circ + 75^\circ$. Narysujeme uhol $\sphericalangle CVB$, ktorý má veľkosť 75° .

$$\sphericalangle AVB = \sphericalangle AVC + \sphericalangle CVB.$$

$$|\sphericalangle AVB| = 180^\circ + 75^\circ = 255^\circ$$

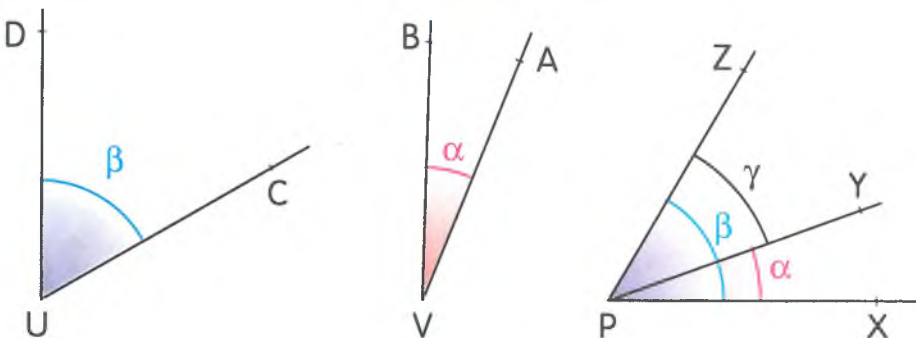


PROBLÉM 3

Naučili sme sa sčítovať uhly. Môžeme uhly aj odčítat'?



RIEŠENIE



Prenesieme $\sphericalangle AVB$ a $\sphericalangle CUD$, dostaneme uhly $\sphericalangle XPY$ a $\sphericalangle XPZ$, ktoré majú spoločné rameno PX . Vznikol uhol $\sphericalangle YPZ$.

$$\gamma = \sphericalangle YPZ,$$

$$\gamma = \beta - \alpha.$$



Uhol γ je rozdielom uhlov β a α .
 Od väčšieho uhla, t. j. uhla β odčítame menší uhol α .

$$\beta - \alpha = \gamma$$



PRÍKLAD 3

Narysujte uhly s veľkosťami $\alpha = 70^\circ$ a $\beta = 160^\circ$. Zostrojte kružidlom ich rozdiel $\gamma = \beta - \alpha$. Odmerajte uhol γ a overte rovnosť $\gamma = 160^\circ - 70^\circ$.



RIEŠENIE

Miško narysoval uhly s veľkosťami $\alpha = 70^\circ$ a $\beta = 160^\circ$ a odčítal ich. Odmeral uhlomerom uhol $\gamma = \beta - \alpha$ a hovorí: Nameram som 90° . Petrik vykrikuje: Rysoval a meral si presne, pretože $160^\circ - 70^\circ = 90^\circ$. Marienka sa pridala: Ja som výsledok ešte skontrolovala aj trojuholníkovým pravítkom s ryskou.



CVIČENIA

- Narysujte dva ostré uhly $\alpha = \sphericalangle MNP$ a $\beta = \sphericalangle SRQ$. Zostrojte ich súčet. Potom uhly odmerajte a výsledok overte výpočtom.
- Narysujte ostrý uhol $\alpha = \sphericalangle AVB$ a tupý uhol $\beta = \sphericalangle CUD$. Zostrojte rozdiel $\beta - \alpha = \gamma$. Potom uhly odmerajte a výsledok overte výpočtom.
- Narysujte uhly s veľkosťami 240° , 260° , 210° .
- Narysujte ľubovoľný uhol väčší ako priamy. Odmerajte jeho veľkosť.
- Vypočítajte:

$60^\circ + 40^\circ$	$105^\circ - 15^\circ$	$15^\circ + 90^\circ$
$180^\circ - 45^\circ$	$105^\circ + 75^\circ$	$135^\circ - 45^\circ$
- Narysujte útvar $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ s dĺžkami $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 4$ cm. Odmerajte vnútorné uhly $\sphericalangle BAD$ a $\sphericalangle ADC$, sčítajte ich veľkosti. Výsledok skontrolujte graficky.
- Môže mať trojuholník dva pravé uhly?
- Narysujte ľubovoľný pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C . Odmerajte uhly $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle CBA$. Ich veľkosti zapíšte, potom výpočtom i graficky zistite ich súčet.
- Narysujte pravouhlý trojuholník ABC , $AC = 5$ cm, $BC = 5$ cm. Odhadom určte veľkosť uhlov $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle CBA$. Výsledok skontrolujte meraním. Opäť určte veľkosť súčtu týchto uhlov.

4.9 Násobenie a delenie uhlov dvoma

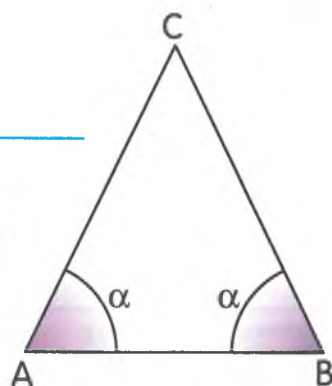


ÚLOHA

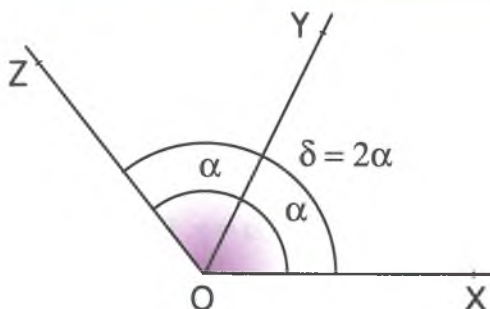
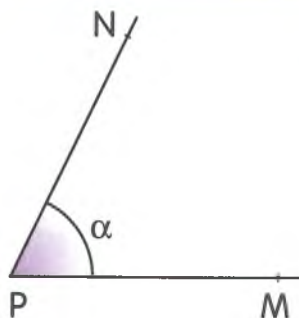
V trojuholníku ABC je $\sphericalangle BAC$ zhodný s $\sphericalangle ABC$.
Narysujte uhol $\gamma = \sphericalangle ABC + \sphericalangle BAC$.

$$\sphericalangle ABC + \sphericalangle BAC = \delta$$

$$\sphericalangle \delta = \alpha + \alpha = 2\alpha$$



Každý uhol, ktorý je menší ako priamy, môžeme násobiť dvoma.
Uhol δ je dvojnásobok uhla α .



$$\sphericalangle XOY + \sphericalangle YOZ = \sphericalangle XOZ = 2 \cdot \sphericalangle XOY$$



PRÍKLAD 1

Narysujte $\sphericalangle AVB$ s veľkosťou 115° a zostrojte jeho dvojnásobok.



RIEŠENIE

Miško vzal pravítko, uhlomer a kružidlo a začal pracovať. Narysoval uhol $\alpha = \sphericalangle AVB$ s veľkosťou 115° .

Prenesením $\sphericalangle AVB$ zostrojil $\sphericalangle BVC$,

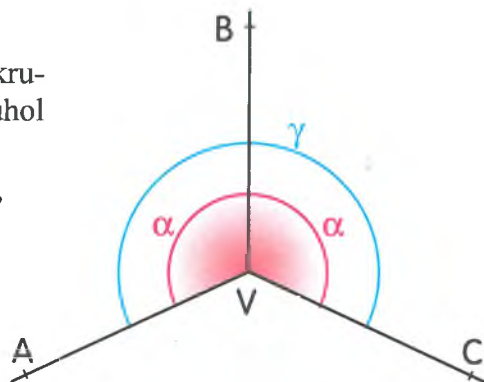
$$\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle BVC$$

Zapísal:

$$\sphericalangle AVC = 2 \cdot \sphericalangle AVB, \gamma = \sphericalangle AVC$$

$$\gamma = 2 \cdot \sphericalangle AVB$$

$$\gamma = 2 \cdot 115^\circ = 230^\circ$$



Marienka prezrela obrázok a skontrolovala Miškov postup. Odmerala uhlomerom veľkosť $\sphericalangle AVB$, veľkosť $\sphericalangle BVC$ a veľkosť $\sphericalangle AVC$.
Skutočne $115^\circ + 115^\circ = 2 \cdot 115^\circ = 230^\circ$



PROBLÉM

Anička hovorí: Čísla môžeme násobiť a deliť. Naučili sme sa aj násobiť uhly. Môžeme ich aj deliť?



RIEŠENIE

Petrík pohotovo hovorí: Veď to už dávno vieme robiť. Delili sme uhol dvoma pri zostrojovaní osi uhla.



PRÍKLAD 2

Narysujte uhol $\sphericalangle AVC$ s veľkosťou 140° . Zostrojte uhol, ktorý bude polovicou uhla $\sphericalangle AVC$.



RIEŠENIE

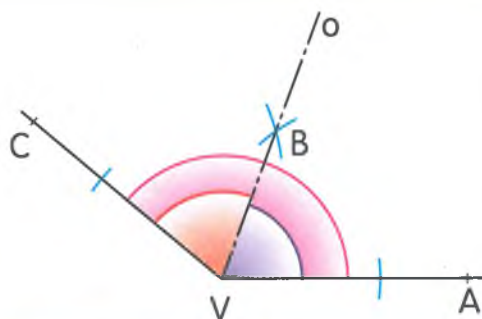
Zostrojíme $\sphericalangle AVC$, ktorého veľkosť je 140° .

Zostrojíme os VB tohto uhla.

$$\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle BVC$$

$$\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle AVC : 2$$

$$70^\circ = 140^\circ : 2$$



Uhly a ich veľkosti môžeme deliť dvoma.



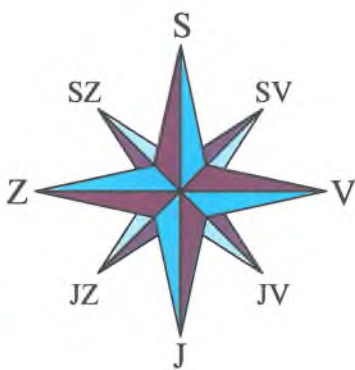
CVIČENIA

1. Narysujte $\sphericalangle AVB$ s veľkosťou 30° . Zostrojte jeho dvojnásobok. Vypočítajte veľkosť tohto uhla, výsledok overte meraním.
- 2. Bez rysovania napíšte veľkosť dvojnásobku štyridsaťpäťstupňového uhla.
- 3. Bez uhlomeru zostrojte uhol, ktorého veľkosť je 45° .

- 4. Ktorý uhol je dvojnásobkom pravého uhla?
- 5. Narysujte pomocou uhlomera uhol, ktorého veľkosť je 60° . Kružidlom a pravítkom zostrojte uhol veľkosti 30° . Urobte kontrolu meraním.
- 6. Na obrázku sú hodiny. Ručičky ukazujú 2 hodiny. Odmeraním zistíte veľkosť uhla, ktorý určujú ručičky? Bez merania napíšte veľkosť uhla, ktorý budú určovať ručičky:
- o 4. hodine,
 - o 8. hodine.



- 7. Na obrázku je smerová ružica, pomocou ktorej určte uhol pochodu (jeho jedno rameno vždy smeruje na sever a druhé určuje smer pochodu).



Určte veľkosť pochodového uhla, pričom smer pochodu je

- severovýchodný
- juhovýchodný
- južný
- juhozápadný
- západný




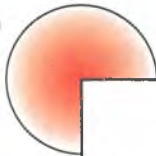
- 8. Narysujte uhly α , β s veľkosťami $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 140^\circ$.
- zostrojte uhol $\delta = 2 \cdot \alpha$,
 - zostrojte uhol $\gamma = \beta : 2$.
- Výsledky skontrolujte výpočtom a meraním uhlomerom.





VYSKÚŠAJTE SA!

1. Určte veľkosti uhlov najskôr odhadom a potom meraním:

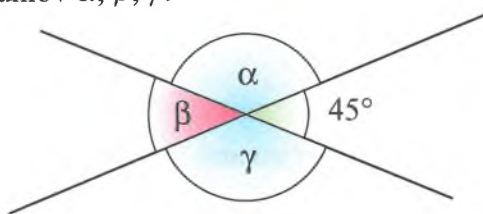
a)  odhad
meranie

c)  odhad
meranie

b)  odhad
meranie

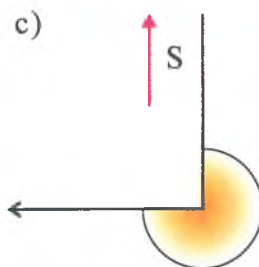
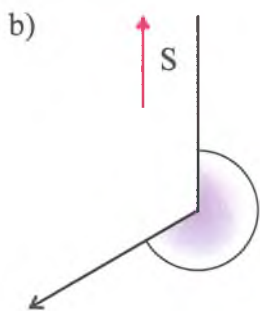
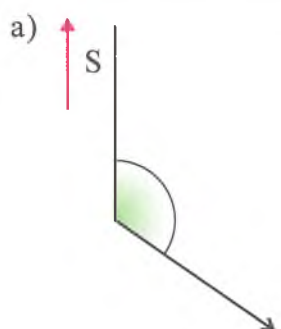
d)  odhad
meranie

..... 2. Určte veľkosti uhlov α , β , γ :



α
 β
 γ

..... 3. Určte veľkosť pochodového uhla

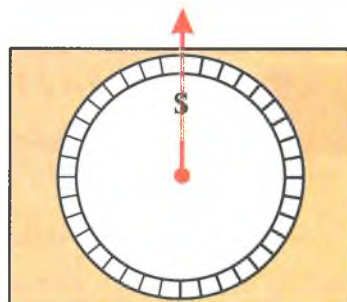


odhad
meranie

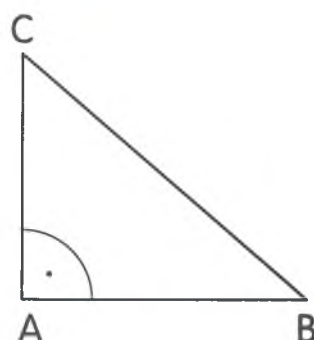
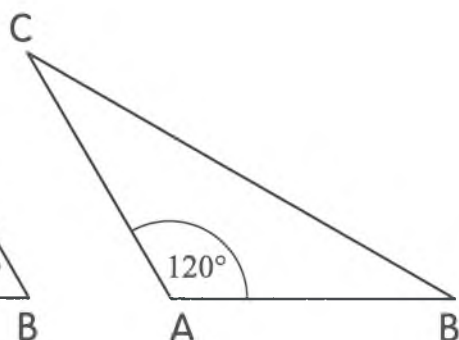
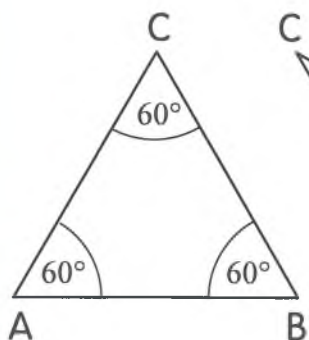
odhad
meranie

odhad
meranie

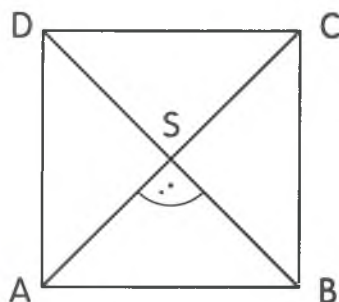
- 4. Vyznačte v obrázku smer pochodu, keď veľkosť pochodového uhla je:
- $\alpha = 45^\circ$,
 - $\beta = 120^\circ$,
 - $\gamma = 135^\circ$,
 - $\delta = 330^\circ$



- 5. Trojuholník ABC je



- 6. Na obrázku je narysovaný štvorec $ABCD$.
- Bez merania určte veľkosť $\sphericalangle ASB$.
 - Vypíšte všetky pravouhlé trojuholníky, ktoré sú narysované na obrázku.





*V matematike neexistuje
zvláštna cesta pre kráľa.*

Euklides

Euklides

(365? – 300? pred n. l.)

bol poprednou osobnosťou v chráme múz Muzeióne. Túto starovekú „Akadémiu vied“ založil na začiatku 3. storočia pred n. l. v hlavnom meste Egypta, Alexandrii, panovník Ptolemaios I. Sotér. Inštitúcia sústreďovala značnú časť gréckeho umenia a vedy.

V Muzeióne Euklides napísal 13-zväzkový prehľadný súhrn matematických poznatkov gréckej školy: ZÁKLADY. Toto dielo, ktoré vyšlo od svojho vzniku vo vyše 1 000 vydaniach, bolo základnou učebnicou pre mnohých významných svetových matematikov.

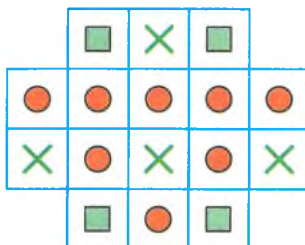
ROZUM DO HRSTI

Vybrali sme niekoľko problémových úloh. Sú náročnejšie, ako sme uviedli v cvičeniach. Ak máte záujem o matematiku, sú určené pre vás. Skúste ich vyriešiť!



- 1. Kráľ sa rozhodol rozdeliť stádo tiav medzi svojich piatich synov. Tiav bolo viac ako 50 a menej ako 60. Najmladšiemu dal najmenej tiav, staršiemu o 3 ťavy viac, ešte staršiemu o 3 viac a tak ďalej. Koľko tiav dostal každý syn?
- 2. V istom mesiaci mali tri soboty párne dátum. Aký deň v týždni pripadol v tomto mesiaci na 28-eho?
- 3. Kváder s rozmermi 260 mm, 120 mm, 40 mm rozrezali na kocky s hranou 2 cm. Všetky kocky, ktoré takto dostali, postavili do radu. Aký dlhý rad vznikol?
- 4. Nakreslite 5 rôznych bodov A, B, C, D, E neležiacich na jednej priamke tak, aby boli vrcholmi:
- a) čo najväčšieho počtu neprekrývajúcich sa trojuholníkov,
 - b) čo najmenšieho počtu neprekrývajúcich sa trojuholníkov.
- (Dva trojuholníky sa neprekrývajú, ak nemajú žiadny spoločný bod, majú spoločný jeden bod alebo spoločnú jednu úsečku).
- 5. Namiesto hviezdíček vpište číslice tak, aby bol súčet naznačených štvorciferných čísel správny
- $$\begin{array}{r} 6 * 5 1 \\ 5 * * 7 \\ * 5 7 * \\ \hline * 2 4 8 0 \end{array}$$
- 6. Marienka išla s rodičmi autom na návštevu ku starým rodičom. Všimla si, že na tachometri je symetrické číslo 23 932. Takéto číslo vyzerá spredu ako zozadu. Ďalšie symetrické číslo sa na tachometri objavilo až po dvoch hodinách jazdy. Koľko kilometrov prešli za tie dve hodiny?

-
7. Otec má štyroch synov a pozemok tvaru znázornenom na obrázku



Na pozemku sú vysadené ovocné stromy – 8 jabloní, 4 hrušky a štyri marhule podľa uvedeného náčrtku.

Tento pozemok chcel rozdeliť po vyznačených čiarach na štyri rovnako veľké záhrady rovnakého tvaru tak, aby v každej boli dve jablone, jedna hruška a jedna marhuľa. Načrtnite tri rôzne spôsoby, ako to možno urobiť.

-
8. Medzi štyrmi mestami A , B , C , D treba zriadiť tri letecké linky. Chceme, aby sa z každého mesta dalo lietadlom dostať do všetkých ostatných miest (priamo alebo s prestupovaním). Jedno z riešení je na obrázku.



Nájdite ostatné možnosti.

-
9. Prváčka Danka bola vždy veľmi zvedavá a netrpezlivo očakávala deň, kedy dostane svoje prvé vysvedčenie. Pani učiteľka jej povedala: Pri školskej bráne máme 8 schodov. Dohodnime sa, že od zajtra každý deň prejdeš po schodoch do školy iným spôsobom. Musíš však dodržať dve podmienky.

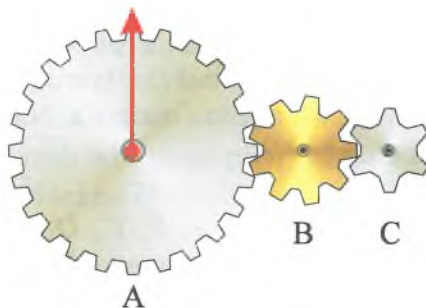
1. Každýkrát musíš stúpiť na prvý schod.
2. Z každého schodu môžeš stúpiť buď na nasledujúci, alebo jeden môžeš preskočiť a stúpiť hneď na ten ďalší.

V ten deň, keď vyčerpáš už aj poslednú možnosť, budeme rozdávať vysvedčenie.

Koľkokrát musela Danka prejsť po schodoch, aby dostala vysvedčenie?

..... 10. Pýtali sa robotníka, akú hlbokú jamu kope. Odpovedal im takto: Meriam 180 cm. Keď vykopem celú jamu, bude moja hlava pod povrchom zeme tak hlboko, koľko je teraz nad povrchom zeme. Mám vykopanú polovicu jamy.

..... 11. Peter nosil staré náramkové hodinky. Rozobral ich a z troch ozubených koliesok *A*, *B*, *C* postavil súkolie, ktoré je znázornené na obrázku. Počet zubov na jednotlivých kolieskach je 24, 9, 6. Na najväčšom koliesku je ryskou vyznačená minútová ručička. Koľkokrát musíme otočiť koliesko *C*, aby sa minútová ručička otočila o 1 hodinu a 45 minút?



..... 12. Na istom ostrove je 7 miest. Spojári mali pospájať dvojice miest telefónnymi káblami tak, aby sa z každého mesta dalo telefonovať do všetkých ostatných (ak sa dá telefonovať z *A* do *B*, z *B* do *C*, možno telefonovať aj z *A* do *C*). Spojári položili 15 káblov. Po nejakom čase prišla reklamácia, že úlohu nesplnili. Isté dve mestá nemôžu naviazať spojenie.

..... 13. Trojuholník som rozdelil jednou úsečkou tak, že na obrázku boli 3 trojuholníky.



Možno trojuholník rozdeliť dvoma úsečkami tak, aby na obrázku boli 3, 4, 5, 6 alebo 8 trojuholníkov? Ku každej možnosti nakreslite obrázok.

VÝSLEDKY CVIČENÍ

1.1 Prirodzené čísla a nula

2. $5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1$; $1 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1$; $9 \cdot 10\,000 + 1 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1$; $2 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 1$; $5 \cdot 100\,000 + 0 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1$; **5.** 1 000; 999; **6.a)** 3 560; **b)** 8 540 000; **c)** 20 220; **d)** 123 456; **e)** 542 003; **7.a)** 34; **b)** 96; **c)** 346; **d)** 9 864; **8.a)** 33; **b)** 99; **c)** 333; **d)** 9 999; **9.a)** 10, 12, 17, 20, 21, 27, 70, 71, 72; **b)** 102, 107, 120, 127, 170, 172, 201, 207, 210, 217, 270, 271, 701, 702, 710, 712, 720, 721; **c)** 1 027, 1 072, 1 207, 1 270, 1 702, 1 720, 2 017, 2 071, 2 107, 2 170, 2 701, 2 710, 7 012, 7 021, 7 102, 7 120, 7 201, 7 210; **10.a)** 220, ..., 229; **b)** 211, 222, 233, 244, 255, 266, 277, 288, 299; **11. a)** 999; **b)** 10 000 000.

1.2 Číselná os. Porovnávanie a zaokrúhľovanie čísel

3.a) 1 150, 1 151, 1 152, 1 153, 1 154, 1 155, 1 156; **b)** 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100; **c)** 1 800, 1 900, 2 000, 2 100, 2 200, 2 300, 2 400; **4.** Prípady a – c majú viac riešení: **a)** 1 024, ... 1 029; **b)** 116, ... 119; **c)** 1, ... 9; **d)** 104; **5.** Každý prípad má viac riešení: **a)** $201 < 221 \dots 281 < 231 \dots 291$; **b)** $3\,104 < 3\,105 \dots 3\,109 < 3\,110$; **c)** $153 < 163 \dots 193 < 164 \dots 194$; **d)** $120 \dots 128 < 121 \dots 129 < 130 \dots 190$; **6.a)** 345, ..., 354; **b)** 15, ..., 24; **c)** 1 105, ..., 1 114; **d)** 625, ..., 634; **7.** 10, 20, 30, 60, 50, 100, 260, 830, 160, 1 130, 2 890, 150; **8.a)** 450, ..., 549; **b)** 550, ..., 649; **c)** 1 350, ..., 1 449; **d)** 3 050, ..., 3 149; **9.** najmenšie: 2 350; najväčšie: 2 449; **10.** 100, 400, 400, 100, 1 700, 1 500, 600, 1 600, 3 100, 300; **11.** 2 000, 6 000, 8 000, 9 000, 10 000, 1 000; **12.** v rokoch 1775 až 1784; **13.** 250 až 349; **14.** 55 až 64 lebo polovica je 60 strán; **17.** 29 500; **18.** 384 000; **19.** najmenšia: 149 450 000, najväčšia: 149 549 999.

1.3 Sčítovanie a odčítovanie prirodzených čísel

2. 1 184 km; **3.** Jurko: 481 Sk; spolu: 837 Sk; **4.a)** 714, 776, 838, 900, 962; **b)** 617, 582, 547, 512, 477; **5.** 165 003; **6.** 9 065, 8 999, 1 001, 9 926; **7.** o 284 korún; **8.** 17 strán; **9.a)** 3 638 **b)** 72 905 **c)** 1 333

$$\begin{array}{r} 8\,707 \\ 12\,345 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 54\,276 \\ 127\,181 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2\,022 \\ 6\,636 \\ \hline 9\,991 \end{array}$$

10.a) 1 183; **b)** 9 281; **c)** 5 321; **d)** 8 254; **e)** 9 000; **f)** 12 101; **11.a)** 9 370; **b)** 1 546; **c)** 5 195; **d)** 7 864; **e)** 1 900; **f)** 4 996; **12.a)** 4 146; **b)** 10 382; **c)** 20 512; **d)** 19 536; **13.a)** 7 130; **b)** 4 800; **c)** 4 700; **d)** 5 300; **16.**

68	63	64
61	65	69
66	67	62

17. 422 460; **18.** 10 541, 121 164; **19.** 31 628; **20.** 677 ton ovsu; **21.** 188 rokov, **22.** nezmení sa; **23.** 245.

1.4 Násobenie a delenie prirodzených čísel

2.a) 120; b) 60; c) 200; d) 70; 3.a) 3 580; b) 560; c) 500; d) 140; e) 210; f) 800; 4.a) 240, 480, 720, 1 200, 1 270, 2 540, 3 810, 6 350, 11 000, 22 000, 33 000, 55 000, 42 280, 84 560, 126 840, 211 400; b) 2 400, 4 800, 9 600, 12 700, 25 400, 50 800, 51 200, 102 400, 204 800, 110 000, 220 000, 440 000, 422 800, 845 600, 1 691 200; c) 24 000, 48 000, 72 000, 127 000, 254 000, 381 000, 1 100 000, 2 200 000, 3 300 000, 4 228 000, 8 456 000, 12 684 000; 6.a) 1 084; b) 987; c) 10 790; d) 68 106; e) 20 200; 7.b) 575, 816, 2 940, 26 285, 71 796; 9.a) 28, 112, 448, 1 792, 7 168; b) 1 280, 640, 320, 160, 80; 10. $528 \cdot 3 = 1 584$, $391 \cdot 4 = 1 564$, $528 \cdot 3 > 391 \cdot 4$; 11. asi 18-krát; 12. nie $25 : 8 = 3$ zvyšok 1, jedno jablko zvýši; 13.a) chodec 8 hodín, cyklista 2 hodiny; b) chodec 2 hodiny, cyklista pol hodiny; c) chodec 20 hodín, cyklista 10 hodín; d) chodec 5 hodín, cyklista 2 a pol hodiny; 14. 4 830 korún; 15. 469, 536; rozdiel 67; 16. 762 kg; 17. 480, 1 440, 7 200, 20 160; 19. 300, 1 800, 3 600, 259 200; 20. 87 km.

1.5 Rovnice

1.a) 22; b) 5; c) 18; d) 7; e) 0; f) 1 035; 2.a) 22, 10; b) 24, 14; c) 0, 90; 3.a) $x = 3 \cdot 9$, $x = 27$; b) $x = 30 : 3$, $x = 10$; c) $x = 50 - 6$, $x = 44$; d) $x = 15 + 25$, $x = 40$; 4.a) 13; b) $x = 4$; c) $x = 3$; 5.a) $x = 9$; b) $x = 45$; c) $x = 24$; d) $x = 12$; 6.a) $x = 7$; b) $x = 90$; c) $x = 60$; d) $x = 7$; 7.a) $x = 42$; b) $x = 6$; c) $x = 3$; d) $x = 16$; 8.a) $x = 2$; b) $x = 5$; c) $x = 1$; d) $x = 10$; 9.a) $c = 2$; b) $a = 17$; c) $y = 100$; d) $v = 10$.

1.6 Nerovnice

2.a) $23 < 33$ áno; b) $6 > 4$ áno; c) $100 < 52$ nie; d) $29 > 34$ nie; 3.a) $x > 1$; b) $x > 3$; c) $x = 0$ alebo $x = 1$; d) $x = 0$ alebo $x = 1$; 4.a) $y > 7$; b) $y < 3$; c) $y < 1$; 5. 81 až 94 korún; 6. menej ako 59 strán; 7. najviac 704 Sk; 8.a) 7 000 Sk; b) 14 dní.

1.7 Slovné úlohy

1. prostredný brat 3, Janka 9, mama 30, otec 36; nie; 2. 2 400; 3. Jurko 6, Tomáš 17; nie; 4. 680; 5. 180 detí; v chate (116); 6.a) rovnako; b) rovnako; 7. 22 000; 8. 4 hodiny; 9.a) 10; b) nie; 10. 3; 11. o 100; 12. 4; 13. hamburgery 159, pizza 53; 14. hamburgery 234, špagety 39, spolu 390; 15. Peter 132, Janko 22, Miško 44; 16. spolu 182; Lenka 26, Janka 51, Martin 92; 17. 702; 18.a) Martinka 96, Anička 58; b) 154, c) 78.

1.8 Priamka a úsečka. Dĺžka úsečky

2.a) priamky AB, BC, CD, AD, AC, BD ;
b) úsečky AB, BC, CD, AD, AC, BD .

5.	m	dm	cm	mm
	3	30	300	3 000
	2	20	200	2 000
	4	40	400	4 000
	6	60	600	6 000
	5	50	500	5 000

7. 3 m 5 dm	5 m 3 dm	7 m 5 dm	8. 350 mm	100 mm	15 mm
2 m	5 m	1 m 1 dm	400 mm	50 mm	210 mm
3 m 1 dm	5 m 5 dm	1 m 1 dm	2 000 mm	550 mm	110 mm

1.9 Obvody rôznych obrazcov

3. $o_1 = 16$; $o_2 = 24$; 4. 150 m; 5. 12 cm.

1.10 Kružnica a kruh

6. a) áno; b) nie.

1.11 Kolmice na danú priamku

1. $AB, AD; AB, BC; BC, CD; CD, AD$; 2. MN, NP ; 3. Útvar $TSPC$ je štvorec.

1.12 Rovinné a priestorové útvary

2. susedné: $AB, BC; AB, AD; BC, CD; CD, AD$; protiľahlé: $AB, CD; BC, AD$; zhodné: $AB, CD; BC, AD$; 3.a) 8; b) 12, sú zhodné; c) 6, štvorce; 4.a) 8; b) 12; c) 6; protiľahlé; 6. áno.

2 Delenie prirodzených čísel

1.a) 396; b) 902; c) 378; d) 1 209; e) 2 674; f) 1 189; 2.a) 225 zv. 2; b) 4 006 zv. 1; c) 165 zv. 6; d) 958 zv. 3; e) 34 zv. 4; f) 1 052 zv. 3; 3.a) 132; b) 651 zv. 3; c) 42 zv. 6; d) 93 zv. 2; e) 29 zv. 8; f) 562 zv. 6; 4.a) zv. 23; b) 7; c) 6 zv. 21; d) 6 zv. 11; e) 4 zv. 28; f) 7 zv. 26; g) 9 zv. 25; h) 6 zv. 44; i) 4 zv. 31; 5. 675; 6.a) 8; b) 48; c) 18; d) 53; e) 31; f) 41; g) 62; h) 261; i) 91; 7.a) 70 zv. 7; b) 1 008; c) 308 zv. 3; d) 710 zv. 4; 8. a) 269-krát; b) 561-krát; 9.a) 3 902; b) 3 807; c) 181 138; d) 82; 10. a) 420; b) 35; c) 1 785; d) 30; 12.a) 13; b) 30; c) 86 zv. 12; d) 53 zv. 29; e) 49 zv. 87; f) 230; 13.a) $x = 273$; b) 42; c) 19; d) 69; 14. 14 kg; 15. 13 500; 16. 5-krát; 17. 933 kg; 18.a) 5; b) 7 zv. 81; c) 4; d) 8; e) 3 zv. 622; f) 5 zv. 219; 19. 6 120; 20.a) $x = 45$; b) $x = 19$; c) $x = 35$; d) 52; 21.a) 34-krát; b) 54-krát; 22. 26; 23.a) 71; b) 83 hodín 36 minút; 24. 7 detí; 25. 560; 26. 2 140; 28. 35.

Vyskúšajte sa!

1.a) 586 ; b) 915; c) 634; d) 982; 2.a) 201; b) 252 zv. 9; c) 311; d) 151; e) 40 zv. 45; f) 107; 3.a) 25; b) 36; c) 51; d) 87; 4. 1 725; 5. 1 hodina 3 minúty; 6. 254-krát; 7. 111; 8. 365 Sk; 9. Stôl 420 Sk ; stolička 300 Sk.

4.2 Prenášanie uhlov a zhodnosť uhlov

2. $\sphericalangle CAB \cong \sphericalangle ABC$; 3. $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle BAC \cong \sphericalangle ABC$.

4.4 Meranie uhlov

1. $|\sphericalangle AVO| = |\sphericalangle BVO| = 45^\circ$; 2. $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle CBA|$ 6. $\alpha = 35^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 62^\circ, \delta = 45^\circ, \omega = 63^\circ, \pi = 35^\circ$; Zhodné: $\alpha, \pi; \beta, \delta$. 7.

α	30°	81°	112°	10°	78°
β	150°	99°	68°	170°	102°

4.5 Porovnávanie uhlov

1. $\delta < \gamma$; 2. $\omega < \beta < \alpha < \delta < \gamma$; 7. pravý; 8. ostré: $30^\circ, 60^\circ, 1^\circ, 15^\circ, 75^\circ$; pravé: 90° ; tupé: $112^\circ, 91^\circ, 132^\circ, 179^\circ$.

4.6 Uhol väčší ako priamy

1.a) ostré: $\sphericalangle ABC, \sphericalangle CDE$; b) tupé: $\sphericalangle BAE, \sphericalangle AED$; c) väčší ako priamy: $\sphericalangle BCD$;
2. Hráči B, C majú rovnaký strelecký uhol. Hráč A má menší strelecký uhol.
Nie.

4.7 Vrcholové uhly

1. susedné: $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVC$; $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle AVD$; $\sphericalangle BVC$ a $\sphericalangle BVD$; vrcholové:
 $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVD$; $\sphericalangle AVD$ a $\sphericalangle BVC$; 2. $\sphericalangle AVC \cong \sphericalangle AVD$; $\sphericalangle AVC \cong \sphericalangle BVD$;
3. $\alpha' = 33^\circ, \beta = 147^\circ, \beta' = 147^\circ$; 4. Ležia na jednej priamke. 6. Nie.

4.8 Sčítovanie a odčítovanie uhlov a ich veľkostí

5. $100^\circ \ 90^\circ$

$105^\circ \ 135^\circ$

$180^\circ \ 90^\circ$

7. Nie; 9. $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle CBA| = 45^\circ$. Súčet je 90° .

4.9 Násobenie a delenie uhlov dvoma

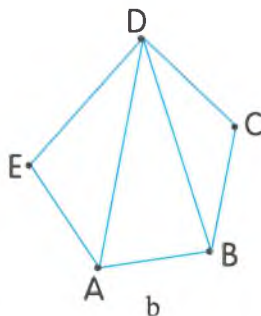
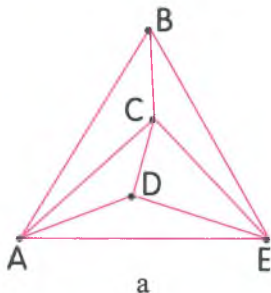
1. 60° ; 2. 90° ; 4. priamy; 6. $120^\circ, 240^\circ$; 7.a) 45° ; b) 135° ; c) 180° ; d) 225° ;
e) 270° ; 8.a) $\delta = 160^\circ$; b) $\gamma = 70^\circ$.

Vyskúšajte sa!

2. $\alpha = 135^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 135^\circ$; 5. ostrouhlý, tupouhlý, pravouhlý; 6.a) $|\sphericalangle ASB| = 90^\circ$; b) $\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDA, \triangle DAB, \triangle ASB, \triangle BSC, \triangle CSD, \triangle DSA$.

ROZUM DO HRSTI (VÝSLEDKY)

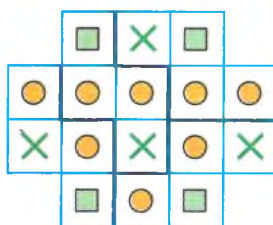
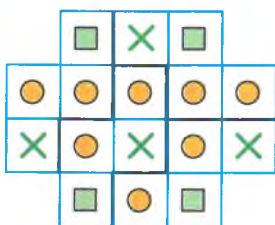
1. Prvý syn 5 tiav, druhý 8, tretí 11, štvrtý 14 a piaty 17 tiav.
2. 28. deň v mesiaci pripadol na štvrtok.
3. 312 cm.
4. Najväčší počet je 5 takých trojuholníkov (obr. a), najmenší počet sú 3 také trojuholníky (obr. b).



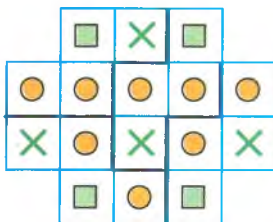
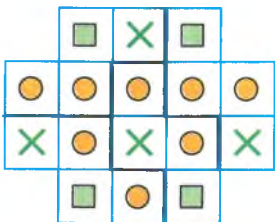
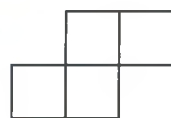
$$\begin{array}{r}
 5. \quad 6 \ 9 \ 5 \ 1 \\
 \quad \quad 5 \ 9 \ 5 \ 7 \\
 \quad \quad \quad 9 \ 5 \ 7 \ 2 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \ 2 \ 4 \ 8 \ 0
 \end{array}$$

6. Najbližšie symetrické číslo k číslu 23 932 je číslo 24 042. Za dve hodiny prešli 110 km.

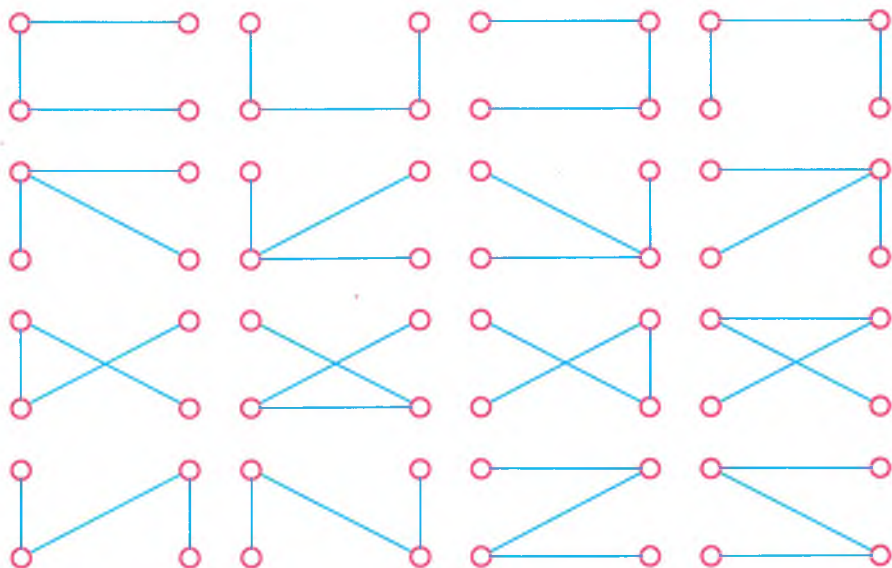
7.



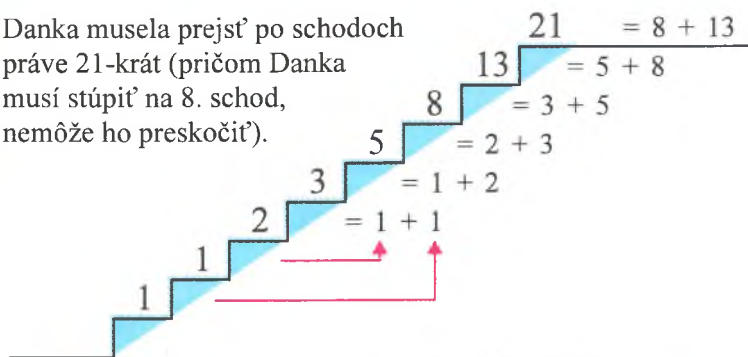
všetky políčka sú tvaru



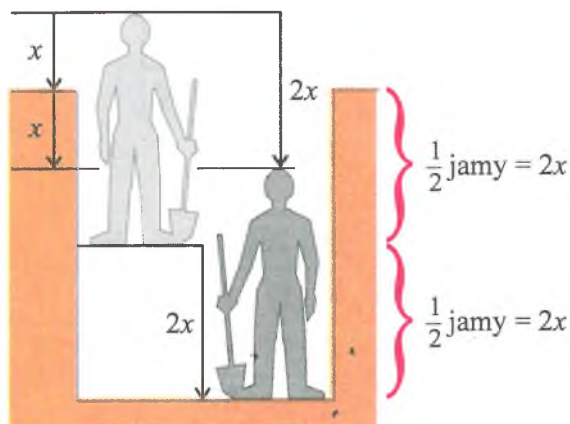
8. Sú štyri typy liniek, každá má štyri rôzne varianty. Spolu je to 16 možností.



9. Danka musela prejsť po schodoch práve 21-krát (pričom Danka musí stúpiť na 8. schod, nemôže ho preskočiť).

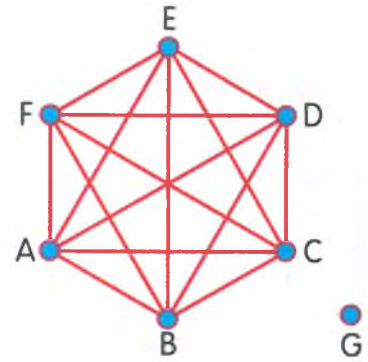


10. Jama bude hlboká 240 cm.

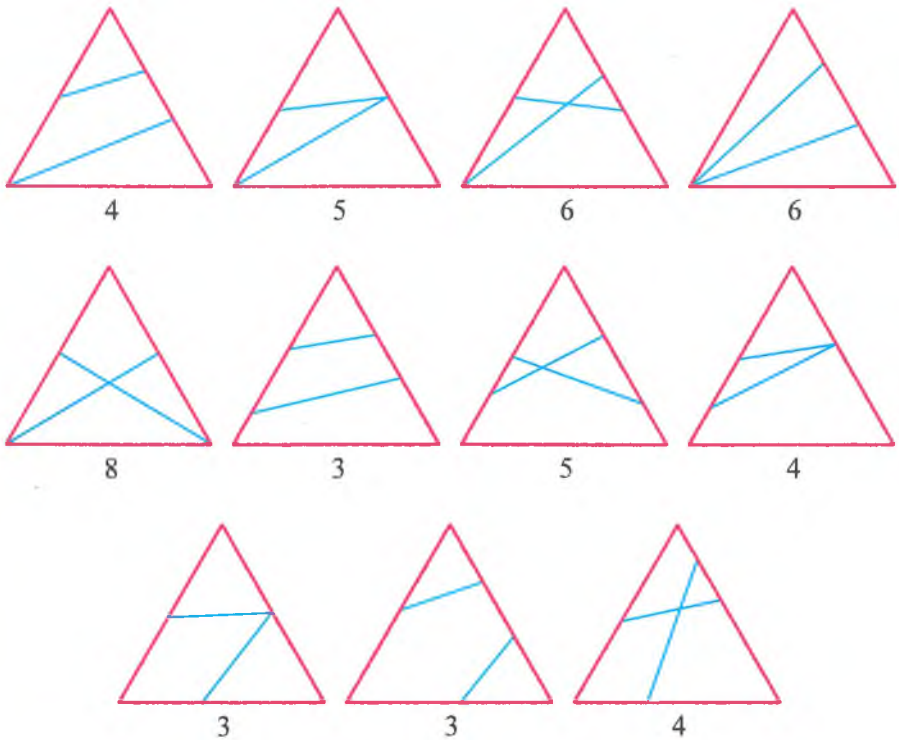


11. Kolesko C musíme otočiť 7-krát.

12. 6 miest možno pospájať každé s každým 15 káblami ($5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$), pozri obrázok. Takže spojári mohli zabudnúť na posledné 7. mesto, keď predtým pospájali 15 káblami 6 miest, každé s každým.



13. Úsečka, ktorá delí trojuholník, buď prechádza, alebo neprechádza vrcholom tohto trojuholníka. Všetkých možností je 11. Na iný počet častí trojuholník daným spôsobom rozdeliť nemôžeme.



Záznam o použití učebnice

Por. číslo	Meno žiaka	Školský rok	Stav učebnice	
			na začiatku škol. roku	na konci škol. roku
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.
PaedDr. Soňa Čeretková
PaedDr. Mária Malperová

Matematika

pre 5. ročník základných škôl
1. časť

Zodpovedná redaktorka RNDr. Jana Belasová
Technická redaktorka Eva Onderčinová

Grafická a počítačová úprava, počítačové kresby
a návrh obálky Igor Imro
Ilustrovala akad. maliarka Táňa Žitňanová

Vyšlo v MEDIA TRADE, spol. s r. o. – Slovenské pedagogické nakladateľstvo,
Sasinkova 5, 815 60 Bratislava

Litografie SHS, spol. s r. o., Leškova 10, 811 05 Bratislava
Vytlačili Tlačiarne BB, spol. s r. o., 974 01 Banská Bystrica



ISBN 80-08-02852-1

UNIVERZITNÁ KNIŽNICA
Univerzita Mateja Bela
Banská Bystrica

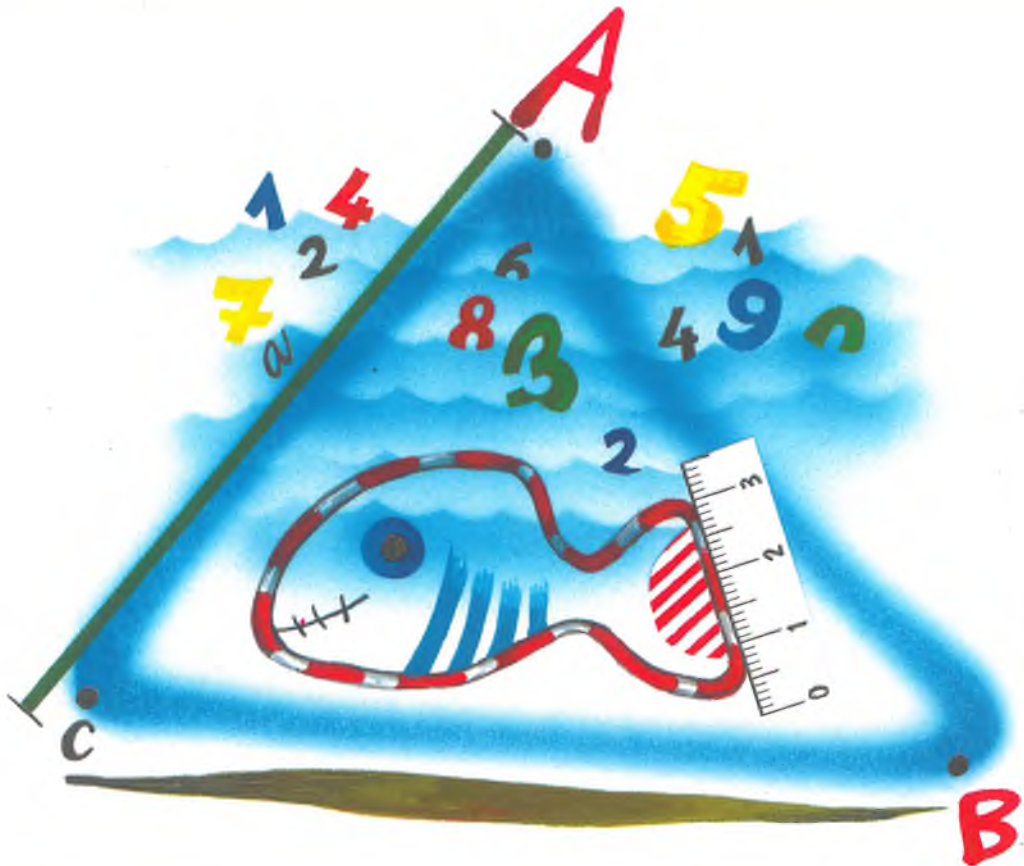
233 847

Slovenské pedago

Univerzita Mateja Bela
Univerzitná knižnica



285000203980



ISBN 80-08-02852-1