

GEOMETRIA

pre 5. ročník ZDŠ - experimentálnych

(Učebnica a cvičebnica)

Slovenské pedagogické nakladateľstvo v Bratislave

GEOMETRIA

pre 5. ročník ZDŠ - experimentálnych

(Učebnica a cvičebnica)

1976

Slovenské pedagogické nakladateľstvo v Bratislave

Spracovali: Jaroslava Urbanová, dr. Jiří Kabele, Marie Janků

Recenzovali: Miroslav Bělík, Ludmila Marxová, Daniela Řebíčková

Preložil: Ján Bobok

Vyšlo podľa rozhodnutia Ministerstva školstva SSR zo dňa 3. 3. 1975,
číslo 221/1975 A/1 ako účelová publikácia

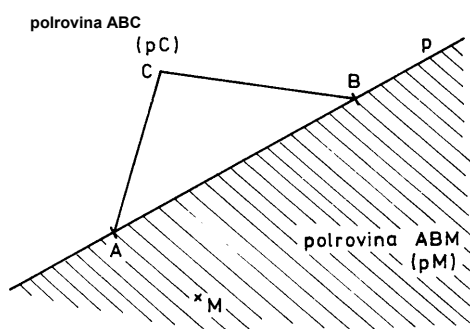
UČEBNICA

I. OPAKOVANIE A PREHL'BYENIE UČIVA

1. Bod. Úsečka. Priamka.

Trojuholník. Rovina

Rovinu ABC označujeme aj p_C



Obr. 1

Priamka p je začiatok polroviny p_C a zároveň začiatok polroviny p_M .

Polroviny p_C a p_M sú navzájom opačné polroviny.

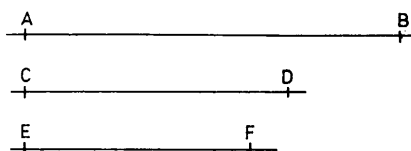
1. Vymodelujte body A, B, C , ktoré neležia na úsečke. Pomocou rovnej dosky vymodelujte rovinu ABC .

Vymodelujte bod X , ktorý patrí rovine ABC .

Vymodelujte bod Z roviny ABC , ktorý nepatrí polrovine ABC .

Zapište opačné polroviny, ktoré ste vymodelovali, a začiatok týchto polrovín.

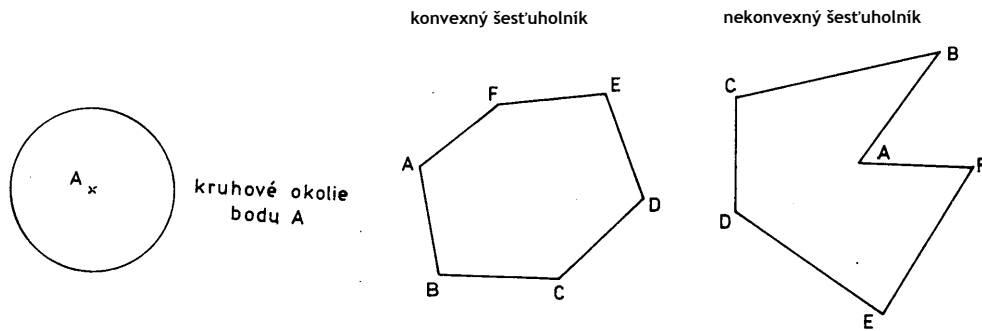
2. Narysujte trojuholník MNO tak, aby boli jeho strany zhodné s úsečkami na obrázku.



Obr. 2

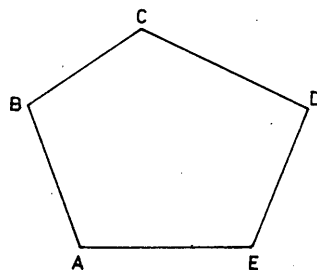
2. Kruhové okolie bodu.

Mnohouholníky



Obr. 3

3. Narysujte úsečku AB a kruhovú okolie o bodu A, ktorému patrí bod B.
 - a/ Na úsečke AB vyznačte bod, ktorý patrí kruhovému okoliu o bodu A a bod, ktorý kruhovému okoliu o bodu A nepatrí.
 - b/ Narysujte kruhovú okolie e bodu A, ktoré je podmnožinou kruhového okolia o.
4. Narysujte konvexný mnohouholník.
Narysujte nekonvexný mnohouholník.
5. Špajlami rovnakej dĺžky vyznačte
 - a/ konvexný osemuholník
 - b/ nekonvexný šesťuholník.
6. Narysujte konvexný päťuholník ABCDE ako na obrázku.



Obr. 4

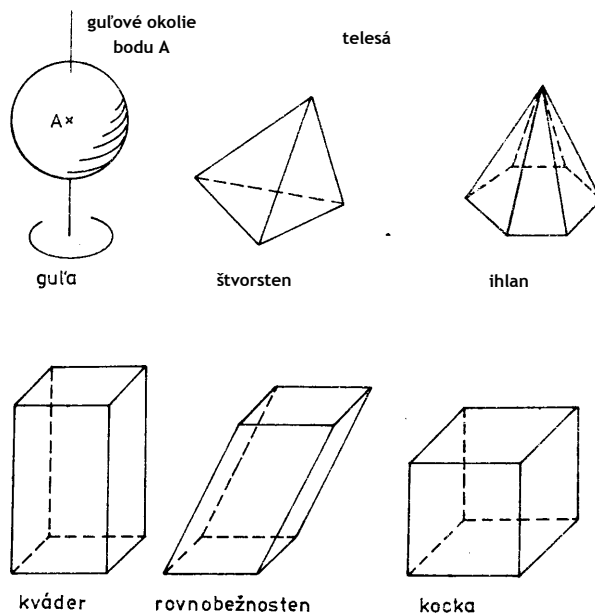
Zostrojte trojuholník CDG, ktorý sa s päťuholníkom neprekrýva, tak, aby zjednotenie trojuholníka CDG a päťuholníka ABCDE bolo

- a/ konvexný šesťuholník
- b/ nekonvexný šesťuholník.

Farebne vyznačte hranicu oboch šesťuholníkov.

3. Gulové okolie bodu.

Telesá



Obr. 5

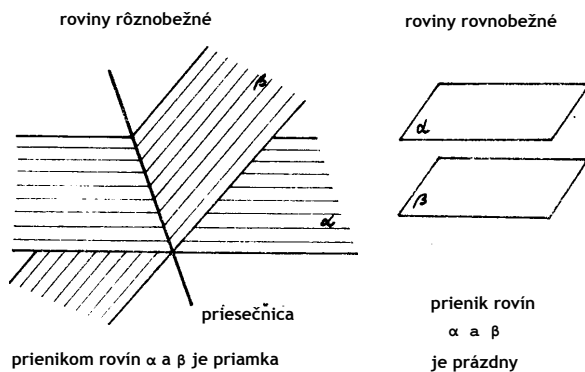
7. Vymodelujte trojuholník ABC a okolie bodu B. Na guli, ktorá je guľovým okolím bodu B, vyznačte kruh, ktorý je kruhovým okolím bodu B v rovine ABC.

8. Na škatuli tvaru kvádra vymodelujte

a/ bod A, ktorý patrí kváдру, ale zároveň nepatrí jeho hranici,

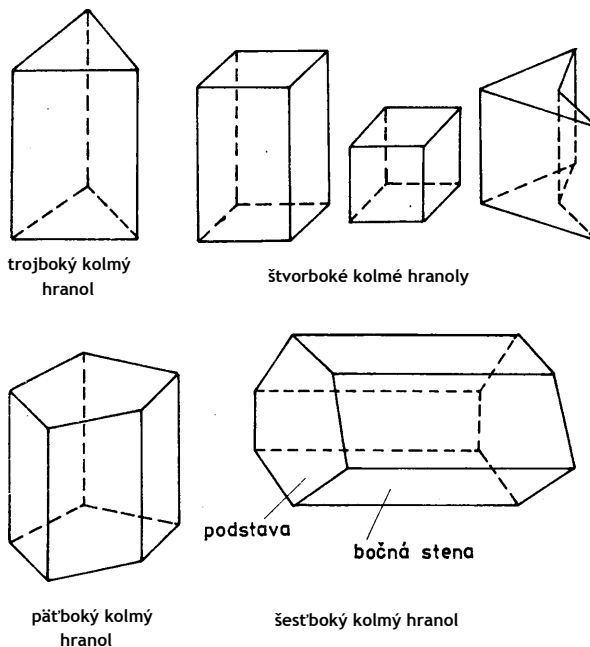
b/ bod B, ktorý patrí hranici kvádra, ale zároveň nepatrí ani jednej hrane kvádra,

c/ bod C, ktorý nepatrí kváдру.



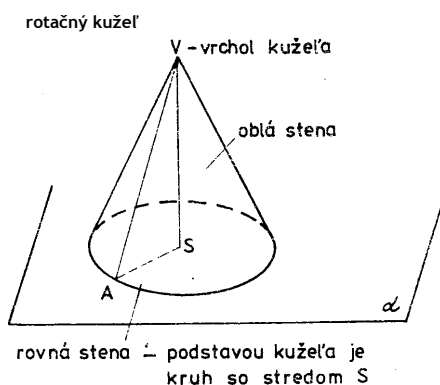
Obr. 6

9. Na škatuli tvaru kvádra vyznačte vrcholy ABCDEFGH.
Zapište tri dvojice navzájom rovnobežných rovín.
10. Na škatuli tvaru kvádra, vyznačte vrcholy PQRSTUVZ.
Zapište tri dvojice navzájom rôznobežných rovín.
- Pomocou modelu kvádra (zo stavebnice) vymodelujte priamku p kolmú na rovinu podložky (lavica).



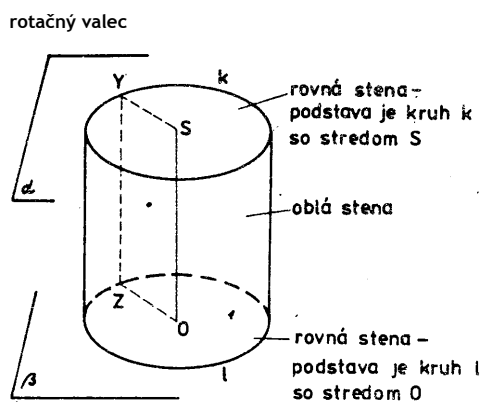
Obr. 7

12. Ukážte tie predmety zo svojho okolia, ktoré majú tvar kolmého hranola.
13. Z kociek stavebnice zložte kolmý desiatboký hranol.
14. Na tvrdší papier narysujte obdĺžnik, ktorého strany sú dlhé 20 cm a 7 cm. Prehnite tento papier tak, aby ste z neho zložili model kolmého päťbokého hranola, ktorého jedna podstava je na lavici a druhá podstavu vyznačte dlaňou ruky. Na modeli vyznačte bod, ktorý patrí jeho hranici. Vyznačte bod K ležiaci na hranici tohto päťbokého hranola, ktorý nepatrí bočnej stene.



Obr. 8

Priamka SV je kolmá na rovinu kruhu.



Obr. 9

Roviny α a β kruhov k a l sú rovnobežné a kolmé na priamku SO .
Kruhy k a l sú zhodné.

15. Z plastickej gummy vymodelujte

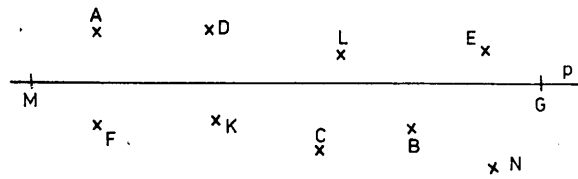
- a) rotačný kužeľ,
- b) rotačný valec.

16. Tvrdší obdĺžnikový papier zviňte tak, aby tvoril model rotačného valca. Na stene tohto rotačného valca vyznačte bod H a vymodelujte jeho okolie.

17. Na tvrdší list papiera narysujte kruhový oblúk s polomerom SA

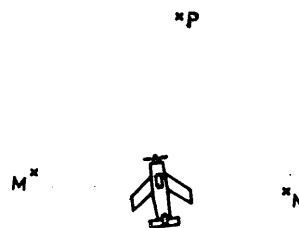
($d SA = 8 \text{ cm}$) a polomery SA a SB . Vyznačenú časť kruhu vystrihnite a zviňte ju ako kornút na zmrzlinu. Vymodelovali ste tak rotačný kužeľ. Vymodelujte podstavu tohto kužeľa.

18.



Obr. 10

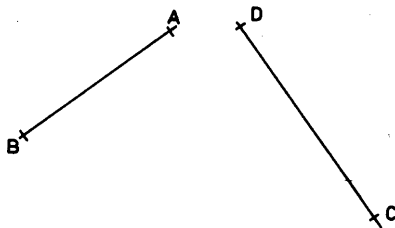
- a) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré patria polrovine pA.
 - b) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré patria polrovine pK.
 - c) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré nepatria polrovine pA.
 - d) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré nepatria polrovine pK.
19. Vyznačte dva rôzne body A, B. Zostrojte priamku p tak, aby body A, B patrili opačným polrovinám so začiatkom p. Zostrojte priamku m tak, aby body A, B patrili tej istej polrovine so začiatkom m.
20. Vymodelujte dva rôzne body A, B. Vymodelujte priamku p tak, aby body A, B patrili navzájom opačným polrovinám so začiatkom p.
- 21.



Obr. 11

Pozorovateľne M, N, P neležia na priamke. Predpokladáme, že lietadlo letí priamo a pozorovali ho pri lete medzi pozorovateľňami M, N. Prelet medzi pozorovateľňami N, P a M, P nezaznamenali. Čo z toho usúdil veliteľ?

22. Narysujte úsečky AB, CD ako na obrázku.



Obr. 12

Na polpriamku CD naneste úsečku AB do polohy CE. Na polpriamku AB naneste úsečku CD do polohy AF. Zostrojte kružnicu so stredom D a polomerom DE. Zostrojte kružnicu so stredom B a polomerom BF.

R o z š i r u j ú c e c v i č e n i a

Kruhové okolie bodu.

Mnohouholník

23. Vyznačte bod M. Narysujte tri kruhové okolia bodu M tak, že každé nasledujúce okolie je podmnožinou predchádzajúceho okolia.
24. Vyznačte body A a R ako na obrázku.



Obr. 13

Narysujte päť rôznych kruhových okolí bodu A tak, aby každému z nich patrilo bod R. Narysujte aspoň jedno okolie bodu A tak, aby mu bod R nepatrilo. Porovnajzte polomer r tohto okolia s úsečkou AR.

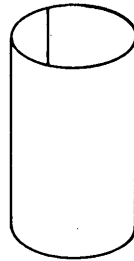
25. Narysujte trojuholník ABC. Narysujte taký trojuholník ABD, ktorý sa s trojuholníkom ABC neprekrýva, a aby
- a) zjednotenie trojuholníkov ABC a ABD bol nekonvexný štvoruholník,
 - b) zjednotenie trojuholníkov ABC a ABD bol trojuholník.

Gulové okolie bodu.

Telesá

26. Vymodelujte trojuholník ABC a priamku p , ktorá prechádza bodom C, a ktorá je kolmá na rovinu ABC.

27. Z kociek stavebnice zostavte model osembokého hranola. Zapište a na modeli ukážte aspoň tri dvojice priamok, ktoré nie sú ani rovnobežné, ani rôznobežné.
28. Pokúste sa nájsť takú úsečku, ktorej krajné body patria rotačnému kužeľu, a ktorá zároveň nepatrí tomuto kužeľu.
Úlohu opakujte pre rotačný valec.
Čo môžete povedať o týchto telesách?
29. Na ľubovoľnom telese tvaru rotačného valca vyznačte dva body tak, aby jeden patril jeho oblej stene a druhý podstave.
30. Na oblej stene rotačného kužeľa vyznačte bod A a pomocou plastelíny znázornite jeho guľové okolie. Sú v tomto okolí body, ktoré rotačnému kužeľu patria, a ktoré mu nepatria?
31. Z obdĺžnikového papiera vytvorte model rotačného valca ako na obrázku.

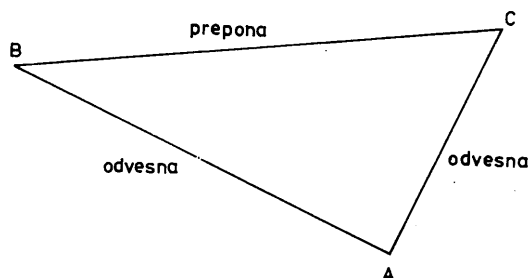


Obr. 14

- Na stene rotačného valca vyznačte bod A a vymodelujte jeho guľové okolie. Patria tomuto okoliu body, ktoré patria rotačnému valcu, a body ktoré rotačnému valcu nepatria? Vyznačte aspoň jeden bod každého druhu.
32. Na drôtenom modeli rotačného kužeľa vyznačte bod A, ktorý leží medzi bodmi S a V. Vymodelujte priamku p , ktorá prechádza bodom A, a určte na nej body X, Y, ktoré patria hranici rotačného kužeľa.

II. VZDIALENOSŤ DVOCH MNOŽÍN BODOV

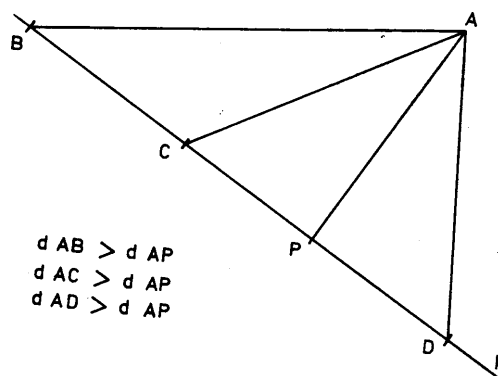
1. Vzďialenosť bodu od priamky



Obr. 15

$$BC > AB, BC > AC$$

V každom pravouhlom trojuholníku je prepona väčšia ako odvesna.



Obr. 16

AP \perp p. Priamky AP a p sú kolmé.

Dĺžka úsečky AP je vzdialenosť bodu A od priamky p.

$$d AP = 68 \text{ mm.}$$



Obr. 17

Bod A leží na priamke r . Vzdialenosť bodu A od priamky r sa rovná 0 mm.

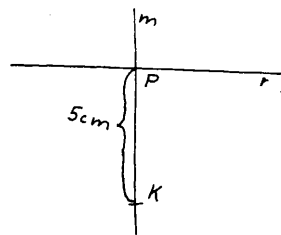
1. Narysujte priamku t a bod S , ktorý jej nepatrí.

Určte a odmerajte vzdialenosť bodu S od priamky t .

2. Vymodelujte priamku AB a bod C , ktorý jej nepatrí. Vymodelujte a odmerajte vzdialenosť bodu C od priamky AB .

Konštrukcia bodu K , ktorého vzdialenosť od priamky r je päť centimetrov:

Náčrtok



Opis konštrukcie:

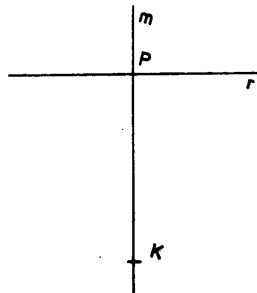
$$r \perp m, \quad r \cap m = \{P\},$$

$$d_{KP} = 5 \text{ cm}.$$

Obr. 18

Konštrukcia

Kontrola konštrukcie



Obr. 19

Úvaha o iných možnostiach (napr. úsečka dlhá 5 cm sa nanesie na opačnú polpriamku k polpriamke PK).

3. Narysujte priamku p . Vyznačte bod R , ktorého vzdialenosť od priamky p je 60 mm.

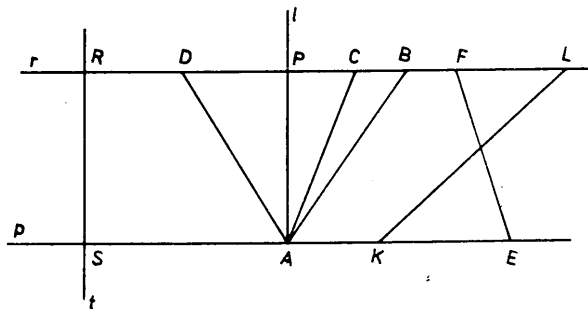
4. Vymodelujte body A , B , C , ktoré neležia na jednej priamke. V rovine ABC vymodelujte bod S , ktorého vzdialenosť od priamky AB je 10 cm.

5. Vymodelujte rovinu α a bod A , ktorý jej nepatrí. Určte vzdialenosť bodu A od roviny α .

6. Odmerajte vzdialenosť rohu stola od podlahy.

2. Vzďialenosť dvoch rovnobežiek.

Vzďialenosť dvoch rovnobežných rovín



Obr. 20

$d AP < d AC, d AP < d AB, d AP < d KL$ atď.

$d AP \cong d SR \quad l \perp p \text{ a } j \quad l \perp r$

$t \perp p \text{ a } j \quad t \perp r$

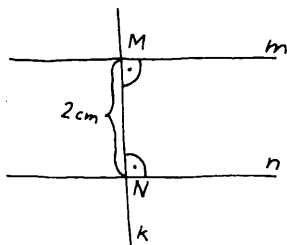
Dĺžka úsečky AP je vzdialenosť rovnobežiek r a p.

Nezáleží na tom, kde k rovnobežkám r a p zostrojíme kolmicu.

7. Narysujte dve rovnobežky a, b. Určte ich vzdialenosť.

Konštrukcia priamky n, ktorá je rovnobežná s priamkou m, a ktorej vzdialenosť od priamky m sa rovná 2 cm.

Náčrtok



Obr. 21

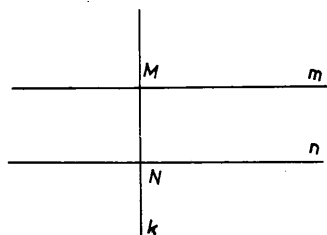
Opis konštrukcie:

$k \perp m, k \cap m = \{M\},$

$d MN = 2 \text{ cm}, m \parallel n.$

Konštrukcia

Kontrola konštrukcie



Obr. 22

Úvaha o iných možnostiach (napr. úsečka 2 cm sa naniesie na opačnú polpriamku k polpriamke MN).

8. Narysujte rovnobežky m , n tak, aby ich vzdialenosť bola 55 mm.
9. Určte vzdialenosť rovnobežných rovín určených stenami vašej triedy.
10. Vymodelujte rovinu rovnobežnú s rovinou podlahy vašej triedy vo vzdialenosti 1 m. (Stačí vymodelovať tri rôzne body, ktoré neležia na jednej priamke, vo vzdialenosti 1 m od roviny určenej podlahou.)

R o z š i r u j ú c e c v i č e n i a

Vzdialenosť bodu od priamky.

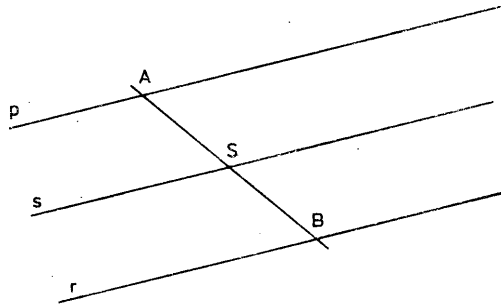
Vzdialenosť bodu od roviny

11. Narysujte trojuholník ABC ($AB = 70$ mm, $BC = 80$ mm, $AC = 100$ mm)
Určte vzdialenosť bodu A od priamky BC.
12. Vymodelujte dva rôzne body M, N a body B, C, D, E, ktorých vzdialenosť od priamky MN je 5 cm. (Body B, C, D, E patria valcovej ploche.)
13. Vymodelujte štvorsten ABCD. Určte vzdialenosť bodu D od roviny
a) ABC, b) BCD.

Vzdialenosť dvoch rovnobežiek.

Vzdialenosť dvoch rovnobežných rovín.

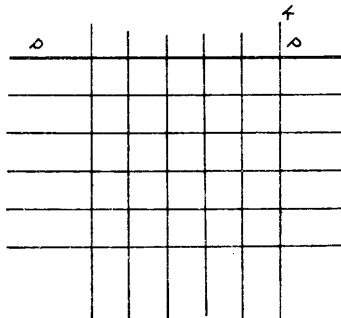
14. Narysujte úsečku AB a jej stred S. Narysujte priamku p bodom A a priamky s a r bodmi S a B rovnobežné s priamkou p. /Pozri obr. 23. /



Obr. 23

Keď ste presne rysovali, vzdialenosť rovnobežiek p, s sa rovná vzdialenosti rovnobežiek s, r.

15. Narysujte priamku p. Postupne narysujte štyri rovnobežky s priamkou p tak, aby každá bola vzdialená od predchádzajúcej 1 cm. Na priamke p vyznačte bod P. Bodom P zostrojte kolmicu na priamku p a označte ju k. Postupne narysujte štyri rovnobežky s priamkou k tak, aby každá bola vzdialená od predchádzajúcej 1 cm. Postupujte podľa obrázka.

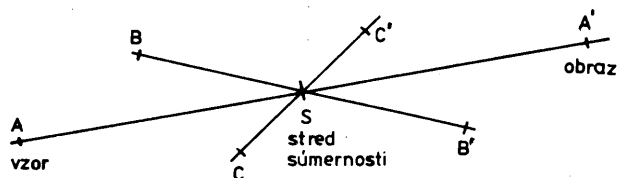


Obr. 24

16. Na škatuli tvaru kvádra určte
- vzdialenosť všetkých dvojíc rovnobežných rovín určených jeho stenami,
 - vzdialenosť všetkých dvojíc rovnobežných priamok určených jeho hranami.

III. STREDOVÁ SÚMERNOSŤ

1. Množiny bodov súmerné podľa stredu



Obr. 25

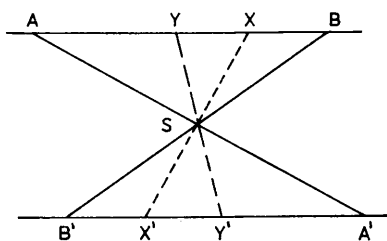
$$SA \approx SA' \quad \square \quad SB \approx SB', \quad SC \approx SC'$$

Bod S je stred úsečiek AA' , BB' , CC' .

Body A, A' sú súmerne združené podľa stredu S.

Množina bodov A, B, C a jej obraz A' , B' , C' v súmernosti podľa stredu S sú zhodné množiny bodov.

1. Vymodelujte bod P. Vymodelujte body A, A', B, B', C, C' súmerne združené podľa stredu P.



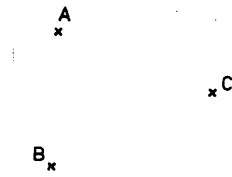
Obr. 26

Bod S je stred úsečky AA' BB' . $SA \approx SA'$, $SB \approx SB'$.

Obraz každého bodu X, Y, ... úsečky AB v súmernosti podľa stredu S patrí úsečke $A'B'$, a aj každý bod X' , Y' , ... úsečky $A'B'$ je obrazom niektorého bodu úsečky AB.

Obraz každej úsečky v súmernosti podľa stredu je úsečka zhodná so svojím vzorom: $AB \approx A'B'$.

2. Vyznačte body A, B, C ako na obrázku.

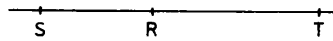


Obr. 27

Zostrojte obraz úsečky AB v súmernosti podľa stredú C.

3. Vymodelujte úsečku EF a bod K. Zostrojte obraz úsečky EF v súmernosti podľa stredú K.

4. Narysujte tri rôzne body R, S, T tak, aby bod R ležal medzi bodmi S, T. Zostrojte obraz polpriamky RT v súmernosti podľa stredú S.

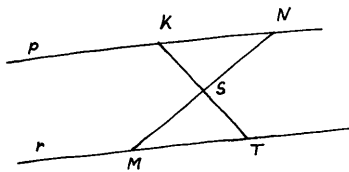


Obr. 28

5. Narysujte priamku p a bod M, ktorý jej nepatrí. Zostrojte priamku p súmerne združenú s priamkou r podľa stredú M.

Úloha: Bodom K vedte priamku p, ktorá je rovnobežná s priamkou r.

Náčrtok



Obr. 29

Opis konštrukcie:

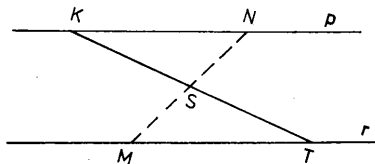
$T \in r$, S je stred TK,

$M \in r$, S je stred MN,

$p = KN$.

Konštrukcia

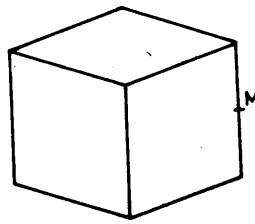
Kontrola (napr. pomocou dvoch trojuholníkových pravítok).



Obr. 30

Úvaha o inej možnosti riešenia (napr. pomocou iného bodu priamky r).

6. Vymodelujte trojuholník RST. Na strane RT vyznačte bod K.
Vymodelujte obraz trojuholníka RST v súmernosti podľa stredu K.
7. Narysujte kružnicu k so stredom O a polomerom $r = 27$ mm.
Na kružnici vyznačte bod A. Zostrojte kružnicu k' , ktorá je súmerná s kružnicou k podľa stredu A.
8. Narysujte kružnicu so stredom S a polomerom $r = 30$ mm. Na kružnici vyznačte dva rôzne body M a N. Jeden z kružnicových oblúkov vyznačte červeným a zostrojte jeho obraz v súmernosti podľa stredu S. Obraz vyznačte modrým.
9. Na hrane kocky zo stavebnice vyznačte jej stred M tak, ako na obrázku.



Obr. 31

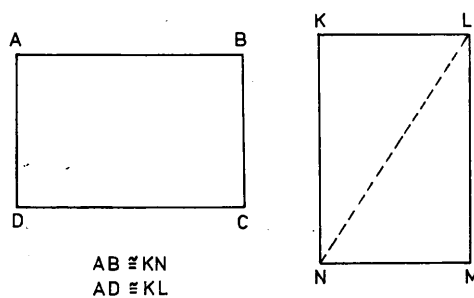
Rovnakú kocku zo stavebnice umiestite tak, aby bola obrazom prvej kocky v súmernosti podľa stredu M.

V súmernosti podľa stredu je obrazom trojuholníka trojuholník, obrazom kruhu kruh, obrazom kružnice kružnica, obrazom mnohoholníka mnohoholník, obrazom telesa teleso. Vzor a obraz sú zhodné množiny.

Ak nepatrí stred súmernosti roviny, je obrazom roviny rovina rovnobežná so svojím vzorom.

Ak patrí stred súmernosti roviny, je obrazom roviny rovina zhodná so svojím vzorom (vzor a obraz splynú).

10. Vymodelujte štvorsten ABCD tak, aby jeho stena ABC bola podmnožinou roviny podložky. Vymodelujte obraz $A' \square C' D'$ štvorstena ABCD v súmernosti podľa stredu D. (Dĺžky bočných hrán štvorstena voľte kratšie ako polovice dĺžok modelovacích paličiek. Paličky v bode D zviažte.)
Zapište, čo platí o bode D a jeho obraze.
Zapište, čo platí o rovine ABC a jej obraze.

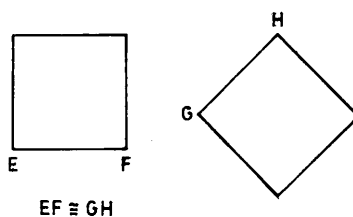


Obr. 32

Strany AB, AD sa nazývajú susedné.

Úsečka, ktorej krajné body sú vrcholy mnohoúhelníka, ktoré nie sú susedné, sa nazýva uhlopriečka mnohoúhelníka.

Ak majú dva obdĺžniky zhodné susedné strany ($AB \approx KN$ a $AD \approx KL$), tak sú zhodné.



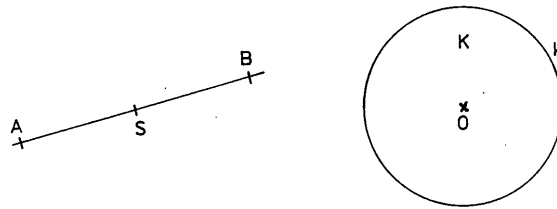
Obr. 33

Ak je strana jedného štvorca zhodná so stranou druhého štvorca, sú oba štvorce zhodné.

11. a) Z tvrdšieho papiera vystrihnite obdĺžnik, ktorého susedné strany merajú 50 mm a 120 mm. Vymodelujte z neho trojboký hranol, ktorého steny sú zhodné obdĺžniky.
- b) Z tvrdšieho papiera vystrihnite obdĺžnik, ktorého susedné strany merajú 50 mm a 120 mm. Vymodelujte z neho štvorboký hranol, ktorého steny sú zhodné obdĺžniky.

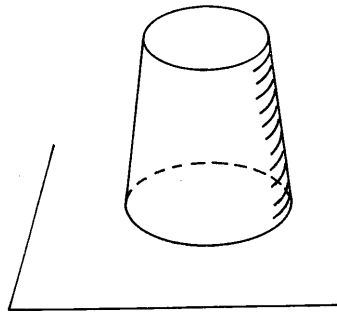
Čo môžete povedať o podstavách tohto hranola?

2. Stred množiny bodov



Obr. 34

12. Priložte pohár na list zošita dnom hore a okraj obtiahnite ceruzkou ako na obrázku. Aspoň približne určte stred kruhu, ktorý ste vyznačili. Odhad skontrolujte kružidlom.



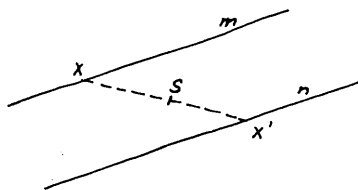
Obr. 35

13. a) Narysujte obdĺžnik s dĺžkami susedných strán 55 mm a 73 mm. Zostrojte jeho stred. Kontrolu urobte pomocou, druhej uhlopriečky.
b) Narysujte štvorec, so stranou 83 mm. Zostrojte jeho stred a kontrolu urobte pomocou druhej uhlopriečky.

Konštrukcia stredy zjednotenia dvoch rovnobežiek m , n (m je rovnobežné s n).

Náčrtok

Opis konštrukcie

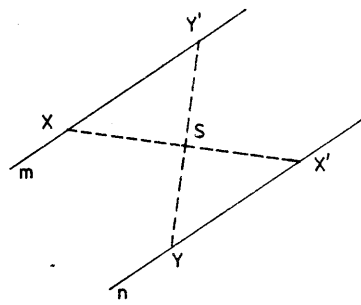


X patrí m , X' patrí n , S je stred XX' .

S je stred zjednotenia m , n .

Obr. 36

Konštrukcia



Obr. 37

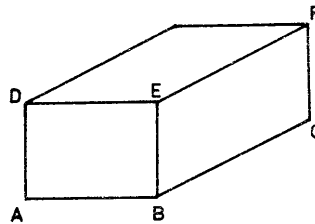
Kontrola konštrukcie:

S patrí YY' , Y' patrí m , Y patrí n ,

S je stred YY'

Stredov zjednotenia dvoch rovnobežiek je veľmi veľa.

14. Rohy škatule tvaru kvádra označte A, B, C, D, E, F ako na obrázku.



Obr. 38

Prieknik polpriestorov určených rovinou ABC s bodom D a rovinou DEF s bodom A sa nazýva rovinová vrstva. Vymodelujte aspoň jeden stred tejto vrstvy.

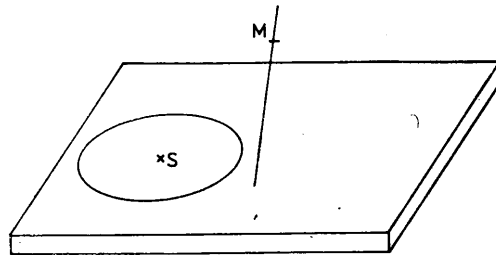
15. Z plastelíny vymodelujte guľu. Po rozrezaní na dve rovnaké časti určte aspoň približne jej stred.
16. Vymodelujte stred škatule tvaru kvádra.

Rozširujúce cvičenia

Množiny bodov súmerné podľa stredu

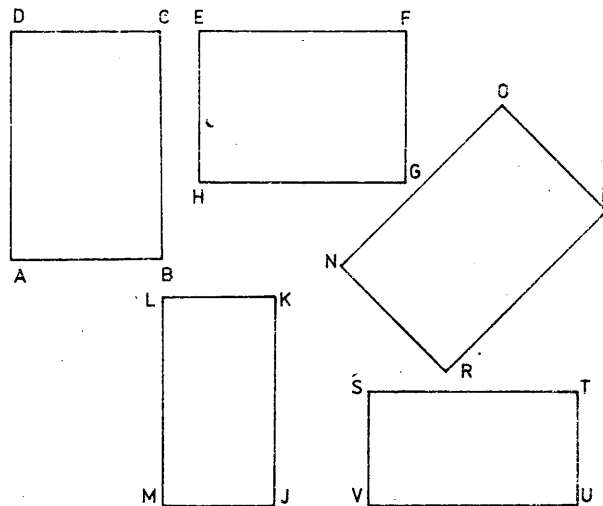
17. a) Vymodelujte šesť rôznych bodov tak, aby tvorili tri dvojice bodov súmerných podľa toho istého stredu súmernosti.
b) Vedeli by ste tú istú úlohu vyriešiť s piatimi bodmi?
18. Narysujte priamku m a bod M , ktorý jej nepatrí.
Zostrojte priamku n , ktorá prechádza bodom M a je rovnobežná s priamkou m .
a) Úlohu riešite pomocou dvoch trojuholníkových pravítok.
b) Úlohu riešite pomocou stredovej súmernosti.

- c) Úlohu riešte pomocou vzdialenosti dvoch rovnobežiek.
- d) Úlohu riešte pomocou zhodnosti uhlov, ktoré zostrojíme prenesením.
19. Narysujte kruhový oblúk AB. Zostrojte obraz kruhového oblúka AB v súmernosti podľa stredú B.
20. Z tvrdšieho papiera vystrihnite dva zhodné kruhy k a l . Vymodelujte bod M a kruh k umiestite na podložku ako je to na obrázku (vzdialenosť bodov S a M zvolte menšiu ako polovica paličky na modelovanie).



Obr. 39

- V priestore umiestite kruh l (pridržením rukou, pomocou plastelíny) tak, aby bol obrazom kruhu k v stredovej súmernosti podľa stredú M. Zapište, čo platí o stredoch a rovinách oboch kruhov.
21. Na podložke vyznačte trojuholník ABC. Vymodelujte bod M, ktorý nepatrí rovine ABC. Vymodelujte trojuholník $A'B'C'$, ktorý je súmerný s trojuholníkom ABC podľa stredú M.
22. Drôtený model štvorbokého ihlana položte na podložku. Vymodelujte ihlan, ktorý je s daným súmerný podľa jeho vrcholu.
23. Z plastelíny vymodelujte rotačný kužeľ. Paličkou spojte jeho vrchol so stredom podstavy. Vymodelujte potom taký rotačný kužeľ, ktorý je súmerne združený s pôvodným podľa jeho vrcholu.
24. Porovnajte susedné strany obdĺžnikov a zapište, ktoré dva obdĺžniky sú zhodné.

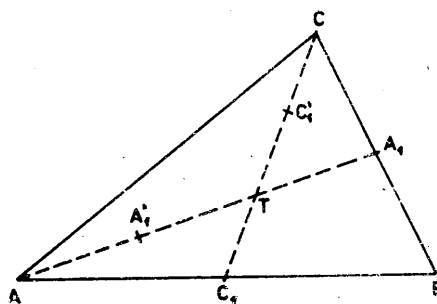


Obr. 40

25. Z tvrdšieho papiera vystrihnite obdĺžnik s dĺžkou susedných strán 40 mm a 160 mm. Vymodelujte z neho kocku s hranou 40 mm. Vymodelujte jej stred.
26. Z tvrdšieho papiera vystrihnite obdĺžnik s dĺžkou susedných strán 40 mm a 180 mm. Vymodelujte z neho rotačný valec. Vymodelujte jeho stred.
27. Vymodelujte stred rovinovej vrstvy určenej
 - a) rovinou podlahy a rovinou dosky stola,
 - b) rovnobežnými stenami vašej triedy.

Z a u j í m a v á ú l o h a

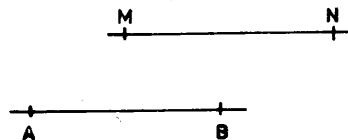
28. Zostrojte trojuholník ABC ako na obrázku.



Obr. 41

Zostrojte stredy C_1 , A_1 strán AB a BC . Priesečník priamok AA' a CC' označte T . V súmernosti podľa stredy T zostrojte body A_1 a C_1 ktoré sú súmerne združené s bodmi A_1 a C_1 . Ak ste presne rysovali platí: C_1 je stred TC , A_1 je stred TA , $AC \parallel A_1C_1$.

29. Vedeli by ste s použitím rovnobežných hrán rovného pravítka zostrojiť stred úsečky AB , ktorá je zhodná s úsečkou MN na obrázku?



Obr. 42

IV. OBSAH MNOHOUHOLNÍKOV

1. Dĺžka úsečky (opakovanie)

1 mm

1 cm = 10 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

1 m = 1 000 mm = 100 cm

1 km = 1 000 m

1 mm = 0, 001 m = 0, 1 cm

1 cm = 0, 01 m

1 m = 0, 001 km

1. Vezmite špagát a vyznačte na ňom úsečky AB a CD dlhé 3, 30 m a 6, 15 m.

a) Aká je dĺžka grafického súčtu týchto úsečiek?

b) Aká je dĺžka ich grafického rozdielu?

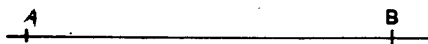
2. Vezmite špagát a vyznačte na ňom úsečku MN dlhú 5, 40 m.

Aký dlhý špagát potrebujeme, aby sme na ňom mohli vyznačiť trojnásobok tejto úsečky? Koľko centimetrov meria úsečka 3. MN?

3. Dĺžky 72 cm, 45 cm, 148, 6 cm, 36, 2 cm, 2 400 cm a 0, 7 cm premeňte na a) metre, b) milimetre.

4. Premeňte na metre: 426 km, 5 km, 378 km, 15 km.

5. a)



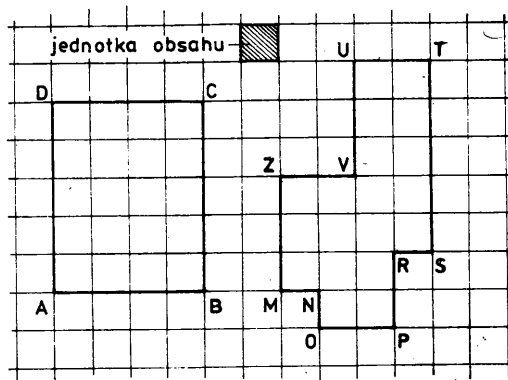
Obr. 43

Úsečku AB odmerajte s presnosťou na centimetre.

- b) Určte hornú a dolnú medzu dĺžky úsečky AB (pri meraní s presnosťou na centimetre).

2. Obsah mnohouholníka štvorcovej siete

Štvorcová sieť - meradlo obsahu.



Obr. 44

Mnohouholník (obdĺžnik) ABCD je zjednotením 20 navzájom sa neprekrývajúcich jednotiek obsahu. Obsah obdĺžnika ABCD sa rovná 20 j. o.

$$S_{ABCD} = 20 \text{ j.o.}$$

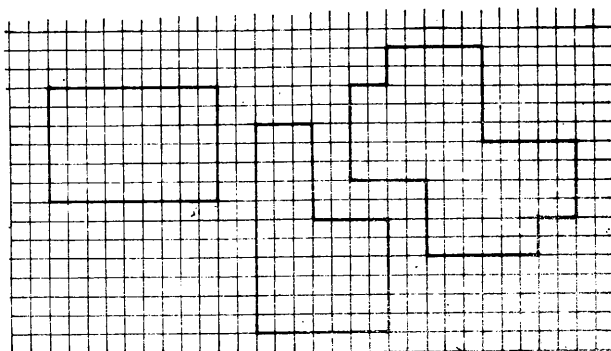
Mnohouholník MNOPRSTUVZ je zjednotením 19 navzájom sa neprekrývajúcich jednotiek obsahu. Obsah mnohouholníka MNOPRSTUVZ sa rovná 19 j. o.

$$S_{MNOPRSTUVZ} = 19 \text{ j.o.}$$

\swarrow číslo \nwarrow jednotka obsahu

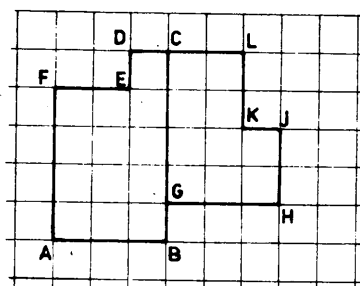
Obsah mnohouholníka štvorcovej siete je číslo s jednotkou obsahu. Niekedy hovoríme aj p l o š n ý obsah.

6. Zvoľte za jednotku obsahu základný štvorec štvorcovej siete na štvorčekovanom papieri. Narysujte tri mnohouholníky štvorcovej siete ako na obrázku a zapíšte ich obsahy.



Obr. 45

3. Vlastnosti obsahu



Obr. 46

$$S_{ABCDEF} = 13 \text{ j. o.}$$

$$S_{GHJKLC} = 10 \text{ j. o.}$$

$$S_{ABGHJKLDEF} = 23 \text{ j. o.}$$

$$13 \text{ j. o.} + 10 \text{ j. o.} = 23 \text{ j. o.}$$

$$23 \text{ j. o.} - 10 \text{ j. o.} = 13 \text{ j. o.}$$

$$10 \text{ j. o.} + 13 \text{ j. o.} = 23 \text{ j. o.}$$

$$23 \text{ j. o.} - 13 \text{ j. o.} = 10 \text{ j. o.}$$

$$23 \text{ j. o.} = 13 \text{ j. o.} + 10 \text{ j. o.}$$

↙
súčet

↘
sčítanec

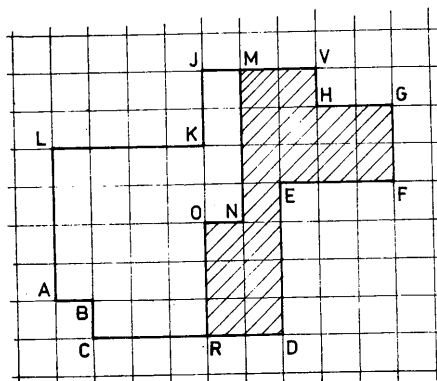
↘
sčítanec

V súčte a v obidvoch sčítancoch sú rovnaké jednotky obsahu. Obsah zjednotenia dvoch neprekrývajúcich sa množín bodov sa rovná súčtu obsahov týchto dvoch množín bodov.

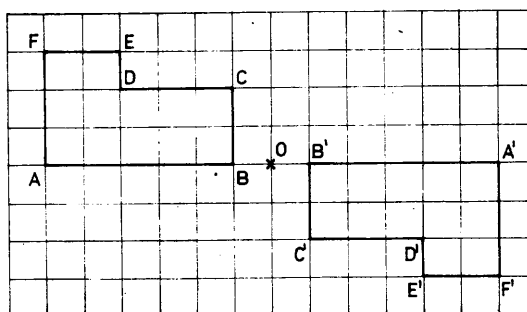
7. V štvorcovej sieti narysujte zjednotenie dvoch neprekrývajúcich sa mnoho-
uholníkov a vypočítajte obsah tohto zjednotenia.

8. Na obrázku sme vyznačili zjednotenie dvoch mnoho-
uholníkov štvorcovej sieti.

Zapíšte všetky príklady, ktoré sme znázornili na obrázku.



Obr. 47



Obr. 48

Mnohouholníky ABCDEF a A'B'C'D'E'F' na obrázku sú súmerne združené podľa stredu O. Sú zhodné.

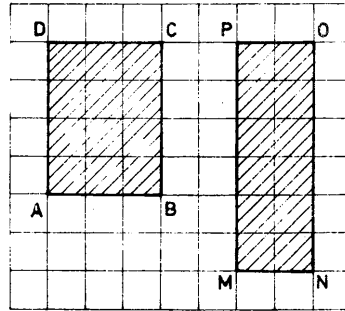
$$ABCDEF \approx A'B'C'D'E'F'$$

Mnohouholníky ABCDEF a A'B'C'D'E'F' majú rovnaké obsahy. Pre každé dve množiny bodov v rovine, ktoré majú obsah, platí:

Ak sú zhodné, tak majú rovnaké obsahy:

$$S/ABCDEF/ = S/A'B'C'D'E'F'/$$

Ak majú dve množiny bodov rovnaké obsahy, nemusia byť zhodné /pozri obr. 49/.



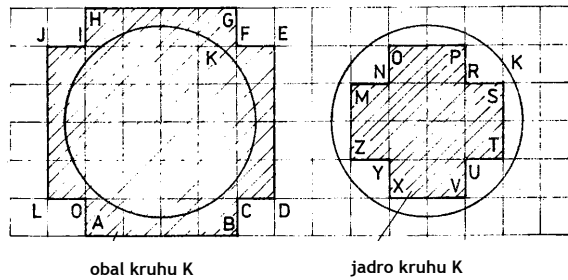
Obr. 49

$$S_{ABCD} = 12 \text{ j. o.}$$

$$S_{MNOP} = 12 \text{ j. o.}$$

$$\square ABCD \not\cong \square MNOP$$

4. Obal. Jadro



Obr. 50

Obal kruhu K je zjednotenie všetkých základných štvorcov siete (jednotiek obsahu), ktoré majú s kruhom K spoločný aspoň jeden vnútorný bod.

Jadro kruhu K je zjednotenie všetkých základných štvorcov siete (jednotiek obsahu), ktoré sú podmnožinou kruhu K.

Obsah obalu kruhu K je väčší alebo sa rovná obsahu kruhu K, a ten je väčší alebo sa rovná obsahu jadra kruhu K.

Píšeme $S_{ABCDEFGHIJLO} \supseteq S_K \supseteq S_{MNOPRSTUVXYZ}$

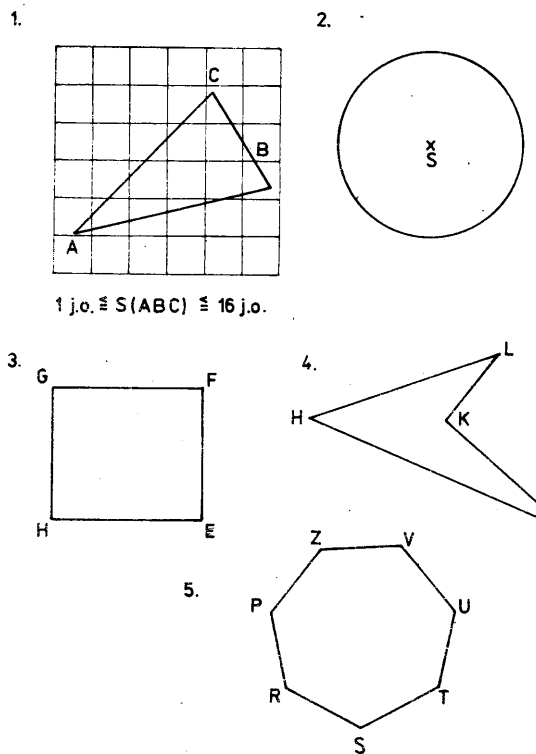
$$32 \text{ j.o.} \cong S_K \cong 12 \text{ j.o.}$$

Horná medza obsahu kruhu K

Dolná medza obsahu kruhu K

Neskôr uvidíte, že $S_K = 19,6 \text{ j. o.}$

9. Na štvorcovaný papier narysujte trojuholník, kruh a pravouholník. Farebne vyznačte ich jadrá a obaly. Zapište hornú a dolnú medzu obsahu týchto mnohoúhľovníkov.
10. Pomocou štvorcovej siete na priehľadnej fólii určte hornú a dolnú medzu obsahu vyznačených mnohoúhľovníkov a kruhu. Príslušné nerovnosti zapište podľa vzoru na prvom obrázku.



Obr. 51

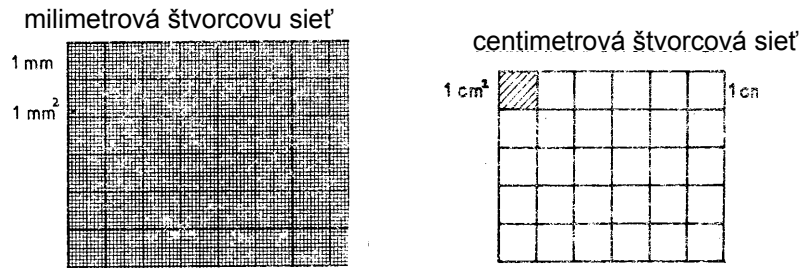
5. Jednotky obsahu.

Obsah pravouholníka a trojuholníka

Milimeter štvorcový (štvorec so stranou 1 mm) - mm^2

Centimeter štvorcový (štvorec so stranou 1 cm) - cm^2

Decimeter štvorcový (štvorec so stranou 1 dm) - dm^2

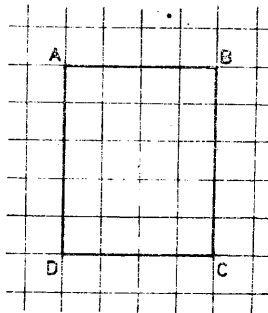


Obr. 52

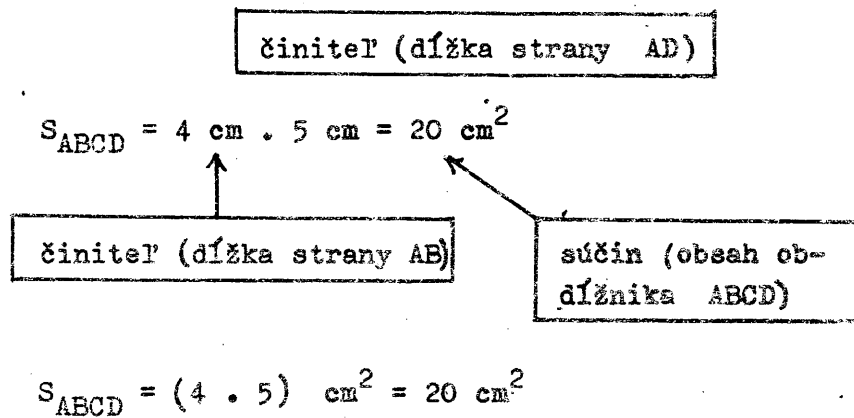
Meter štvorcový (štvorec so stranou 1 m) - m²

Kilometer štvorcový (štvorec so stranou 1 km) - km²

- 11. Vystrihnite decimeter štvorcový.
- 12. Pozliepajte noviny tak, aby ste z nich mohli vystrihnúť meter štvorcový.



Obr. 53



Vynásobením dĺžok dvoch susedných strán (udaných v rovnakých jednotkách dĺžky) obdĺžnika ABCD, vypočítame obsah obdĺžnika (v príslušných jednotkách obsahu).

Stručne: Obsah obdĺžnika sa rovná súčinu dĺžok jeho susedných strán

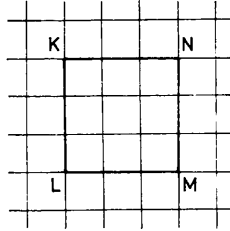
Píšeme:

$$S = a \cdot b$$

Obsah štvorca s dĺžkou strany a sa rovná $a \cdot a$ alebo a^2 (čítame „ a na druhú“).

Píšeme:

$$S = a^2$$



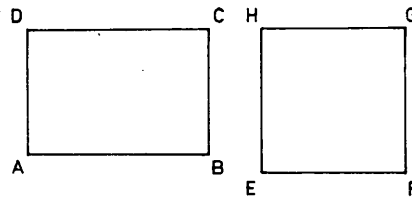
Obr. 54

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot a = a^2 = 3^2 \text{ cm}^2$$

$$S_{KLMN} = 9 \text{ cm}^2$$

13.



Obr. 55

Odmerajte strany obdĺžnika ABCD a štvorca EFGH s presnosťou na milimetre a vypočítajte ich obsah.

14. Pomocou štvorcovej siete na priehľadnej fólii určte hornú a dolnú medzu obsahu pravouholníkov z 13. cvičenia. Zapište príslušné nerovnosti.
15. Odmerajte hrany modelu kocky (zo stavebnice) a vypočítajte obsah jej hranice v cm^2 a potom v mm^2 .
16. Povrch jednej strany učebnice znázorňuje pravouholník. Odmerajte strany a vypočítajte jeho obsah. Koľko cm^2 umakartu treba na pokrytie povrchu vašej lavice?

17. Určte rozmery vašej triedy a vypočítajte obsah podlahy.
18. Dĺžka vane v kúpeľni je 150 cm, výška 60 cm a šírka 70 cm.
Koľko kachličiek potrebujeme keď vieme, že majú tvar štvorca so stranou 10 cm a vaňu treba obložiť z dvoch strán?

$$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1^2 \text{ m}$$

$$10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} = 100 \text{ dm}^2$$

$$100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$1\,000 \text{ mm} \cdot 1\,000 \text{ mm} = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = 1 \text{ km}^2$$

$$1\,000 \text{ m} \cdot 1\,000 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2; \quad 1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2; \quad 1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2; \quad 1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2; \quad 1 \text{ m}^2 = 0,000001 \text{ km}^2$$

19. Vyjadrite v štvorcových
- a) decimetroch,
 - b) centimetroch,
 - c) milimetroch

328 m², 6 m², 25 m², 10 m², 100 m².

20. Vyjadrite v štvorcových metroch

58 km², 16 km², 4 km², 10 km², 1 km², 0 km².

21. Vyjadrite v štvorcových
- a) decimetroch,
 - b) milimetroch

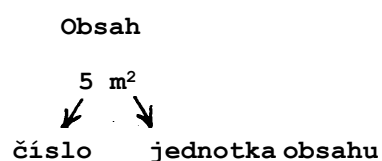
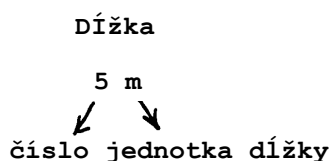
1 500 cm², 27 000 cm².

22. Koľko dlaždičiek so štvorcovým povrchom a stranou 10 cm potrebujeme na chodbu s rozmermi 3 m a 2 m?

23. Vyjadrite v štvorcových metroch 1 dm², 1 cm², 1 mm²

Vyjadrite v štvorcových kilometroch 1 m²

Porovnajzte vlastnosti dĺžky a obsahu



Zhodné úsečky majú rovnaké dĺžky.

Obsah zjednotenia dvoch neprekrývajúcich sa množín bodov sa rovná súčtu ich obsahov

$$d \text{ (j. d.)} = 1 \text{ (j. d.)}$$

$$S \text{ (j. o.)} = 1 \text{ [j. o.)}$$



Obr. 56

$$2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 = 5 \text{ cm}^2$$

$$3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$3 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2 = 5 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm}^2 - 2 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm}^2 - 3 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$$



Obr. 57

$$4 \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$8 \text{ cm} : 4 = 2 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm}, 4 = 8 \text{ cm}$$

$$8 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$



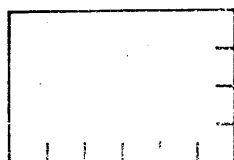
Obr. 58

$$4 \cdot 2 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ cm}^2 : 4 = 2 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ cm}^2 : 2 \text{ cm}^2 = 4 \text{ cm}^2$$



Obr. 59

$$6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$$

$$24 \text{ cm}^2 : 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$$

$$24 \text{ cm}^2 : 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

24. Vypočítajte

$$150 \text{ cm}^2 - 60 \text{ cm}^2$$

$$2\,400 \text{ km}^2 - 900 \text{ km}^2$$

$$242 \text{ cm}^2 - 400 \text{ cm}^2$$

$$7\,000 \text{ mm}^2 - 4\,000 \text{ mm}^2$$

$$1\,350 \text{ cm}^2 - 500 \text{ cm}^2$$

$$0,28 \text{ m}^2 - 0,14 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ m}^2 - 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$36 \text{ km}^2 - 6\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$54 \text{ cm}^2 - 900 \text{ mm}^2$$

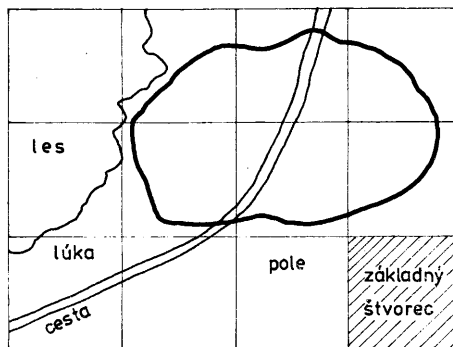
25. V roku 1971 bolo v ČSR 44 650 km² poľnohospodárskej pôdy. Je to o 18 370 km² viac ako v SSR. Koľko km² poľnohospodárskej pôdy bolo v ČSSR?

26. Doteraz sa veľkosť pozemkov určuje v tzv. hektároch (ha).

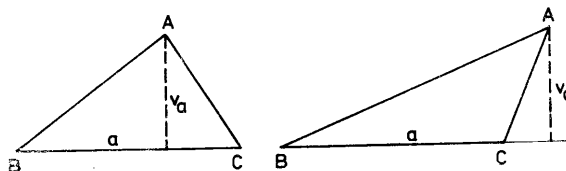
Hektár je štvorec so stranou 100 m. Koľko štvorcových kilometrov je
a) 100 ha, b) 6700ha, c) 1 000 ha?

27. Vojenské mapy sú zvyčajne zakreslené do štvorcovej siete, ktorej základný štvorec predstavuje 1 km² v skutočnosti.

Na obrázku je hrubou čiarou vyznačený zamínovaný vojenský terén. Určte hornú medzu výmery tohto terénu v štvorcových kilometroch.



Obr. 60



Obr. 61

$$a = 60 \text{ mm} \quad v_a = 30 \text{ mm}$$

$$S = a \cdot v_a : 2$$

$$S = 60 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} : 2$$

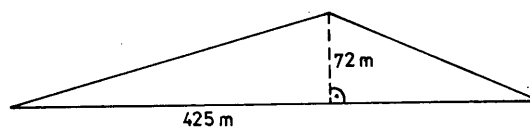
$$S = 900 \text{ mm}^2$$

$$S = a \cdot v_a : 2$$

$$S = 60 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} : 2$$

$$S = 900 \text{ mm}^2$$

28. Pozemok má tvar trojuholníka na obrázku. Vypočítajte jeho výmeru (plošný obsah).



Obr. 62

29. Časť strechy má tvar trojuholníka, ktorého jedna strana je dlhá 10 m a jej príslušná výška 6 m. Vypočítajte plošný obsah tejto časti strechy.

R o z š i r u j ú c e c v i č e n i a

Dĺžka úsečky

30. Určte hornú a dolnú medzu dĺžky triedy, ak meriate s presnosťou na metre,
31. Odmerajte šírku a výšku dverí (na centimetre).

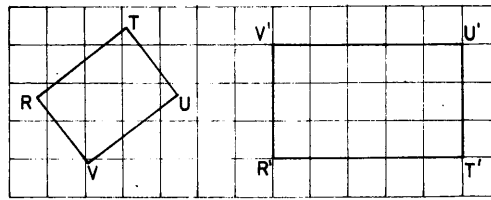
Obsah mnohoúhelníka štvorcovej siete

32. Na štvorcovanom papieri (v štvorcovej sieti) vyznačte aspoň dva pravouholníky tak, aby ich obsah bol 30 j. o. a aby neboli zhodné.

Jednotky obsahu.

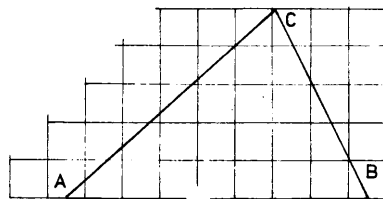
Obsah pravouholníka a trojuholníka

33. Na priehľadnej fólii vyznačte jadro a obal obdĺžnikov $RTUV$ a $R'T'U'V'$. Zapište hornú a dolnú medzu obsahu obdĺžnikov. Odmerajte dĺžky strán obdĺžnikov, vypočítajte ich obsah a porovnajte ho s hornou a dolnou medzou obsahu.



Obr. 63

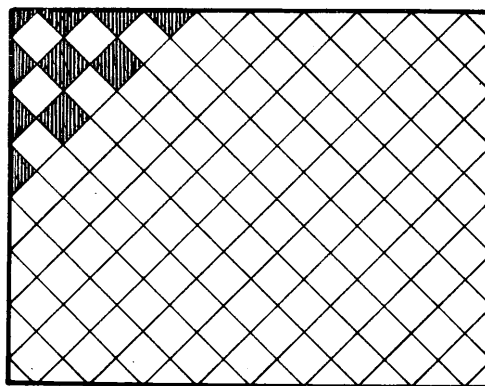
34. V centimetrovej sieti narysujte trojuholník ABC ako na obrázku.



Obr. 64

Vyznačte jadro a obal trojuholníka a určte dolnú a hornú medzu jeho obsahu (v cm^2). Vypočítajte obsah trojuholníka ABC.

35. Zaujímavá úloha

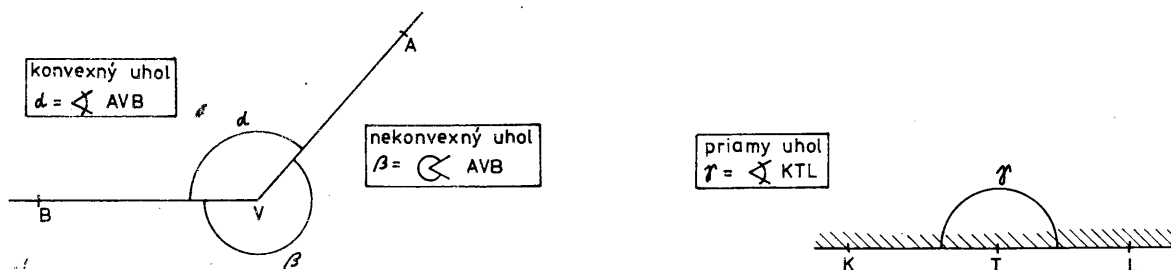


Obr. 65

Podľa tvaru obdĺžnika sa má pokryť tmavými a svetlými štvorcovými doštičkami tak, ako je to čiastočne naznačené na obrázku. V rohoch a na krajoch majú byť položené iba časti doštičiek. Koľko potrebujeme tmavých a koľko svetlých doštičiek?

V. VEĽKOSŤ UHLA

1. Uhol. Opakovanie



Obr. 66

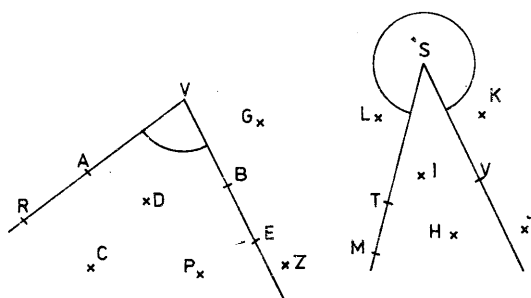
α - alfa, β - beta, γ - gama, δ - delta, ω - omega.

1. Narysujte konvexný uhol α .

Narysujte nekonvexný uhol β .

Narysujte priamy uhol γ .

2.



Obr. 68

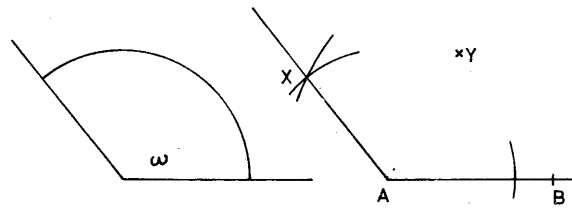
a) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré patria konvexnému uhlu AVB.

b) Zapište množinu všetkých vyznačených bodov, ktoré patria nekonvexnému uhlu TSV.

3. Vymodelujte nekonvexný uhol CVB. Vyznačte bod L, ktorý mu patrí a nie je jeho hraničným bodom.

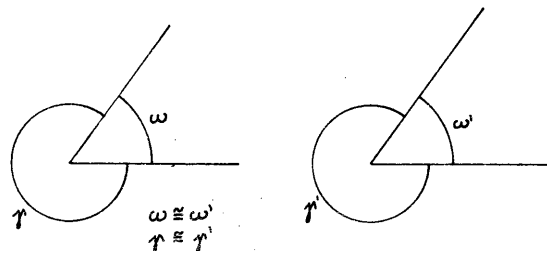
Uhol BAX je prenesený uhol ω k polpriamke AB do polroviny ABY.

$$\sphericalangle \omega \cong \sphericalangle BAX.$$



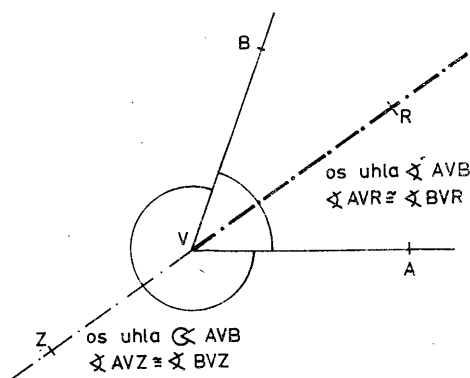
Obr. 69

4. Narysujte konvexný uhol a vyznačte polrovinu ABY. Preneste uhol γ k polpriamke AB do polroviny ABY.



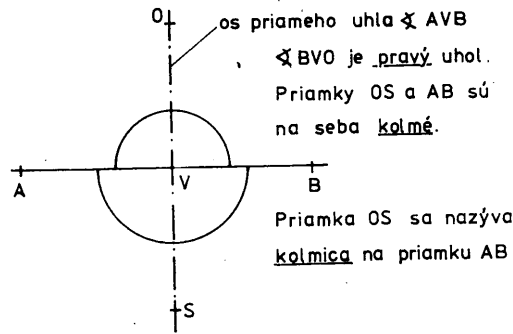
Obr. 70

5. Narysujte trojuholník ABC. Porovnajzte každé dva vnútorné uhly trojuholníka a výsledok zapíšte.



Obr. 71

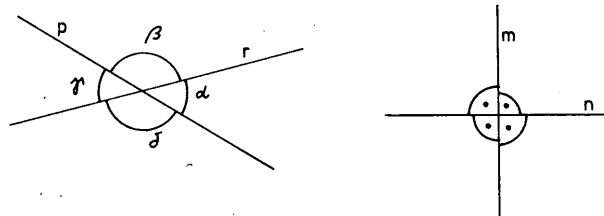
6. Narysujte trojuholník ABC. Zostrojte osi všetkých vnútorných uhlov trojuholníka ABC. Ak ste presne rysovali, pretínajú sa všetky tieto osi v jednom bode.



Obr. 72

7. Narysujte priamku s a vyznačte jej bod T. Bodom T vedte kolmicu na priamku s (pomocou kružidla).

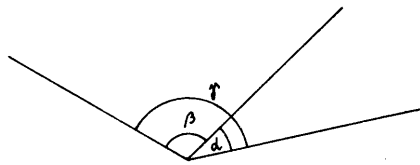
O dvoch rôznobežkách p, r hovoríme, že zvierajú štyri konvexné uhly.



Obr. 73

Platí: Ak je jeden z týchto štyroch uhlov pravý, potom sú pravé aj ostatné tri uhly.

Uhly α a β sú styčné.



Obr. 74

$$\alpha + \beta = \gamma$$

$$\beta + \alpha = \gamma$$

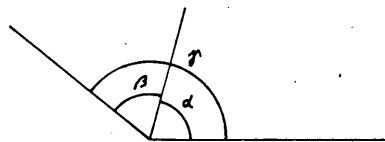
Grafický súčet uhlov α a β .

$$\gamma - \alpha = \beta$$

$$\gamma - \beta = \alpha$$

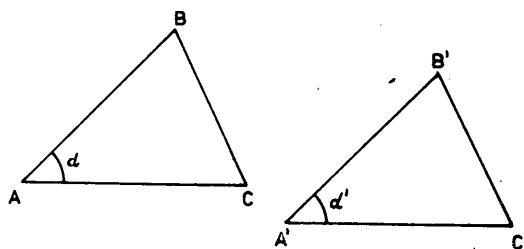
Grafický rozdiel uhlov.

8. Vyznačte konvexné uhly α a β ($\alpha > \beta$)
Zostrojte ich grafický súčet a rozdiel.
9. Narysujte dve rôznobežky a ich priesečník označte U. Vyznačte aspoň štyri uhly s vrcholom U, ktoré určujú vždy dve z narysovaných polpriamok. Vyznačte aspoň jeden nekonvexný uhol.



Obr. 75

10. Každý z troch vyznačených uhlov zapíšte ako grafický súčet alebo rozdiel ostatných dvoch.



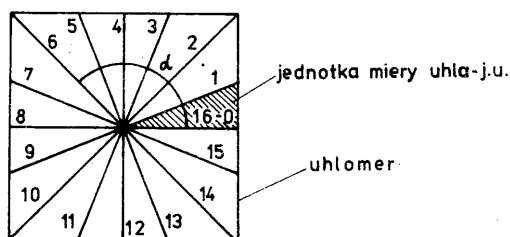
Obr. 76

Pre každé dva trojuholníky platí: Ak sa dva trojuholníky zhodujú v dvoch stranách a v uhle nimi zovretom, tak sú zhodné (s u s).

$$AB \approx A'B', AC \approx A'C', \alpha \approx \alpha', \Delta ABC \approx \Delta A'B'C'.$$

11. Vyznačte konvexný uhol α . Zostrojte také trojuholníky ΔMNP a ΔRST , že jeden ich vnútorný uhol je zhodný s uhlom α a strany, ktoré ho zvierajú sú dlhé 8 cm a 10 cm. Čo môžete povedať o trojuholníkoch ΔMNP a ΔRST ?

2. Jednotka miery uhla - uhlomer



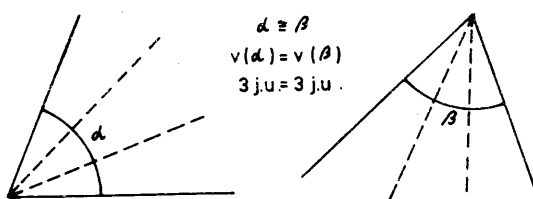
Obr. 77

$$v(\alpha) = 6 \text{ j. u.}$$

Velkosť uhla je číslo s jednotkou miery uhla.

12. Na svojom uhlomere zistite veľkosti uhlov s ramenami 0,9; 3,10; 2,16.
13. Na svojom uhlomere oblúčkovo vyznačte uhly s veľkosťou 2 j. u., 7 j. u., 14 j. u.

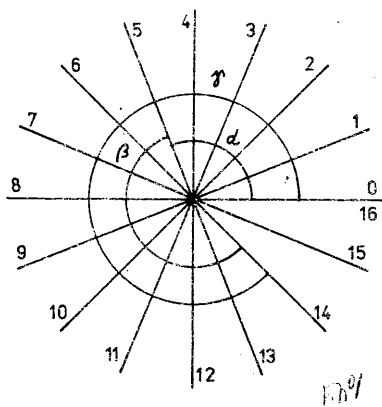
3. Vlastnosti veľkosti uhla



Obr. 78

Ak sú dva uhly zhodné, majú rovnakú veľkosť.

14. Zostrojte uhol zhodný s uhlom uhlomera, ktorého ramená sú 2 a 7. Aká je jeho veľkosť?



Obr. 79

$$v(\alpha) = 5 \text{ j. u.}, \quad v(\beta) = 9 \text{ j. u.}, \quad v(\gamma) = 14 \text{ j. u.}$$

$$\alpha + \beta = \gamma$$

$$v(\alpha) + v(\beta) = v(\gamma)$$

$$5 \text{ j. u.} + 9 \text{ j. u.} = 14 \text{ j. u.}$$

sčítanec

sčítanec

šúčet

Vždy platí: Velkosť grafického súčtu dvoch uhlov sa rovná súčtu veľkostí sčítancov.

O veľkosti týchto uhlov α , β , γ platí:

$$5 \text{ j. u.} + 9 \text{ j. u.} = 14 \text{ j. u.}$$

$$14 \text{ j. u.} - 9 \text{ j. u.} = 5 \text{ j. u.}$$

$$9 \text{ j. u.} + 5 \text{ j. u.} = 14 \text{ j. u.}$$

$$14 \text{ j. u.} - 5 \text{ j. u.} = 9 \text{ j. u.}$$

$$6 \cdot 5 \text{ j. u.} = 30 \text{ j. u.}$$

$$30 \text{ j. u.} : 6 = 5 \text{ j. u.}$$

$$5 \cdot 6 \text{ j. u.} = 30 \text{ j. u.}$$

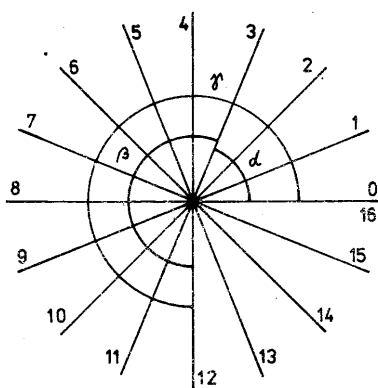
$$30 \text{ j. u.} : 5 \text{ j. u.} = 6 \text{ j. u.}$$

15. Na uhlomere určte ramená uhla, ktorý je grafickým súčtom uhlov s veľkosťou 3 j. u. a 7 j. u.

16. $\alpha = 3 \text{ j. u.}$

$$\beta = 9 \text{ j. u.}$$

$$\gamma = ?$$

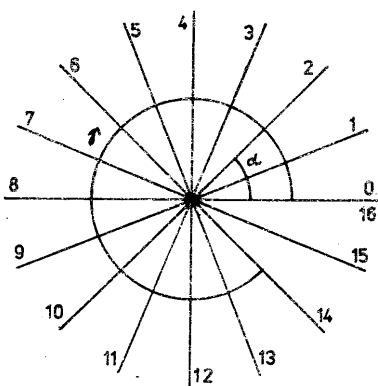


Obr. 80

$$\alpha = 2 \text{ j. u.}$$

$$\beta = ?$$

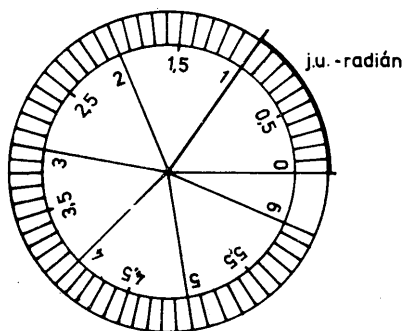
$$\gamma = 14 \text{ j. u.}$$



Obr. 81

Na svojom uhlomere vyznačte uhly α , β , prípadne γ ako na obrázkoch. Zapište všetky príklady, ktoré sú na obrázkoch znázornené.

4. Meranie uhla. Radián



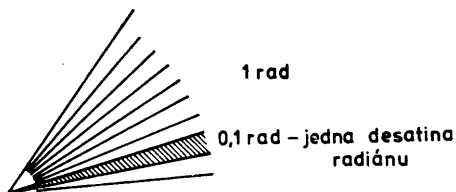
Obr. 82

17. Zostrojte uhly α , β , γ ,

$v(\alpha) = 5 \text{ rad}$

$v(\beta) = 3 \text{ rad}$

$v(\gamma) = 1 \text{ rad}$



Obr. 83

18. Zostrojte uhly δ , ω , γ ,

$v(\delta) = 2,6 \text{ rad}$

$v(\omega) = 0,7 \text{ rad}$

$v(\gamma) = 5,7 \text{ rad}$

19. Zostrojte uhol α , $v(\alpha) = 0,9 \text{ rad}$.

Vyznačte body V, S, T, ktoré neležia na úsečke.

Preneste uhol α k polpriamke VS do polroviny VST a zostrojte tak uhol

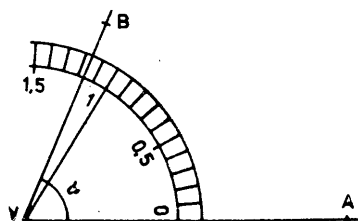
$SVU \approx \alpha$

Určte veľkosť uhla SVU.

20. Zostrojte uhly α a β , $v(\alpha) = 1,2 \text{ rad}$, $v(\beta) = 2,6 \text{ rad}$.

Zostrojte uhol $\gamma = \alpha + \beta$. Vypočítajte veľkosť uhla γ .

Odmerajte uhol γ .



Obr. 84

$$1, 1 \text{ rad} = v(\alpha) = 1, 2 \text{ rad}$$

Dolná medza veľkosti uhla α	Horná medza veľkosti uhla α
---------------------------------------	---------------------------------------

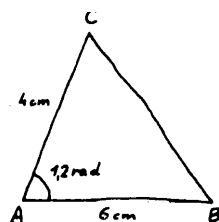
$$v(\alpha) \approx 1, 2 \text{ rad}$$

21. Narysujte dva rôzne uhly, jeden konvexný a druhý nekonvexný. Určte hornú a dolnú medzu ich veľkostí.
22. Narysujte ľubovoľný trojuholník ABC.
- a) Odmerajte každý jeho vnútorný uhol s presnosťou na desatiny radiánu. Veľkosti uhlov zapíšte.
- b) Určte hornú a dolnú medzu veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka ABC.
23. Narysujte úsečku AB tak, že platí $d AB = 120 \text{ mm}$.
Narysujte uhol BAE, $v(BAE) = 1, 6 \text{ rad}$.
V polrovine BAE zostrojte uhol ABD, $v(ABD) = 0, 8 \text{ rad}$.
Priesečník priamok AE a BD označte C.
Odmerajte uhol ABC.

Konštrukcia trojuholníka podľa vety sus

Narysujte trojuholník ABC, keď je dané uhol BAC = 1, 2 rad, $d AB = 6 \text{ cm}$, $d AC = 4 \text{ cm}$.

1. Náčrtok



Obr. 85

Rozbor

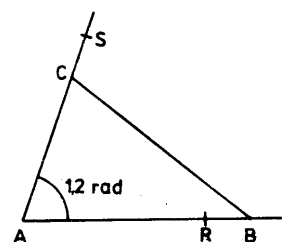
$$v(\text{uhol RAS}) = 1, 2 \text{ rad}$$

$$d AB = 6 \text{ cm}$$

$$d AC = 4 \text{ cm}$$

BC

3. Konštrukcia

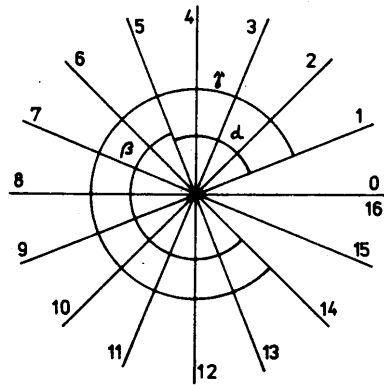


Obr. 86

4. Kontrola (nové meranie)
5. Trojuholník môžeme zostrojiť aj v polrovine opačnej k polrovine ARS.
24. Zostrojte trojuholník MNP, keď je dané $\angle MNP = 0,9$ rad, $d_{MN} = 120$ mm, $d_{NP} = 94$ mm. Vypočítajte jeho obsah.

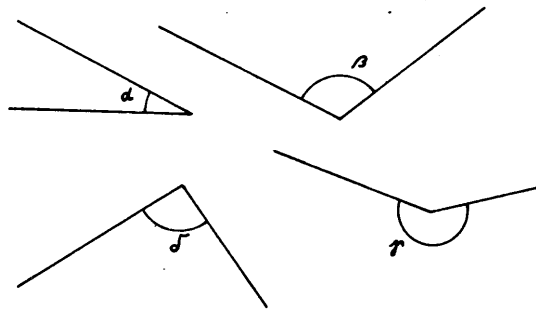
R o z š i r u j ú c e c v i č e n i a

25. Vymodelujte bod V. Vymodelujte konvexný uhol α , ktorého vrchol je bod V. Vymodelujte bod, ktorý patrí uhlu α , ale neleží na jeho ramene.
26. Vymodelujte body P a R. Vymodelujte konvexný uhol β , ktorého rameno je polpriamka PR. Vymodelujte bod T, konvexného uhla β , ktorý nepatrí jeho hranici.
27. Narysujte konvexný uhol γ a polpriamku OP. Preneste konvexný uhol γ k polpriamke OP do oboch polrovín, so začiatkom OP.
28. Narysujte tri uhly α , β , γ (γ je nekonvexný uhol). Porovnajte ich a zapíšte, čo ste zistili.
29. Vyznačte tri body K, L, M, ktoré neležia na úsečke. Narysujte uhol LKM a označte ho α . Narysujte uhol KLM a označte ho β . Narysujte uhol LMK a označte ho γ . Navzájom porovnajte uhly α , β , γ .
30. Narysujte priamy uhol MNO. Zostrojte jeho os. Narysujte nekonvexný uhol a zostrojte jeho os.
31. Narysujte konvexný uhol AVB a zostrojte jeho obraz v súmernosti podľa stredu V. Zapíšte, čo môžete povedať o konvexných uhloch, ktoré zvierajú rôznobežky AV a BV.
32. Narysujte dve rôznobežky. Štyri uhly, ktoré zvierajú, označte α , β , γ , δ . Porovnajte každé dva z týchto uhlov.
33. Narysujte trojuholník KLM. Na každú z priamok, určených stranami trojuholníka, zostrojte kolmicu vrcholom trojuholníka, ktorý priamke nepatrí. Ak ste presne rysovali, pretínajú sa všetky kolmice v jednom bode.
34. Zapíšte všetky príklady, ktoré sú vyznačené na uhlomere.



Obr. 87

35. Určte hornú a dolnú medzu veľkosti narysovaných uhlov, najprv v desiatinách radiánut a potom v radiánoch.
Odmerajte narysované uhly, najprv na desatiny radiánu a potom na radiány.



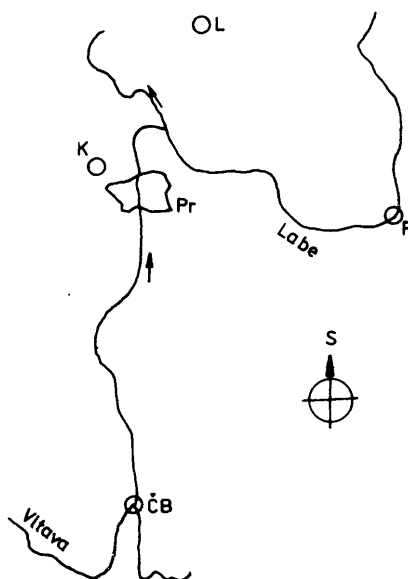
Obr. 88

36. Narysujte trojuholník ABC.
Zostrojte uhol α , ktorý je grafickým súčtom vnútorných uhlov trojuholníka ABC. Odmerajte ho.
Ak ste správne postupovali, platí: $3,1 \text{ rad} \leq v(\alpha) = 3,2 \text{ rad}$.
37. Zostrojte uhol β , ktorý je grafickým rozdielom uhlov s ramenami $0,7$ a $0,2$ na uhlomere z obr. 77. Vypočítajte veľkosť uhla β . Vyriešte túto úlohu meraním na stupne.
Zapíšte všetky príklady, ktoré graf znázorňuje.
38. Zostrojte uhol α , $v(\alpha) = 0,9 \text{ rad}$.
Vyznačte tri body V, S, T, ktoré neležia na úsečke.
Preneste uhol α k polpriamke VS do polroviny VST a zostrojte tak uhol SVU $\approx \alpha$.
Určte veľkosť uhla SVU.
39. Zostrojte uhly α , β , $v(\alpha) = 1,2 \text{ rad}$, $v(\beta) = 2,6 \text{ rad}$. Zostrojte uhol $\gamma = \alpha + \beta$. Vypočítajte veľkosť uhla γ . Odmerajte uhol γ .

40. Narysujte dva rôzne uhly, z ktorých jeden je konvexný a druhý nekonvexný. Určte hornú a dolnú medzu ich veľkostí v stupňoch.
41. Diktát: Narysujte pravý uhol ABC. V polrovine ACB zostrojte uhol CBD, v (uhol CBD) = 45° . Priesečník ramien AC a BD označte písmenom E. Odmerajte uhol CEB s presnosťou na stupne. Porovnajzte úsečky AB a CE. Odmerajte uhol ACB s presnosťou na stupne. Vypočítajte v (uhol ECB) + v (uhol CBE) + v (uhol CEB).

Z a u j í m a v é ú l o h y

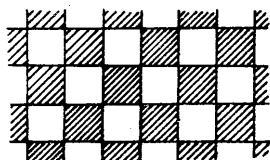
42.



Obr. 89

Použit' môžete iba uhlomer a rovné pravítko s milimetrovým delením. Ako ich použijete na prenesenie mapky?

43. Určte, koľko štvorcových dosiek (kachličiek) so stranou 40 cm potrebujete na pokrytie podlahy vašej triedy, keď budeme kachličky ukladať tak, ako je to naznačené na obrázku. Koľko potrebujete bledých a koľko tmavých kachličiek?



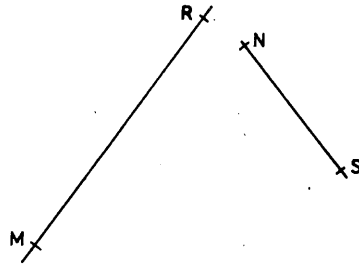
Obr. 90

CVIČEBNICA

1. Opakovanie a prehĺbenie učiva.

Vzdialenosť dvoch množín bodov

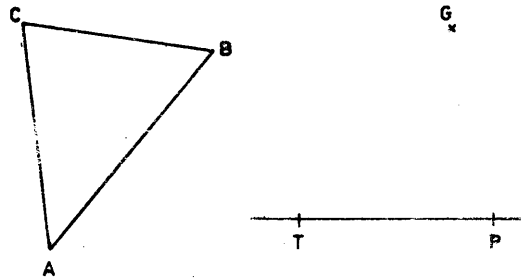
1. Naneste úsečku NS na polpriamku MR a vyznačte bod U ($MU \approx NS$). Naneste úsečku RM na polpriamku NS a vyznačte bod V ($RM \approx NV$). Porovnajte úsečky UR a SV.



hodnotenie: UR SV

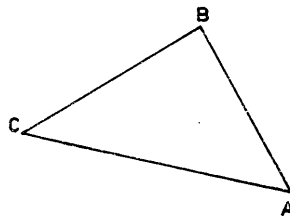
Obr. 91

2. Preneste trojuholník ABC k polpriamke PT do polroviny PTG a zostrojte trojuholník PLM. Čo môžete povedať o trojuholníkoch ABC a PLM? ($\triangle ABC \approx \triangle PLM$) Zapište to.



Obr. 92

3. Narysujte trojuholník ABD, ktorý sa s trojuholníkom ABC neprekrýva, tak, aby zjednotenie trojuholníkov ABC a ABD bol konvexný štvoruholník.



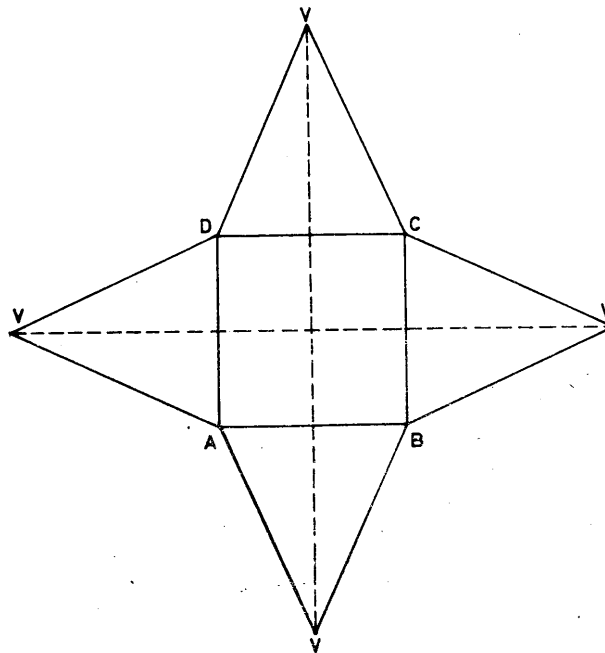
Obr. 93

4. Zeleným vyfarbíte polrovinu pA. Žltým vyfarbíte polrovinu pB. Začiatok oboch polrovín vyznačíte červeným.



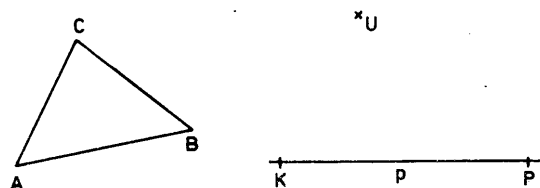
Obr. 94

5. Z tvrdšieho papiera vystrihnete mnohoúhelník, ktorý je vyznačený na obrázku a zložte z neho štvorboký ihlan. Rozhodnite, či sú roviny ABV a DCV rôznobežné, alebo rovnobežné. Ak sú rôznobežné, vymodelujte ich priesečnicu.



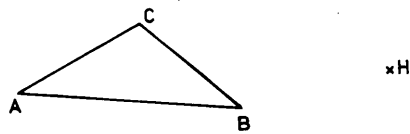
Obr. 95

6. Trojuholník ABC preneste k polpriamke KP do polroviny pU a zostrojte tak trojuholník KLM. Čo môžete povedať o trojuholníkoch ABC a KLM? Zapište.....



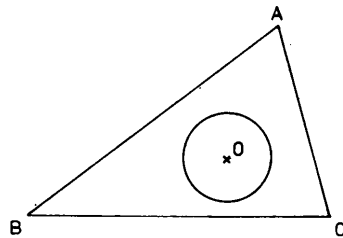
Obr. 96

7. Trojuholník ABC postupne preneste k opačným polpriamkam so začiatkom S, do polroviny aH.



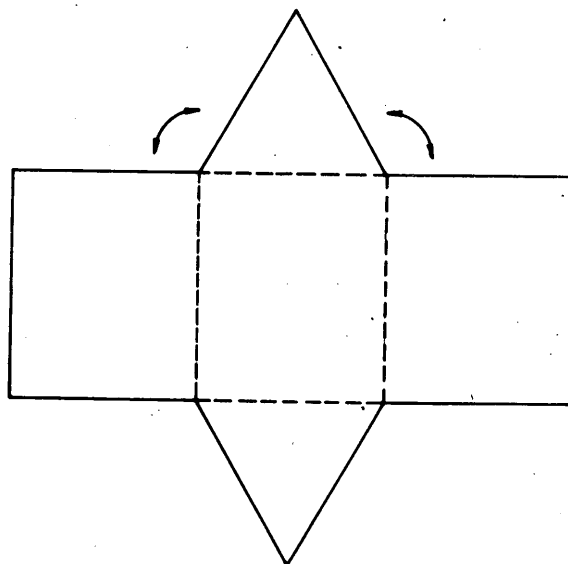
Obr. 97

8. Vyznačte bod M trojuholníka ABC, ktorý patrí kruhovému okoliu l bodu O. Vyznačte bod N trojuholníka ABC, ktorý kruhovému okoliu l bodu O nepatrí. V rovine ABC vyznačte kruhové okolie bodu O tak, aby obsahovalo aspoň jeden vrchol trojuholníka ABC.



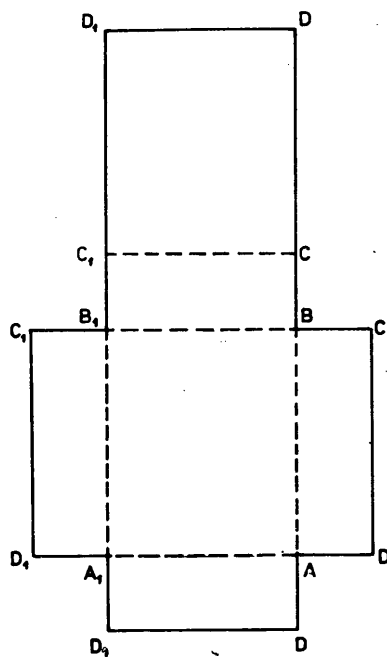
Obr. 98

9. Z tvrdšieho papiera vystrihnite mnohoúhelník, ako je vyznačený na obrázku a zložte z neho kolmý trojboký hranol.



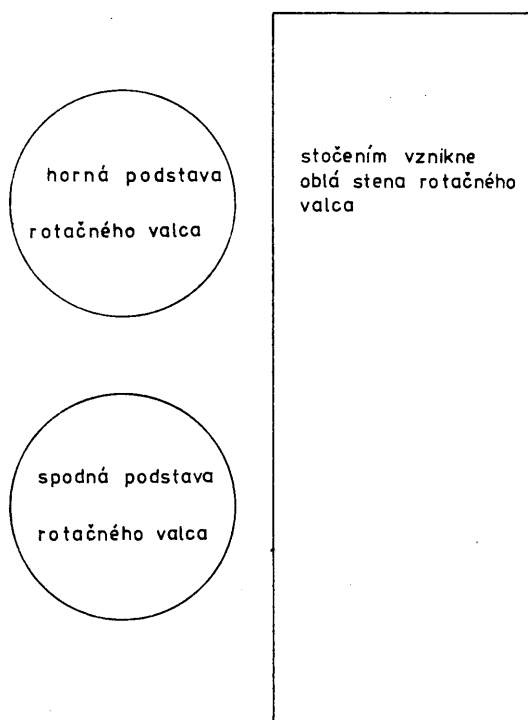
Obr. 99

10. Z tvrdšieho papiera vystrihnite vyznačený (pozri obr. 100) mnohoúholník a zložte z neho kolmý štvorboký hranol.



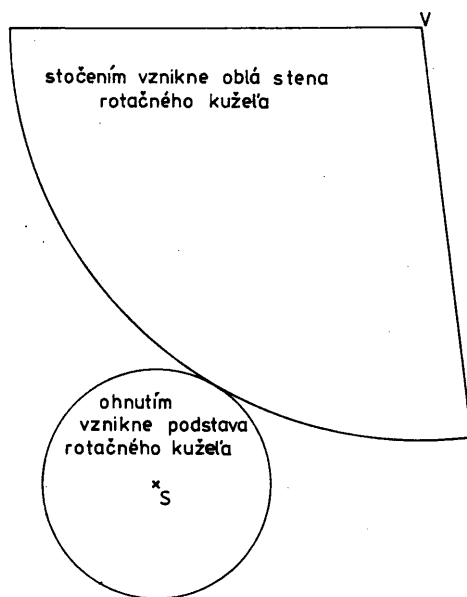
Obr. 100

11. Na tvrdší papier narysujte vyznačený obrázok, vystrihnite ho a zložte z neho rotačný valec.



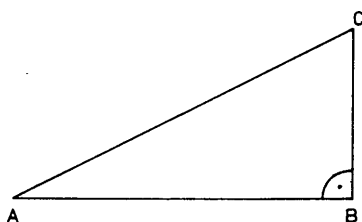
Obr. 101

12. Na tvrdší papier narysujte vyznačený obraz, vystrihnite ho a zložte z neho rotačný kužel.



Obr. 102

13. Každú odvesnu pravouhlého trojuholníka porovnajte s preponou.

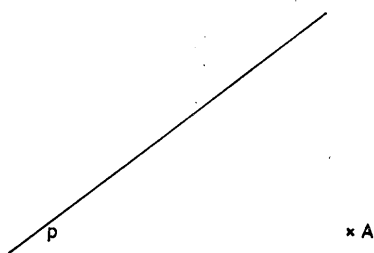


Obr. 103

AB AC

AC BC

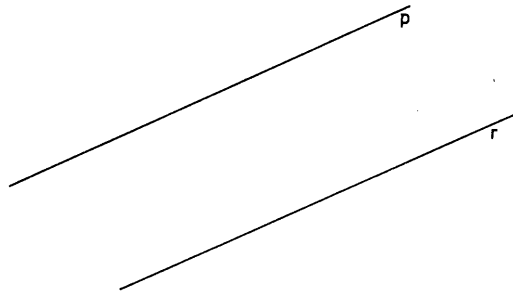
14. Určte vzdialenosť bodu A od priamky p.



Obr. 104

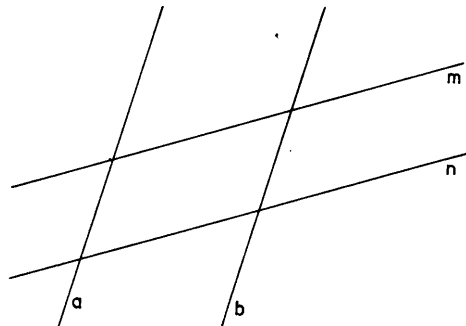
d AB =

15. Určte vzdialenosť rovnobežiek p, r.



Obr. 105

16. Určte vzdialenosť rovnobežiek m, n a a, b.



Obr. 106

Vzdialenosť m, n:.....

Vzdialenosť a, b:.....

17. V polrovine MNP zostrojte priamku p rovnobežnú s priamkou MN tak aby ich vzdialenosť bola 27 mm.

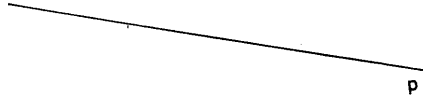
x M

x P

x N

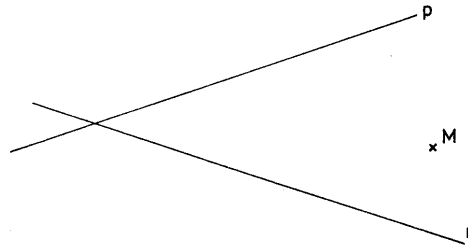
Obr. 107

18. V opačných polrovinách, so začiatkom p narysujte priamku m a n, ktoré sú rovnobežné s priamkou p a sú od nej vzdialené 35 mm.



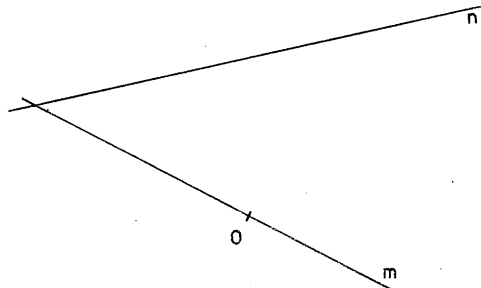
Obr. 108

19. Určte vzdialenosť bodu M od priamky p a od priamky r. Zapište, ktorá z týchto dvoch vzdialeností je väčšia.



Obr. 109

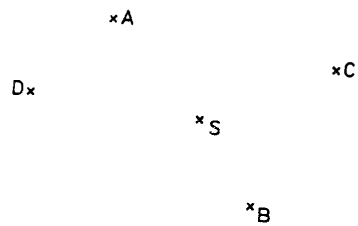
20. Určte vzdialenosť bodu O od priamky n a od priamky m.



Obr. 110

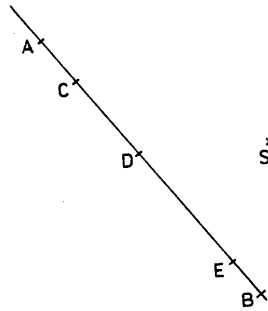
2. Stredová súmernosť

1. Zostrojte množinu bodov $\{A', B', C', D'\}$ súmerne združenú s množinou $\{A, B, C, D\}$ podľa stredu S.



Obr. 111

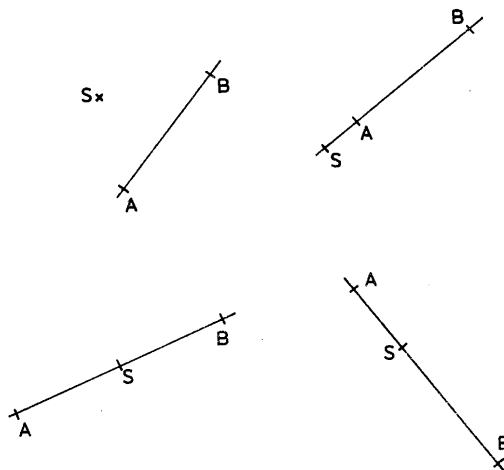
2. Zostrojte obrazy bodov A, B, C, D, E v súmernosti podľa stredú S. Narysujte úsečku A'B'.



Obr. 112

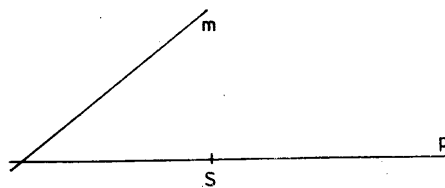
Ak ste presne rysovali, tak body C', D', E' patria úsečke A'B'.

3. Narysujte obrazy úsečiek AB v stredovej súmernosti podľa stredú S.



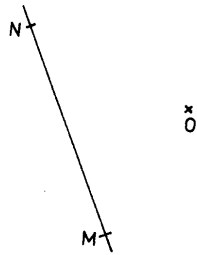
Obr. 113

4. Zostrojte obrazy priamok m a p v stredovej súmernosti, podľa stredú S.



Obr. 114

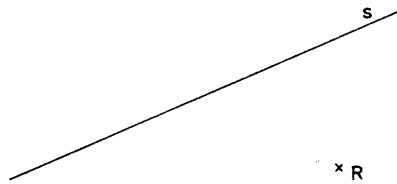
5. Zostrojte obraz polpriamky MN v súmernosti podľa stredú O.



Obr. 115

Porovnajte úsečky MN a M'N' MN M'N'.

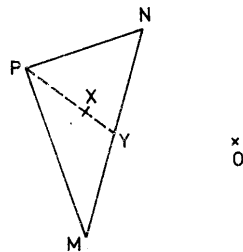
6. Bodom R narysujte priamku r, ktorá je rovnobežná s priamkou s.



Obr. 116

Postup konštrukcie:

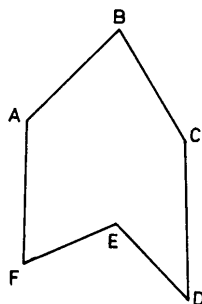
7. Zostrojte obraz trojuholníka MNP v súmernosti podľa stredú O.



Obr. 117

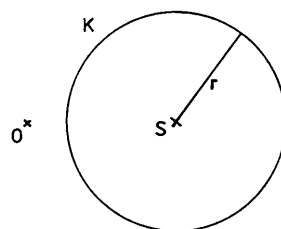
Porovnajte úsečky: MN M'N', PN P'N',
 PM P'M', XY X'Y'.

8. Zostrojte obraz mnohoúhelníka ABCDEF v súmernosti podľa stredú O.



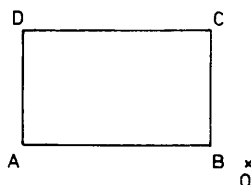
Obr. 118

9. Zostrojte obraz kruhu K so stredom S a s polomerom r v súmernosti podľa stredu O .



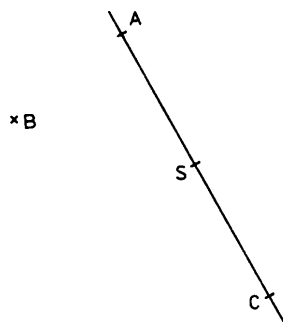
Obr. 119

10. Zostrojte obraz obdĺžnika $ABCD$ v súmernosti podľa stredu O .



Obr. 120

11. Bod S je stred úsečky AC . Zostrojte bod D súmerne združený s bodom B , podľa stredu S .

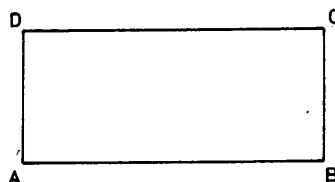


Obr. 121

Vyplňte tabuľku:

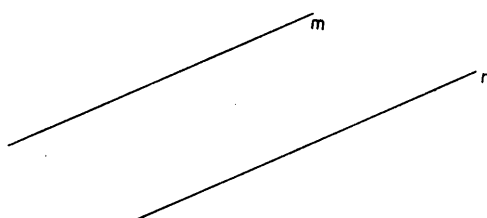
Vzor	A	B	C	D	množina {A, B, C, D}
Obraz					

12. Zostrojte stred obdĺžnika ABCD.



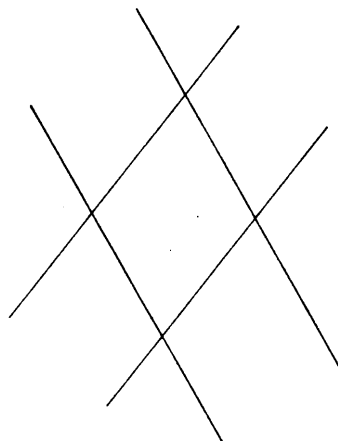
Obr. 122

13. Zostrojte aspoň jeden stred pásu roviny, určeného rovnobežkami m, n.



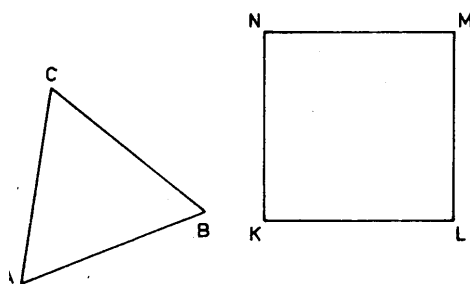
Obr. 123

14. Určte stred prieniku obidvoch vyznačených pásov roviny.



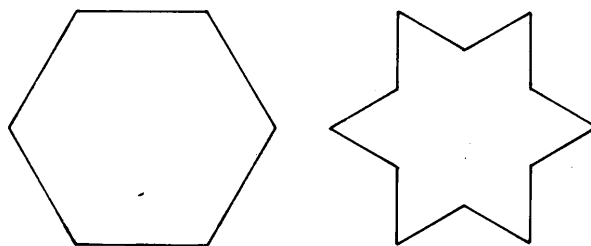
Obr. 124

15. Zostrojte stred rovnostranného trojuholníka ABC a štvorca KLMN.



Obr. 125

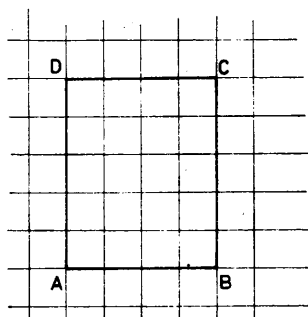
16. Zostrojte stredy narysovaných mnohoholníkov.



Obr. 126

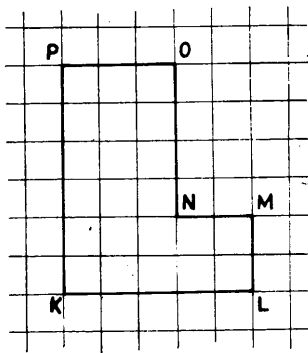
3 . Obsah

1 .



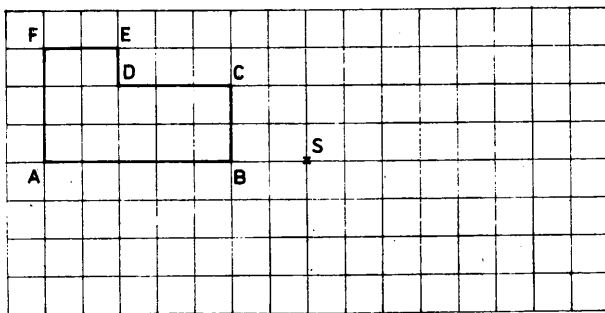
Obr. 127

2.



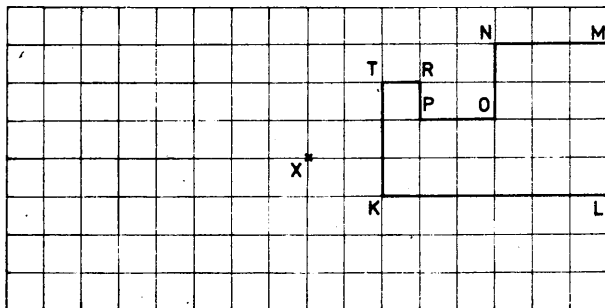
Obr. 128

3. Zostrojte obsah šesťuholníka ABCDEF v stredovej súmernosti podľa stredu S.

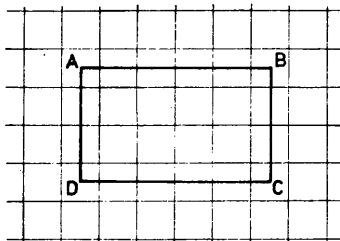


Obr. 129

4. Zostrojte obraz mnohoúhelníka KLMNOPRT v stredovej súmernosti podľa stredu X. Určte jeho obsah.



Obr. 130



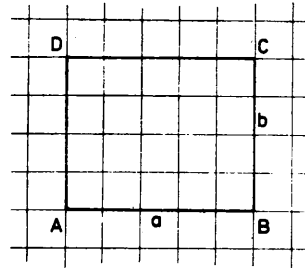
Obr. 131

6. $a = 5 \text{ cm}, \quad b = 4 \text{ cm}$

$S = a \cdot b$

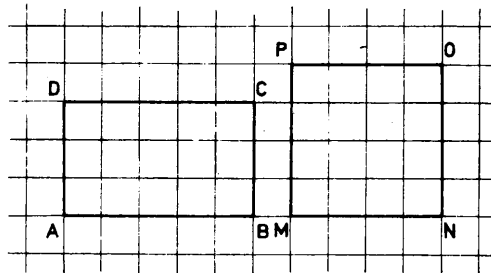
$4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$

$S = 20 \text{ cm}^2$



Obr. 132

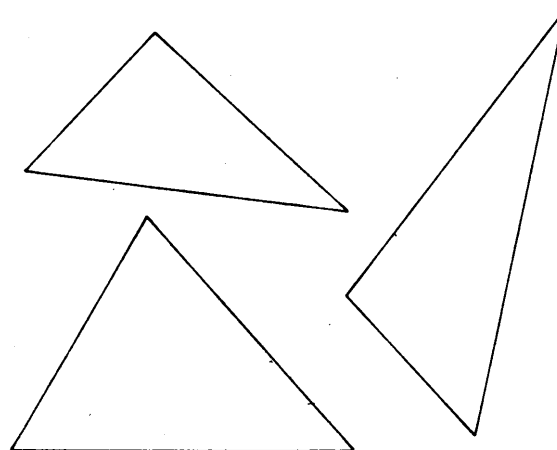
7.



Obr. 133,

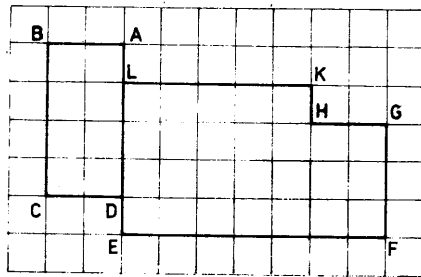
8. Odmerajte jednu stranu a príslušnú výšku v každom z vyznačených trojuholníkov a vypočítajte ich obsah.

Kontrolu výpočtu urobte vypočítaním obsahu trojuholníka pomocou dĺžky inej strany a príslušnej výšky.



Obr. 134

9. Určte obsah mnohouholníkov ABCD, EFGHKL, ABCDEFGHKL.

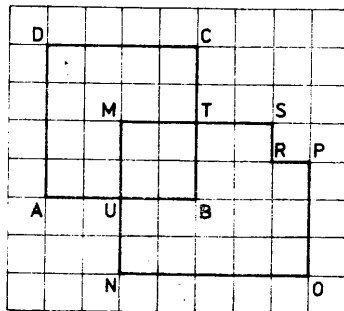


Obr. 135

Vznikol mnohouholník ABCDEFGHKL zjednotením mnohouholníkov ABCD a EFGHKL?

Je obsah mnohouholníka ABCDEFGHKL súčtom obsahov mnohouholníkov ABCD a EFGHKL?

10.



Obr. 136

Určte obsah mnohouholníkov ABCD a MNOPRS.

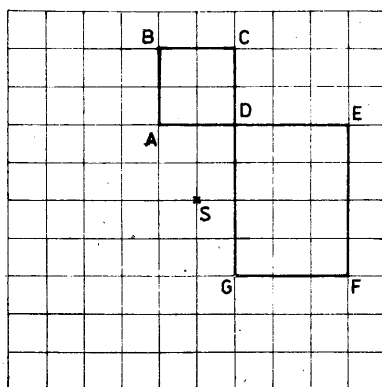
Je mnohouholník AUNOPRSTCD zjednotením mnohouholníkov ABCD a MNOPRS?

Je obsah mnohouholníka AUNOPRSTCD súčtom obsahov mnohouholníkov ABCD a MNOPRS?

11. V štvorcovej sieti vyznačte štvorec ABCD a obdĺžnik DEFG, ako na obrázku.

V stredovej súmernosti podľa stredu S zostrojte obraz zjednotenia štvorca ABCD a obdĺžnika DEFG.

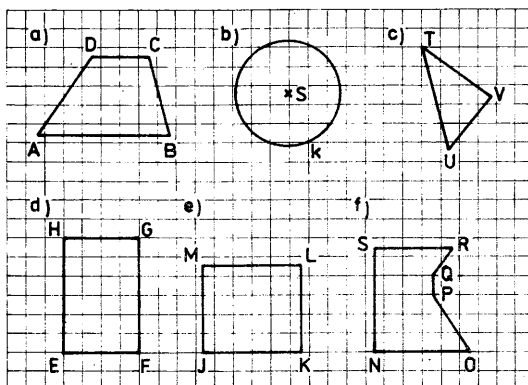
Určte obsah vzoru i obrazu a porovnajte ich.



Obr. 137

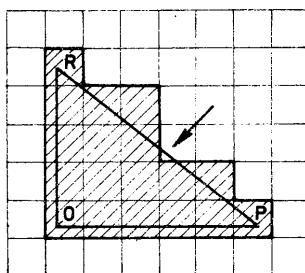
12. V štvorcovej sieti vyznačte množiny bodov ako na obrázku. Jadro každého obrazca vyznačte modrým a hranicu obalu červeným.

Zapište hornú a dolnú medzu obsahu každého obrazca.



Obr. 138

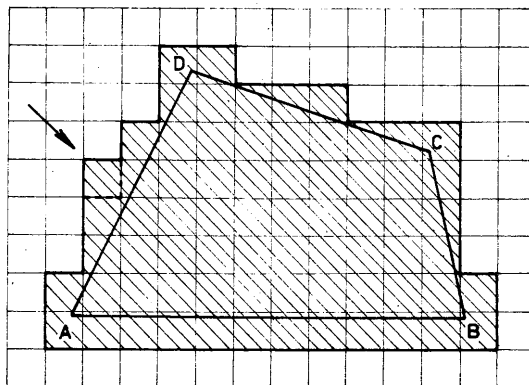
13. a)



Obr. 139

Je vyšrafovaný mnohoúholník obalom trojuholníka OPR?

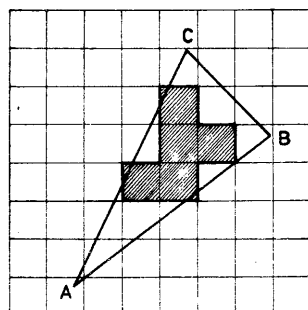
b)



Obr. 140

Je vyšrafovaný mnohoúhelník obalom štvoruholníka ABCD?

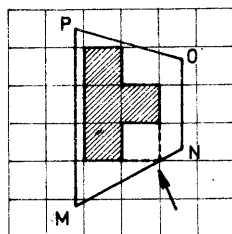
14. a)



Obr. 141

Je vyšrafovaný mnohoúhelník jadrom trojuholníka ABC?

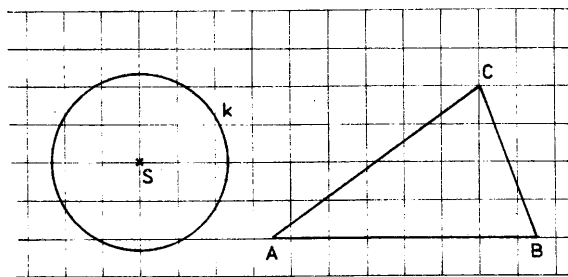
b)



Obr. 142

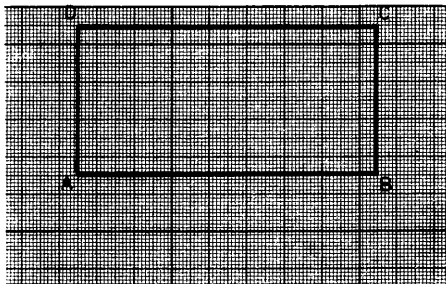
Je vyšrafovaný mnohoúhelník jadrom štvoruholníka MNOP?

15. V centimetrovej štvorcovej sieti vyznačte kruh a trojuholník ako na obrázku. Vyfarbte jadro kruhu K a obal trojuholníka ABC.



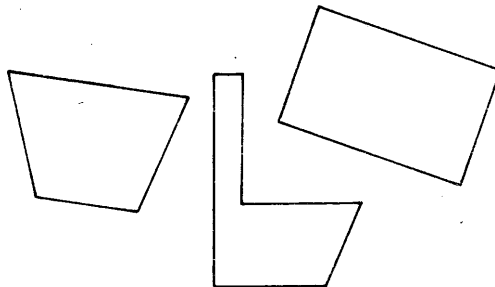
Obr. 143

16. V milimetrovej štvorcovej sieti vyznačte pravouholník ABCD tak, ako na obrázku. Vyznačte jadro a obal obdĺžnika ABCD a zapíšte príslušnú nerovnosť.



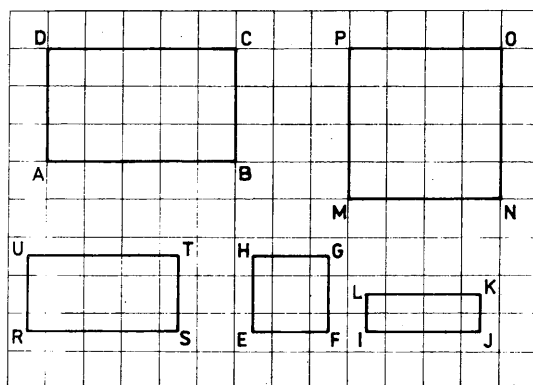
Obr. 144

17. Pomocou centimetrovej štvorcovej siete na priehľadnej fólii určte hornú a dolnú medzu obsahu vyznačených mnohoúholníkov (v cm^2).



Obr. 145

18. Vyznačte mnohoúholníky ako na obrázku. Vyznačte jadro a obal každého mnohoúholníka a určte hornú a dolnú medzu ich obsahu. Zapište príslušné nerovnosti. Určte obsah každého mnohoúholníka.

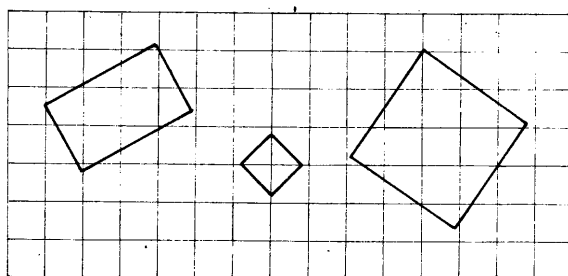


Obr. 146

19. Vyznačte pravouhelníky ako na obrázku a farebne vyznačte ich jadro a obal.

Určte hornú a dolnú medzu ich obsahu a zapíšte príslušné nerovnosti.

Odmerajte dĺžky strán každého pravouhelníka a vypočítajte ich obsah.



Obr. 147

OBSAH

U č e b n i c a

I. OPAKOVANIE A PREHLBENIE UČIVA	5
1. Bod. Úsečka. Polpriamka. Priamka. Trojuholník. Rovina...	5
2. Kruhové okolie bodu. Mnohouholníky	6
3. Guľové okolie bodu. Telesá	7
II. VZDIALENOSŤ DVOCH MNOŽÍN BODOV	13
1. Vzďialenosť bodu od priamky	13
2. Vzďialenosť dvoch rovnobežiek, vzďialenosť dvoch rovnobežných rovín	15
III. STREDOVÁ SÚMERNOSŤ	18
1. Množiny bodov súmerných podľa stredu.....	18
Stred množiny bodov	22
IV. OBSAH MNOHOUHOLNÍKOV.....	27
1. Dĺžka úsečky.....	27
2. Obsah mnohouholníka štvorcovej siete.....	28
3. Vlastnosti obsahu.....	29
4. Obal. Jadro.....	31
5. Jednotky obsahu. Obsah pravouholníka a trojuholníka.....	32
V. VEĽKOSŤ UHLA.....	40
1. Uhol - opakovanie.....	40
2. Jednotka miery uhla - uhlomer.....	
3. Vlastnosti veľkosti uhla.....	44
4. Meranie uhla. Radián.....	46
C v i č e b n i c a.....	51

1. Opakovanie a prehíbenie učiva. Vzdialenosť dvoch množín bodov.....	53
2. Stredová súmernosť.....	59
3. Obsah mnohoúhelníkov.....	64

Urbanová - Kabele - Janků

G E O M E T R I A

pre 5. ročník ZDŠ experimentálnych

Vydalo Slovenské pedagogické nakladateľstvo v Bratislava

1. vydanie

Zodpovedná redaktorka Eva Sitárová
Technická redaktorka Ľubica Paveľlová

Tlačili Nitrianske tlačiarne, n. p., Nitra - Strán 76 -
AH 3, 04 - VH 3, 61 - Náklad 7000 - 10/14 - Schválené
výmerom SÚKK č. 201/I-1976

67 - 330 - 76

67 - 330 - 76

10/14