Mocniny

1. Mocnina s prirodzeným exponentom :
2. Mocnina s exponentom , ktorým je záporné celé číslo:
3. Mocniny s racionálnym exponentom.
4. Nech reálne číslo  je **kladné** a nech je racionálny exponent , kde je celé číslo a  je kladné celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.}. Potom je možné robiť úpravy typu

(\*) ... .

Pred tým ako vo všeobecnosti zadefinujeme mocninu s racionálnym exponentom tak si pripomenieme riešenie rovníc typu .

Rovnica

1. Ak reálne čísloje rovné nule, tak rovnica  má iba jeden koreň .
2. Ak reálne číslo  je **kladné** a **je kladné** **celé** číslo, potom rovnica má
   1. reálne riešenie (zápis aj v tvare  ). Skutočnosť, že {\displaystyle x=b^{\frac {1}{n}}}  je riešením  {\displaystyle x^{n}=b} vyplýva z toho, že

{\displaystyle {\begin{aligned}x^{n}&=\left(b^{\frac {1}{n}}\right)^{n}=\underbrace {b^{\frac {1} <7>{n}}\times b^{\frac {1}{n}}\times \cdots \times b^{\frac {1}{n}}} \_{n\,{\textrm {times }}}\\\&=b^{\podbruška {\left({\frac {1}{n}}+{\frac {1}{n}}+\cdots +{\frac {1} {1} {n}}\right)} \_{n\,{\textrm {times}}}}=b^{\frac {n}{n}}=b^{1}=b.\end{zarovnané}}}. {\displaystyle x^{n}=b}

* + - v prípade, že je **párne**, potom  má dva reálne korene, ktoré sú navzájom opačné: t. j.  a .
    - ak je **nepárne**, potom  má aspoň jeden kladný reálny koreň .
  1. Vo všeobecnosti v obore komplexných čísel má rovnica -tého stupňa práve koreňov.

**Príklad**. Vyriešte rovnicu v obore komplexných čísel.

Návod:

* + - * vyjadrite hľadané riešenie x v goniometrickom tvare
      * alebo použite vzťah

1. Reálne číslo  je **záporné**
   1. V prípade, že je **párne celé číslo**, potom rovnica
      1. nemá riešenie v obore reálnych čísel
      2. v obore komplexných má komplexne združených koreňov (Riešte ).
   2. Ak je **nepárne**, potom  má jeden reálny koreň a  komplexne združených koreňov (Riešte ).
2. Nech reálne číslo  je **záporné** a nech je racionálny exponent (pričom zlomok je v základnom tvare), potom pre
   1. celé **nepárne** číslo a  **párne** celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.} rovnica **má** riešenie

odkiaľ dostávame: pre

* 1. celé **nepárne** číslo a  **nepárne** celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.} rovnica **má** riešenie

{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.}odkiaľ dostávame: pre .

Nech reálne číslo  je **záporné**, potom v prípadoch a) aj b) je možné robiť úpravy typu (\*).

* 1. celé **párne** číslo a  **nepárne** celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.} rovnica **nemá** riešenie, keďže mocnina  nie je jednoznačne určená

alebo

* 1. **obidve párne** potom rovnica **nemá** riešenie, lebo

čo je spor s podmienkou, že reálne číslo  má byť **záporné** v rovnici .

Z uvedeného vyplýva, že mocnina s racionálnym exponentom existuje aj pre záporný základ ale v tom prípade musí byť exponent „nepárny“ (prípady 1. a 2.).

Mocnina s racionálnym exponentom

1. Nech je reálne číslo, racionálne číslo (zlomok v základnom tvare). Potom definujeme , kde a sú také nesúdeliteľné celé čísla a platí .
2. Pre definujeme ak
   1. je celé **párne** číslo a  je **nepárne** celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.} v základnom tvare potom
3. je celé **nepárne** číslo a  je **nepárne** celé číslo{\displaystyle b^{\frac {u}{v}}=\left(b^{u}\right)^{\frac {1}{v}}={\sqrt[{v}]{b^{u}}}=\left(b^{\frac {1}{v}}\right)^{u}=\left({\sqrt[{v}]{b}}\right)^{u}.}potom

.

Všeobecná mocnina

1. Pre kladné reálne číslo a pre ľubovoľné reálne číslo sa definuje všeobecná mocnina ako limita postupnosti

kde je (ľubovoľná) postupnosť racionálnych čísel s limitou .

1. Pre sa definuje .
2. Pre mocniny môžeme použiť logaritmy a exponenciálnu funkciu .

Pre  je . Potom

<https://en.wikipedia.org/wiki/Exponentiation>

Odmocniny z reálnych čísel

1. Nech je reálne číslo, prirodzené číslo. Potom existuje práve jedno kladné reálne číslo , pre ktoré platí . Číslo sa volá -tá odmocnina z čísla (označujeme ).
2. Ak je prirodzené číslo, definujeme .
3. Pre a pre nepárne môžeme vyjadriť -tú odmocninu z čísla a nasledujúcim spôsobom .
4. Pre každé reálne číslo a párne pritom platí .