

Kvantová, atómová a subatómová fyzika

RIEŠENIE DOMÁCEJ ÚLOHY 9

1. Hmotnosť prírodného horčíku dostaneme ako aritmetický priemer hmotností jednotlivých izotopov M s príslušným percentom zastúpenia p :

$$M(\text{Mg}) = \frac{p(^{24}\text{Mg})M(^{24}\text{Mg}) + p(^{25}\text{Mg})M(^{25}\text{Mg}) + p(^{26}\text{Mg})M(^{26}\text{Mg})}{p(^{24}\text{Mg}) + p(^{25}\text{Mg}) + p(^{26}\text{Mg})}$$

pričom vieme, že celkové zastúpenie musí byť 1

$$p(^{24}\text{Mg}) + p(^{25}\text{Mg}) + p(^{26}\text{Mg}) = 1$$

Po dosadení čísel dostávame:

$$24,312 = \frac{0,7899 \cdot 23,98504 + p(^{25}\text{Mg}) \cdot 24,98584 + p(^{26}\text{Mg}) \cdot 25,98259}{0,7899 + p(^{25}\text{Mg}) + p(^{26}\text{Mg})}$$

$$24,312 = 0,7899 \cdot 23,98504 + p(^{25}\text{Mg}) \cdot 24,98584 + (1 - 0,7899 - p(^{25}\text{Mg})) \cdot 25,98259$$

$$p(^{25}\text{Mg}) = 9,30\%$$

$$p(^{26}\text{Mg}) = 11,71\%$$

2. Zo zákona zachovania energie vieme, že hmotnosť protónu a neutrónu pred reakciou musí byť rovná hmotnosti deuterónu a energii emitovaného fotónu (hmotnosti musíme samozrejme prenásobiť c^2). Platí teda

$$m_n c^2 + m_p c^2 = m_D c^2 + E_\gamma$$

$$m_n c^2 = m_D c^2 + E_\gamma - m_p c^2$$

$$m_n c^2 = 2,0141019 \cdot 931,4940 \text{ MeV} + 2,2233 \text{ MeV} - 1,007825035 \cdot 931,4940 \text{ MeV}$$

$$m_n = 939,5642 \text{ MeV}/c^2 = 1,008663676u$$

3. Energia rozpadu je daná rozdielom v hmotnostiach produktov a pôvodného jadra. Táto energia je následne uvoľnená vo forme kinetickej energie produktov. Keďže kinetickú energiu α častice poznáme, stačí nám zistiť kinetickú energiu thória, ktorú určíme zo zákona zachovania hybnosti:

$$p_{\text{Th}} = -p_\alpha = \sqrt{2m_\alpha E_{k,\alpha}}$$

$$E_{k,\text{Th}} = \frac{p_{\text{Th}}^2}{2m_{\text{Th}}} = \frac{m_\alpha}{m_{\text{Th}}} E_{k,\alpha}$$

Energia rozpadu je teda

$$Q = E_{k,\text{Th}} + E_{k,\alpha} = E_{k,\alpha} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{\text{Th}}} \right) = 4,268 \text{ MeV}$$

4. Počet atómov draslíka bude v čase klesať podľa vzťahu

$$N_{\text{K}}(t) = N_0 e^{-0,693t/\tau}$$

Z každého, z týchto rozpadov, je šanca 0,1072 na vznik ^{40}Ar , a preto je počet atómov argónu daný vzťahom

$$N_{\text{Ar}}(t) = 0,1072 \cdot N_0 \left(1 - e^{-0,693t/\tau} \right)$$

Pomer týchto dvoch hmotností v čase potom vyzerá nasledovne

$$P(t) = \frac{N_{\text{Ar}}(t)}{N_{\text{K}}(t)} = 0,1072 \cdot \frac{1 - e^{-0,693t/\tau}}{e^{-0,693t/\tau}} = 0,1072 \left(e^{0,693t/\tau} - 1 \right)$$

Ak chceme z nameraného pomeru určiť vek, stačí nám z tejto rovnice vyjadriť čas t

$$t = \frac{\tau}{0,693} \ln \left(1 + \frac{P(t)}{0,1072} \right)$$