

# Kvantová, atómová a subatómová fyzika

## RIEŠENIE DOMÁCEJ ÚLOHY 7

---

1. Konfigurácie prvkov sú:

- $^{34}\text{Se}$ :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^4$
- $^{35}\text{Br}$ :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^5$
- $^{36}\text{Kr}$ :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6$

2. (a) Čiara  $K_\alpha$  odpovedá prechodu z hladiny L na hladinu K, čo nám dá energetický rozdiel

$$\Delta E_\alpha = E_K - E_L = 54.6 \text{ keV}$$

Tejto energii odpovedá vlnová dĺžka

$$\lambda_\alpha = \frac{hc}{\Delta E_\alpha} = 22.71 \text{ pm}$$

Čiara  $K_\beta$  odpovedá prechodu z hladiny M na hladinu K, čo nám dá energetický rozdiel

$$\Delta E_\beta = E_K - E_M = 63.6 \text{ keV}$$

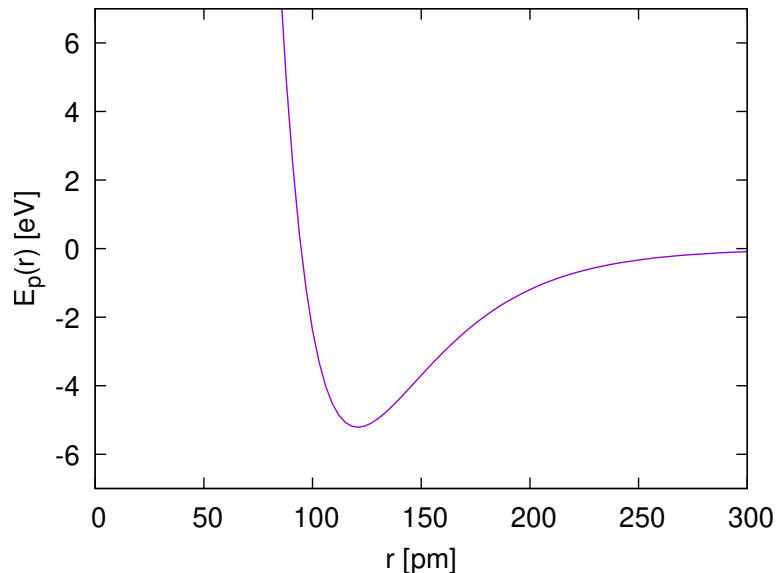
Tejto energii odpovedá vlnová dĺžka

$$\lambda_\beta = \frac{hc}{\Delta E_\beta} = 19.49 \text{ pm}$$

- (b) Na vznik rontgenového žiarenia je potrebné, aby bol elektrón odtrhnutý z hladiny K, ktorá má energiu 65.9 keV, takže potrebujeme minimálne urýchľovacie napätie 65.9 kV.
- (c) Minimálnu vlnovú dĺžku dostaneme zo vzťahu

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU} = 18.81 \text{ pm}$$

3. (a) Nakreslením dostávame:



(b) Na nájdenie minima funkciu zderivujeme

$$\begin{aligned}0 &\stackrel{!}{=} -2aD_e \left(1 - e^{-a(r-r_e)}\right) e^{-a(r-r_e)} \\0 &= 1 - e^{-a(r-r_e)} \\r &= r_e = 120.8 \text{ pm}\end{aligned}$$

Energiu potom dostaneme dosadením tohto polomeru do vzťahu pre potenciál:

$$E_p(r_e) = D_e \left( \left(1 - e^{-a(r_e-r_e)}\right)^2 - 1 \right) = -D_e = -5.214 \text{ eV}$$

(c) V okolí bodu  $r = r_e$  vidíme, že exponent v exponenciálnej časti je v okolí nuly. Potom platí, že exponenciálu môžeme rozvinúť do prvého rádu Taylorovho rozvoja

$$e^x \approx 1 + x \quad \Rightarrow \quad e^{-a(r-r_e)} \approx 1 - a(r-r_e)$$

Dosadením do vzťahu pre potenciálnu energiu dostávame

$$E_p(r) \approx D_e \left( (a(r-r_e))^2 - 1 \right) = D_e a^2 (r-r_e)^2 - D_e$$

Porovnaním s potenciálnou energiou harmonického oscilátora

$$E_p(x) = \frac{1}{2} k (x - x_0)^2$$

dostávame:

$$\frac{1}{2} k = D_e a^2 \quad \Rightarrow \quad k = 2D_e a^2 = 1178 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

(d) Na určenie vibračného spektra potrebujeme určiť uhlovú frekvenciu:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}} = \sqrt{\frac{2k}{m_O}} = 298 \text{ THz}$$

Energie vibračného spektra sú dané vzťahom

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

a vlnové dĺžky

$$\lambda_n = \frac{hc}{E_n} = \frac{hc}{\hbar \omega} \frac{1}{n + 1/2} = \frac{6.33 \mu\text{m}}{n + 1/2}$$

4. Uvažujme počet atómov na spodnej hladine  $N_0$ , potom na hornej hladine máme  $N_x = 1,1N_0$  atómov. Pre rozdelenie atómov platí vzťah:

$$\begin{aligned}N_x &= N_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \\1.1 &= \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \\T &= -\frac{\Delta E}{k_B \ln(1.1)} = -256000 \text{ K}\end{aligned}$$