

Kvantová, atómová a subatómová fyzika

VLNOVÉ VLASTNOSTI ČASTÍC, SCHRÖDINGEROVA ROVNICA

ILUSTRÁČNÉ PROBLÉMY

29.9.2021

Príklad 1. Máme komplexné číslo $c = \frac{4i}{i+\sqrt{3}}$.

- Určte reálnu a imaginárnu časť tohto čísla a zapíšte ho v tvare $c = a + ib$
- Nájdite komplexne združené číslo k tomuto číslu
- Znázornite toto číslo v komplexnej rovine
- Zapíšte toto číslo v tvare $c = r \cdot e^{i\phi}$

Príklad 2. Dokážte vzťah $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$.

Príklad 3. Pre uvedené dvojice operátorov \hat{a} a funkcií $f(x)$ ukážte, že funkcia je vlastnou funkciou príslušného operátora a určte jej vlastnú hodnotu:

\hat{a}	$f(x)$
$\frac{d}{dx}$	$\exp\left(\frac{i\omega x}{h}\right)$
$\frac{\partial}{\partial z}$	$3x^2 e^{6z}$
$-\frac{d^2}{dx^2} + x^2$	$\exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$
$\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx}$	$\frac{\sin \alpha x}{x}$

Príklad 4. Zapíšte rovinnú vlnu $e^{i(kx-\omega t)}$ v tvare $a + ib$. Nakreslite jej reálnu časť a absolútnu hodnotu v čase $t = 0$ a $t = \frac{\pi}{2\omega}$. Ako budú tieto grafy vyzerat' s rastúcim časom?

Príklad 5. Zostrojte vlnovú funkciu, ktorá je superpozíciou dvoch rovinných vln s mierne odlišnými frekvenciami a vlnočtami.

Príklad 6. Častica je popísaná vlnovou funkciou

$$\Psi(x) = B(i - kx)e^{ikx - \alpha x^2/2} \quad (1)$$

kde B , k a α sú konštanty.

- Určte imaginárnu časť vlnovej funkcie
- Určte B
- Aplikujte operátor hybnosti \hat{p} na túto vlnovú funkciu

Príklad 7. Neurčitosť polohy elektrónu v atóme vodíka je okolo 50 pm. Aká je najmenšia neurčitosť hybnosti?

Príklad 8. Odhadnite energiu základného stavu atómu vodíka. Postupujte tak, že napíšete celkovú energiu ako súčet potenciálnej energie a kinetickej energie. V kinetickej energii použite odhad hybnosti na základe princípu neurčitosti.