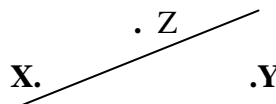


## Osová súmernosť

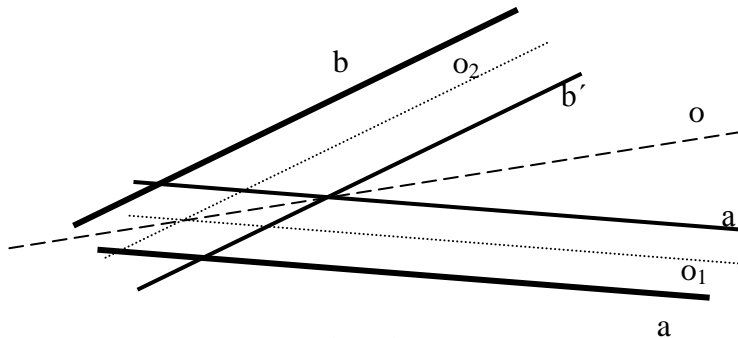
1. Dané sú body  $A, B, C', T'$ , kde  $T'$  je ťažisko  $\Delta A'B'C'$ . zostrojte  $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ , ktoré sú osovo súmerné.
2. Daný je uhol  $\sphericalangle AVB$ , ktorého vrchol  $V$  je neprístupný (leží mimo nákresne). Zostrojte os tohto uhla.
3. Zostrojte kosoštvorec  $ABCD$ , ak je dané  $e = |AC| = 9 \text{ cm}$ ,  $v = 4,5 \text{ cm}$ .
4. Dané sú priamky  $p, r$  a kružnica  $k$ . Nájdite úsečku  $AB$ ,  $A \in r, B \in k$ , ktorá je kolmá na priamku  $p$  a ktorej stred leží na priamke  $p$ .
5. V rovine je daná priamka  $b$ , kružnice  $p, q$ . Zostrojte všetky úsečky  $XY$ , aby bod  $X \in p, Y \in q$ , stred úsečky  $XY$  nech je bodom priamky  $b$  a priamka  $XY$  je kolmá na priamku  $b$ .
6. V rovine sú dané dve kružnice  $k_1, k_2$  a priamka  $p$ . Zostrojte všetky rovnostranné trojuholníky  $ABC$ , ktorých ťažnica  $t_c$  je časťou priamky  $p$  a  $A \in k_1, B \in k_2$ .
7. Daná je úsečka  $AB$  a priamka  $p$ , ktorá pretína úsečku  $AB$  v jej vnútornom bode  $C$ . Zostrojte na priamke  $p$  bod  $V$  tak, aby polpriamka  $VC$  bola osou  $\sphericalangle AVB$ .
8. Je daná priamka  $p$ , priamka  $a // p$  a priamka  $c$  rôznobežná s priamkou  $p$ . Zostrojte štvorec  $ABCD$ , ktorého  $A \in a, C \in c$  a uhlopriečka  $BD$  leží na  $p$ .
9. Je daná priamka  $p$  a body  $A, B$  v tej istej polrovine určenej priamkou  $p$ . Zostrojte na priamke  $p$  taký bod  $X$ , aby súčet  $|AX| + |BX|$  bol čo najmenší.
10. Je daný ostrý uhol s ramenami  $b, c$ . Vo vnútri uhla je bod  $A$ . Zostrojte  $\Delta ABC$  tak, aby mal čo najmenší obvod, pričom  $B \in b, C \in c$ .
11. V pravouhlej sústave súradníc sú dané body  $A[-3;5], B[8; 2]$ . Určite súradnice ich obrazov v osovej súmernosti podľa priamky  $y = x$ .
12. Daná je priamka  $p$  a body  $X, Y, Z$ . Zostrojte kosoštvorec  $ABCD$  tak, aby platilo :  $A \in p, C \in p, X \in AD, Y \in BC, Z \in CD$ . (M2 – 18/4)



## Osová súmernosť

**Riešenie :**

- |  |   |
|--|---|
| <p>1. ZK: 1. A, B, C', T'<br/>         2. <math>\rightarrow C'T'</math><br/>         3. <math>S' \in \rightarrow C'T'</math>, <math> S'C'  = 1,5 \cdot  C'T' </math></p> | <p>4. S stred AB<br/>         5. o, <math>O_o(S') = S</math><br/>         6. <math>O_o(C') = C</math>, <math>O_o(A) = A'</math>, <math>O_o(B) = B'</math></p> |
|--|---|
- 2.

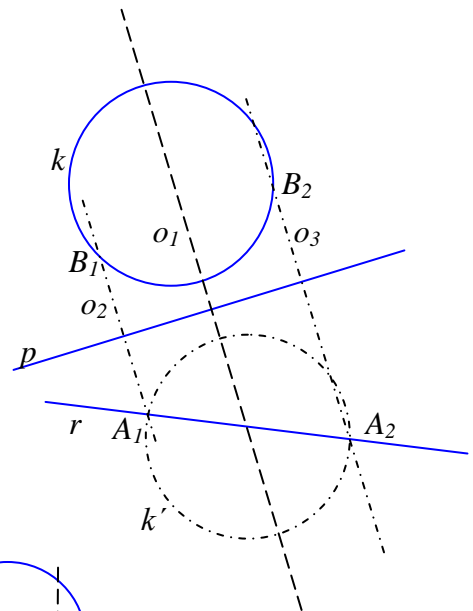


3. ZK: 1. priamka  $p$ , priamka  $q$ ,  $p // q$ ,  $|p, q| = 4,5 \text{ cm}$ ,  $A \in p$ ,  
 2.  $k(A, r = 9 \text{ cm})$   
 3.  $C, C \in k \cap q$   
 4. S stred AC  
 5.  $r$ ,  $r \perp AC$ ,  $S \in r$   
 6. B, D,  $B \in p \cap r$ ,  $D \in p \cap r$ .

4. ZK: 1.  $p, r, k$   
 2.  $O_p(k) = k'$   
 3. A,  $A \in k' \cap r$   
 4.  $O_p(A) = B$ ,  $B \in k$

Diskusia : Úloha má riešenie:

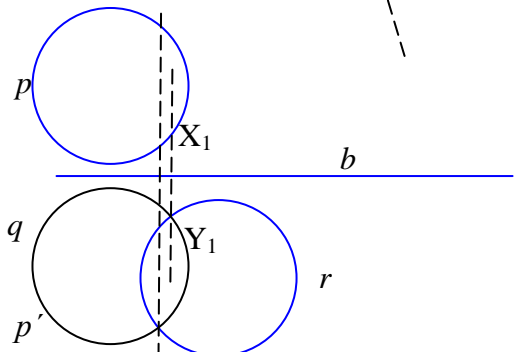
1. ak priamka  $p$  je medzi útvarmi  $r, k$
2. ak existuje prienik obrazu kružnice s priamkou  $r$



5. ZK: 1. osou súmernosti je priamka  $b$   
 2.  $O_b(p) = p'$   
 3. Y,  $Y \in p' \cap q$   
 4.  $O_b(Y) = X$ ,  $X \in p$

Diskusia : Úloha má riešenie:

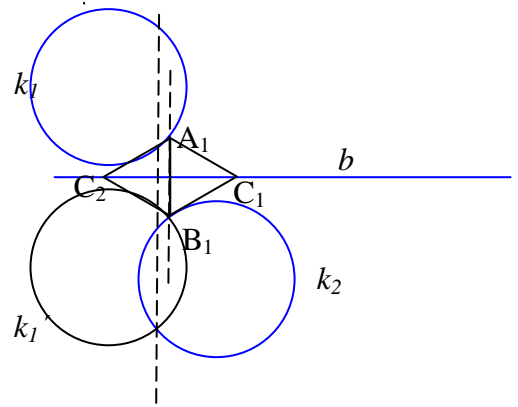
1. ak priamka  $b$  je medzi útvarmi  $r, q$
2. ak existuje prienik obrazu kružnice  $r$  s kružnicou  $q$



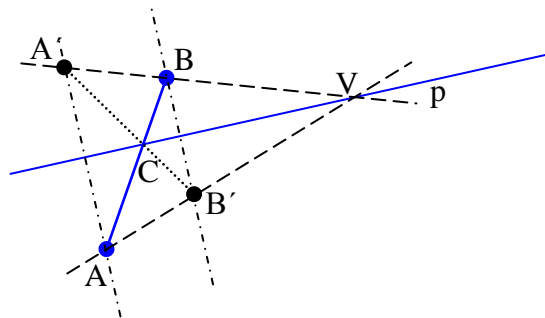
6. ZK: 1. osou súmernosti je priamka  $p$   
 2.  $O_p(k_1) = k_1'$   
 3. B,  $B \in k_1' \cap k_2$   
 4.  $O_p(B) = A$ ,  $A \in k_1$   
 5.  $C \in k_3(A, r = AB) \cap k_4(B, r = AB)$

Diskusia : Úloha má riešenie:

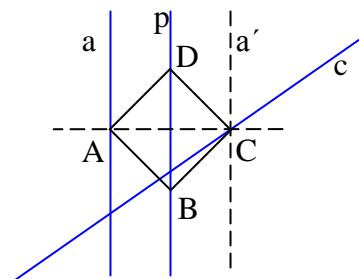
1. ak priamka  $b$  je medzi útvarmi  $r, q$
  2. ak existuje prienik obrazu kružnice  $r$  s kružnicou  $q$
- Úloha môže mať až 4 riešenia.



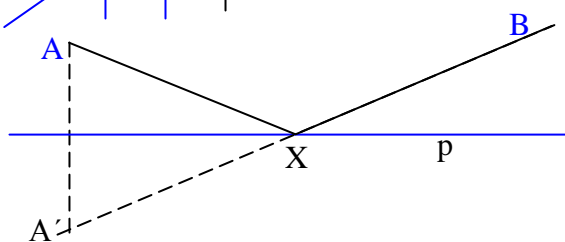
7. ZK: 1. osou súmernosti je priamka  $p$   
 2.  $O_p(A) = A'$ ,  $O_p(B) = B'$   
 3.  $\rightarrow AB'$ ,  $\rightarrow A'B$   
 4.  $V, V \in \rightarrow AB' \cap \rightarrow A'B, V \in p$



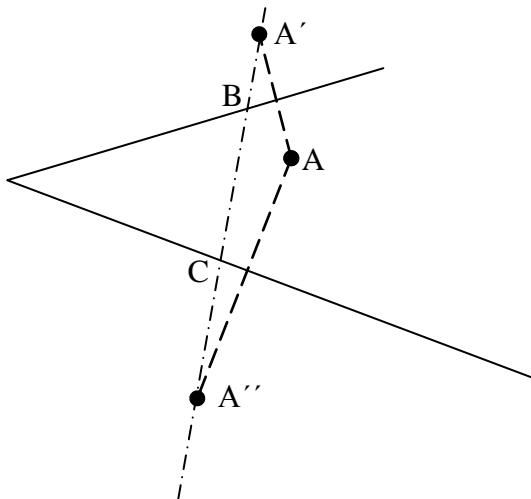
8. ZK: 1. osou súmernosti je priamka  $p$   
 2.  $O_p(a) = a'$   
 3.  $C, C \in c \cap a'$   
 4.  $O_p(C) = A, A \in a$   
 5.  $S, S$  stred  $AC, S \in p$   
 6.  $B, D, B \in p, D \in p$



9. ZK: 1. osou súmernosti je priamka  $p$   
 2.  $O_p(A) = A'$   
 3.  $X, X \in p \cap A'B$



10. ZK: 1. osami súmernosti sú ramená uhla  
 2.  $O_{r_1}(A) = A'$ ,  $O_{r_2}(A) = A''$   
 3.  $B, B \in r_1 \cap A'A''$   
 4.  $C, C \in r_2 \cap A'A''$



11.  $A'[5; -3], B'[2; 8]$ .

## Stredová súmernosť

1. Dané sú body  $A, B, C', T'$ , kde  $T'$  je ťažisko  $\Delta A'B'C'$ . Zostrojte  $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ , ak viete, že sú stredovo súmerné.
2. Dané sú priamky  $b, d$  a bod  $V$ . Zostrojte štvorec  $ABCD$ , ak viete, že  $V$  je priesečník uhlopriečok štvorca  $ABCD$ , bod  $B \in b, D \in d$ .
3. Zostrojte  $\Delta ABC$ , ak sú dané jeho ťažnice  $t_a = 4,5$  cm,  $t_b = 6$  cm,  $t_c = 7,2$  cm. (narysuj najprv ťažnicu  $t_a$ )
4. Daný je  $\Delta ABC$  a v ňom bod  $X$ . Zostrojte na obvodě trojuholníka body  $Y, Z$  tak, aby  $X$  bol stred úsečky  $ZY$ .
5. Daná je priamka  $p$ , kružnica  $k$  a bod  $S$ . Zostrojte štvorec  $ABCD$ , ak viete, že na  $A \in p, C \in k$  a  $S$  je priesečník jeho uhlopriečok.
6. Daná je úsečka  $AS, |AS| = 6$  cm. Zostrojte všetky  $\Delta ABC$ , ktoré majú ťažnicu  $AS = t_a$ , uhol  $\gamma = \angle ACB = 30^\circ, |AB| = 5$  cm.
7. Daná je úsečka  $AS, |AS| = 5$  cm. Zostrojte všetky  $\Delta ABC$ , ktoré s ťažnicou  $t_a = AS$ , ak  
a)  $|AB| = 4$  cm,  $|AC| = 7$  cm      b)  $|AC| = 6$  cm,  $t_b = 6$  cm
8. Daný je štvorec  $ABCD$ . Na strane  $AB$  zvolte bod  $M$  a zostrojte štvorec  $MNPQ$ , ktorého vrcholy ležia na stranách štvorca  $ABCD$ . (Oba štvorce majú spoločný stred súmernosti)
9. Je daný ostrý uhol a vo vnútri bod  $O$ . Zostrojte bodom  $O$  priamku  $p$  tak, aby pretínala ramená uhla v bodoch  $X, Y$ , pričom nech bod  $O$  je stred úsečky  $XY$ .
10. Daný je štvorec  $ABCD$  a jeho vnútorný bod  $M$ . Zostrojte všetky úsečky  $XY$ , ktoré majú stred  $M$  a ich krajné body  $X, Y$  ležia na hranici štvorca.
11. Dané sú rôznobežky  $a, b$  a bod  $U$ . Zostrojte na priamke  $a$  bod  $A$  a na priamke  $b$  bod  $B$  tak, aby bod  $U$  bol stredom úsečky  $AB$
12. Zostrojte obraz  $\Delta ABC$  podľa:  $S_{A2}(S_{B1}(S_C(\Delta ABC)))$ .
13. Zostrojte všetky trojuholníky  $ABC$ , pre ktoré platí:  $c = 6$  cm,  $t_a = 6$  cm,  $t_b = 6$  cm.
14. Akú rovnicu má obraz priamky  $p: y = 3x, q: y = 3x - 12$  v súmernosti podľa stredy:  
a)  $A[0,0]$ , b)  $A[4,0]$ , c)  $A[0,-1]$ , d)  $A[5, 2]$ , e)  $A[0,-12]$ . (M2 – 15/4)
15. Zostrojte trojuholník  $ABC$ , ak v ňom poznáme veľkosť  $\alpha, \beta, t_c$ . (M2 – 15/5)
16. Dané sú dve kolmé priamky  $p, q$ . V I. kvadrante leží bod  $X$ . v III. kvadrante leží bod  $Y$ . Zostrojte rovnoramenný trojuholník  $ABC$  so základňou  $AC$ , ak  $p$  je os uhla  $ABC$ , body  $X \in AB, Y \in BC$ .

## Posunutie

1. Dané sú dve kružnice  $k_1(S_1, r_1)$ ,  $k_2(S_2, r_2)$  a úsečka MN. Zostrojte úsečku AB zhodnú a rovnobežnú s MN tak, aby platilo:  $A \in k_1$ ,  $B \in k_2$ .
2. Dané sú priamky  $a \parallel b$  a bod M vo vnútri pása. Zostrojte kružnicu, ktorá sa dotýka priamok  $a$ ,  $b$  a prechádza bodom M.
3. Na rôznych brehoch priamočiarej rieky so šírkou „ $d$ “ ležia dve mestá A, B. V ktorom mieste rieky treba postaviť most (kolmo na breh rieky) tak, aby cesta z A do B bola najkratšia?
4. Zostrojte lichobežník ABCD, ak sú dané veľkosti všetkých strán :  $a = 6$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 3$  cm,  $d = 4$  cm,  $a \parallel c$ .
5. V rovine sú dané dve kružnice  $k(S, r)$  a  $m(O, \nu)$ . Zostrojte všetky úsečky rovnobežné s úsečkou SO, pre ktoré platí:  $X \in k$ ,  $Y \in m$ , veľkosť úsečky XY je rovná polovici úsečky SO.
6. V rovine je daná priamka  $p$ , kružnica  $k$  a úsečka AB. Zostrojte úsečku JK tak, aby bola rovnobežná a zhodná s úsečkou AB, aby  $J \in p$  a  $K \in k$ .
7. Daná je priamka  $a$ , kružnica  $k$  a body C, D. Zostrojte rovnobežník ABCD, ak viete, že  $A \in a$  a  $B \in k$ .
8. Daná je úsečka AB a kružnica  $k$ . Zostrojte rovnobežník ABCD,  $AB \parallel CD$ ,  $|AB| = 3 \cdot |CD|$ , ak viete, že body C, D ležia na kružnici  $k$ .
9. Trojuholník  $A'B'C'$  vznikol z  $\Delta ABC$  posunutím. Zostrojte tieto trojuholníky, ak sú dané body  
a) A, B, C', B'      b) A, B', C', S – stred AC
10. Dané sú body A [4;7], B[-2;7], C[-2;-5] a bod X[6;-2]. Zostrojte obraz bodu X v posunutí určenom orientovanou úsečkou : a) AB b) BA c) CB d) AC e) CA

# Posunutie

