

5. ROVNOUHLASŤ

1. Je daná kružnica $k = k(S, r)$ a bod A , ktorý leží zvonku kružnice. Zostrojte sečnicu kružnice k tak, aby obsahovala bod A , pretínala k v bodoch X, Y a aby platilo $|AX| = 3|AY|$.
2. Je daný trojuholník ABC a bod M ležiaci zvonka trojuholníka. Zostrojte priamku obsahujúcu bod M tak, aby prešla obvod trojuholníka v bodoch X, Y a aby platilo $|MX| = 5|XY|$.
3. Dané sú body A, B, C a rôzne rovnobežky a, b obsahujúce po rade body A, B . Zostrojte priamku prechádzajúcu bodom C tak, aby prešla priamku a v bode X , priamku b v bode Y a aby platilo $|AX| = 2|BY|$.
4. * Daný je trojuholník ABC . Zostrojte úsečku XY takú, že $|AX| = |XY| = |YB|$ a $X \in AC$, $Y \in BC$.
5. * Daný je uhol AVB a jeho vnútorný bod M . Zostrojte bod $X \in AV$, ktorého vzdialenosť od VB je dvojnásobkom úsečky XM .
6. Dané sú dve rôznobežky a, b a kružnica k , ktorá sa nedotýka žiadnej z nich. Zostrojte kružnicu l , ktorá sa dotýka súčasne a, b, k .
7. V rovine je daná kružnica k , priamka p a bod $Q \in p$, $Q \notin k$. Zostrojte kružnicu l , ktorá sa dotýka kružnice k aj priamky p v bode Q .
8. Daná je kružnica k a jej kod K . Určte množinu všetkých bodov X v rovine, ktoré delia tetivy kružnice k obsahujúce K v pomere 2:5.
9. Zostrojte kosoštvorec, ak poznáte jeho strany a pomer uhlopriečok.
10. Zostrojte trojuholník ABC , ak je dané:
 - (a) $b : c = 7 : 4$, $\alpha = \pi/4$, t_b
 - (b) $a : b = 4 : 5$, $\gamma = \pi/3$, v_c
 - (c) $a + b$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 75^\circ$
11. Spojte daný bod M s nedostupným priesečníkom daných priamok a, b .
12. Vedte daným bodom M rovnobežku s priamkou, ktorá je určená nedostupnými priesečníkmi priamok a, b a c, d .
13. * Daný je trojuholník ABC . Dokážte, že priesečník výšok V , stred opísanej kružnice S a ťažisko T buď splynú v jeden bod alebo ležia na jednej priamke (Eulerova), pričom $(SVT) = -1/2$.
14. Zostrojte trojuholník, ak poznáte
 - (a) ťažisko, priesečník výšok, stred jednej strany,
 - (b) ťažisko, priesečník výšok, jeden vrchol,
 - (c) S, V , jeden vrchol.
15. * Dokážte, že kružnica, ktorá prechádza stredmi strán trojuholníka, obsahuje aj päť výšok trojuholníka a stredy úsečiek určených vrcholmi trojuholníka a priesečníkom výšok. Táto kružnica má polovičný polomer ako kružnica opísaná trojuholníku a nazýva sa kružnica deviatich bodov (Feuerbachova kružnica). Stred kružnice deviatich bodov je stredom úsečky určenej priesečníkom výšok a stredom kružnice opísanej trojuholníku.
16. Do daného ostrouhlého trojuholníka ABC vpište štvorec tak, aby jeho dva susedné vrcholy ležali na strane AB a ďalšie dva vrcholy postupne na stranách AC, BC .
17. Dané sú dve rôznobežky a, b a bod M , ktorý na nich neleží. Zostrojte všetky kružnice, ktoré prechádzajú bodom M a dotýkajú sa priamok a, b .
18. Dané sú dve pretínajúce sa kružnice. Jedným ich spoločným bodom vedte takú priamku, ktorá vytína na kružniciach tetivy s pomerom 3:2.

19. * Daná je kružnica $k = k(S, r)$ a jej určitý priemer s krajnými bodmi A, B . Nech C je bod kružnice k rôzny od A, B . Na polpriamke \overrightarrow{BC} určte bod D tak, aby C bol stredom úsečky BD . Dokážte, že úsečky AC, SD majú spoločný bod X , ktorý leží vnútri každej z nich. Čo vyplnia body X , ak bod C sa pohybuje po kružnici k ?

20. V rovine sú dané štyri body A, B, S, O . Zostrojte kružnicu k prechádzajúcu bodmi A, B a kružnicu l so stredom S tak, aby O bol ich stredom rovnolahlosti. (Prevedte diskusiu.)

21. Daná je kružnica k a jej navzájom kolmé priemery. Zostrojte tetivu kružnice k , ktorú dané priemery rozdeľujú na tri zhodné úsečky.

22. Do daného rovnobežníka $ABCD$ vpíšte kosoštvorec $MNPQ$ tak, aby $MN \parallel AC, PN \parallel BD, M \in AB$.

23. Daná je kružnica k a jej body A, B, C . Zostrojte tetivu AX kružnice k tak, aby z nej jej priesečník Y s tetivou BC oddelil štvrtinu.

24. Daný je trojuholník ABC . Nech M je ľubovoľný bod strany BC a P, Q sú priesečníky výšok trojuholníka ABM a trojuholníka ACM (v tomto poradí). Dokážte, že potom trojuholník MPQ je podobný s trojuholníkom ABC .