

Rozširujúce štúdium matematiky FPV UMB Banská Bystrica

Témy záverečných prác

prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.

Využitie GeoGebry vo vyučovaní geometrie - planimetrické úlohy

(Podnadpis: Študent si sám navrhne/zvolí tematický okruh (škola, ročník, téma), ktorý spracuje v záverečnej práci.)

Maximálne – 3 študenti

Anotácia:

Cieľom je vytvoriť teoretickú aj praktickú časť práce ako pomôcku pre učiteľov a žiakov základných škôl.

V teoretickej časti práce charakterizovať program GeoGebra. Definovať vybrané pojmy rovinatej geometrie, polohové a metrické úlohy v rovine pre vybraný tematický celok. Popísať základné etapy riešenia konštrukčných úloh - rozbor, konštrukcia, dôkaz, diskusia. V praktickej časti práce vytvoriť zbierku riešených aj neriešených príkladov k danej vybranej téme, pri ktorých sa efektívne využíva dynamika a interaktivita. Praktickú časť práce bude tvoriť séria appletov, ktoré budú môcť učitelia matematiky využívať pri vyučovaní geometrie v danom tematickom okruhu.

Využitie GeoGebry vo vyučovaní geometrie

(Podnadpis: Študent si sám navrhne/zvolí tematický okruh (rezy na - kocka, hranaté telesá, rotačné telesá; priesečníky a priečky mimobežiek), ktorý spracuje v záverečnej práci.)

Maximálne – 2 študenti

Anotácia:

Cieľom je vytvoriť teoretickú aj praktickú časť práce ako pomôcku pre učiteľov a žiakov stredných škôl.

V teoretickej časti práce charakterizovať program GeoGebra 3D. Popísať polohové a metrické úlohy v priestore. Popísať tri základné metódy pri rezov hranatých telies – metódu spájania, rovnobežnosti a metódu osovej afinity resp. stredovej kolineácie.

V praktickej časti práce vytvoriť zbierku riešených aj neriešených príkladov k danej vybranej téme, pri ktorých sa efektívne využíva dynamika a interaktivita. Praktickú časť práce bude tvoriť séria appletov, ktoré budú môcť učitelia matematiky využívať pri vyučovaní stereometrie.

Elementárne euklidovské konštrukcie v neeuklidovskej geometrii.

(nepriama väzba k stredoškolskému učivu)

Anotácia:

Cieľom je vytvoriť teoretickú aj praktickú časť práce ako pomôcku pre učiteľov a žiakov stredných škôl, ktorá rozširuje možnosti rovinných konštrukcií v Poincare Discu pomocou nástrojov programu GeoGebra.

V teoretickej časti práce urobiť analýzu vplyvu IKT na vyučovanie matematiky. Popísať euklidovské konštrukcie, ktoré sú vytvorené len s použitím nástrojov „pravítka a kružidlo“. Rozdeliť elementárne euklidovské konštrukcie na také, ktoré si nevyžadujú axiómu rovnobežnosti a iné, v ktorých si použije axióma rovnobežnosti. Charakterizovať dynamický program GeoGebra z pohľadu možností vytvárania nových nástrojov pre model Poincare Disc.

V praktickej časti práce

- popísať vytvorenie nového nástroja v GeoGebre pre zostrojenie hyperbolickej priamky, úsečky, kružnice,
- zostaviť zbierku elementárnych euklidovských konštrukcií, ktorých riešenie je možné realizovať v Poincare Discu pomocou vytvorených nových nástrojov.

Praktickú časť práce bude tvoriť séria appletov, ktoré budú môcť využívať študenti učiteľstva matematiky.

Ku všetkým trom (konštrukčným geometrickým) témam **literatúra:**

1. Brůžková, N.: Návod k aplikaci GeoGebra Classic. GeoGebra Team German. Dostupné na <https://www.geogebra.org/m/zwbyag58>
2. Euklidove Základy. Elektronická - verzia (angl.).
3. Hanzel, P.: Planimetria a stereometria. LMS kurz. FPV UMB B. Bystrica 2021. Dostupné na <https://lms.umb.sk/course/view.php?id=5655>
4. Križalkovič, K. et al.: 500 riešených úloh z geometrie, Alfa Bratislava, 1972.

Afinné zhodné zobrazenia v rovine (nepriama väzba k stredoškolskému učivu)

(Podnadpis: analytické reprezentácie zhodných zobrazení na stredných školách)

Maximálne – 2 študenti

Anotácia:

Cieľom je vytvoriť teoretickú aj praktickú časť práce ako pomôcku pre učiteľov a žiakov stredných škôl, ktorá rozširuje možnosti využitia GeoGebry v analytickej geometrii.

V teoretickej časti práce charakterizovať program GeoGebra z pohľadu analytického a popísať

- 2-rozmerný euklidovský priestor, pravouhlú súradnú sústavu, analytické vyjadrenie vektorov a bodov, parametrické vyjadrenie priamky;
- analytické vyjadrenie identického zobrazenia, rovnol'ahlosti a posunutia.

V praktickej časti práce popísať

- grafickú interpretáciu afinného zobrazenia v prostredí GeoGebra využitím vzhľadu Tabuľka a CAS,
- konštrukciu obrazu pohyblivého bodu $P[x,y]$ v zhodnom zobrazení,
- konštrukciu samodružných bodov.

Literatúra:

1. Hanzel, P.: Afinné zobrazenia. LMS kurz. FPV UMB B. Bystrica 2021. Dostupné na <https://lms.umb.sk/mod/book/view.php?id=202553>
2. Hanzel, P.: Afinné transformácie - východiskové pojmy. FPV UMB B. Bystrica 2023. Dostupné na <https://www.fpv.umb.sk/app/cmsFile.php?disposition=i&ID=20870>

3. Končel, J.: Využití internetu ve výuce analytické geometrie na střední škole. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze, 2011. Dostupné na https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~portal/analyticka_geometrie/index.php
4. Ptáčková, T.: Analytická reprezentace shodných zobrazení na středních školách. Diplomová práce MFF UK Praha 2016. Dostupné https://lms.umb.sk/pluginfile.php/366059/mod_page/content/31/AnalytickaReprezentaceZhodne_S%C5%A0_DP.pdf

Číselné obory a číselné systémy na základných školách

Maximálne – 2 študenti

Anotácia:

Cieľom práce je teoretickú aj praktickú časť práce k aritmetickému učivu na základných školách.

V teoretickej časti práce uviesť

- historické pozadie vzniku a používania pozičných a nepozičných číselných sústav v Mezopotámii, Egypte a Indii. Charakterizovať indo-arabskú aritmetiku,
- zaradenie tematického celku desiatková číselná sústava v učive základnej školy a jeho špecifiká,
- využívanie nedesiatkovej číselnej sústavy – PC a pod.
- znaky deliteľnosti v obore prirodzených čísel.

V praktickej časti

- vybrať vhodné separované modely pre aritmetické operácie v obore celých čísel a možnosti ich využitia vo vyučovaní, ukážka [Tu](#),
- využitie Excelu pri prevode medzi číselnými sústavami, pozrite si ukážku [Tu](#),
- navrhnuť pracovné listy tematicky zamerané na aritmetické učivo, ako vhodné učebné pomôcky.

Literatúra:

1. Hanzel, P.: Vybrané kapitoly z aritmetiky. LMS kurz. FPV UMB B. Bystrica 2021. Dostupné na <https://lms.umb.sk/course/view.php?id=220>
2. Hanzel, P.: Číselné obory na základných a stredných školách. LMS kurz. FPV UMB B. Bystrica 2021. Dostupné na <https://lms.umb.sk/mod/book/view.php?id=84466>
3. Učebnice matematiky pre ZŠ a SŠ. Niektoré sú dostupné na <https://lms.umb.sk/mod/folder/view.php?id=23358>

Historický vývoj matematiky ako motivácia v školskej praxi. Ženy v matematike.

Názov témy (AJ):

Historical development of Mathematics as a motivation in school practice.

Women in Mathematics.

Cieľ: V rozsahu približne 40-50 strán spracovať dané obdobie v historickom vývoji matematiky tak, aby záverečná práca mohla poslúžiť ako motivácia v školskej praxi (na základnej alebo strednej škole).

Anotácia: V rozsahu približne 40-50 strán spracovať dané obdobie v historickom vývoji matematiky tak, aby záverečná práca mohla poslúžiť ako motivácia v školskej praxi (na základnej alebo strednej škole). Odporúča sa preto pripraviť na základe práce aj prezentáciu k danej téme napr. v Powerpointe ako podklad pre cca hodinovú prednášku pre žiakov resp. kolegov-učiteľov o danom historickom období a túto prezentáciu priložiť na CD či DVD k záverečnej práci.

Literatúra:

1. E.T. Bell: Men of Mathematics, Penguin Books, London, 1953.
2. J. Čížmár, Dejiny matematiky, Perfekt, 2017.
3. A. Kolman, Dějiny matematiky ve starověku, Academia, Praha, 1968.
4. I. Kraus, Ženy v dějinách matematiky, fyziky a astronomie, ČVUT Praha, 2015.
5. Toti Rigatelli L.: Evariste Galois: (1811-1832). Basel, Birkhäuser Verlag, 1996.
6. Struik, D.I.: Dějiny matematiky, Orbis, Praha 1963.

Kľúčové slová: matematika, história matematiky

Transformácie grafov funkcií

Anotácia: Práca sa zaoberá využitím symetrií a iných geometrických zobrazení pri zostrojovaní grafov elementárnych funkcií.

Konštrukcie grafov kvadratických funkcií

Anotácia: Práca popisuje postupy pri zostrojovaní grafu všeobecnej kvadratickej funkcie pomocou úpravy na úplný štvorec.

Grafické riešenie nerovností

Anotácia: Práca skúma možnosti grafického prístupu k riešeniu nerovností medzi elementárnymi funkciami.

Aritmetický a geometrický priemer

Anotácia: Práca vysvetľuje pojmy aritmetického a geometrického priemeru, uvádza dôkaz nerovnosti medzi nimi reverznou indukciou a obsahuje príklady školskej praxe na tieto pojmy.

Matematická indukcia

Anotácia: Práca popisuje rôzne verzie dôkazov matematickou indukciou a uvádza ich možné využitie v pedagogickej praxi.

Zovšeobecnená spojitosť

Anotácia: Práca rozoberá slabšie verzie spojitosti reálnych funkcií, akými sú napríklad jednostranná spojitosť, spojitosť zdola a zhora a podobne, skúma vlastnosti tried takto spojitých funkcií.

ZOZNAM

1. **Lubica Gajdáčová** - Podporné materiály na vyučovanie kombinatoriky v sekundárnom vzdelávaní
2. **Andrea Hrušková** - Finančná gramotnosť
3. **Zuzana Mitrusová** - Karteziánska súradnicová sústava, jej história a využívanie v súčasnosti
4. **Slávka Špániková** - Projektové vyučovanie
5. **Denisa Šumecová** - Problémové vyučovanie matematiky s využitím medzipredmetových vzťahov

Podporné materiály na vyučovanie kombinatoriky v sekundárnom vzdelávaní

Anotácia: Práca sa bude zaoberať výučbou kombinatoriky v nižšom a vyššom sekundárnom vzdelávaní. Reflektovať bude na platný štátny vzdelávací program, ako aj na aktuálne zavádzajúcu sa kurikulárnu reformu v základných školách z pohľadu výučby kombinatoriky. Teoretická časť práce sa bude venovať jednotlivým kombinatorickým štruktúram a pravidlám. Tá bude doplnená typovými úlohami, ktoré by žiak na základnej alebo strednej škole mal zvládnuť. Našej analýze podrobíme aj súčasné najčastejšie používané sa učebnice matematiky. V praktickej časti práce budú vytvorené didaktické pomôcky – materiály pre žiakov i učiteľov, ktoré majú za cieľ doplniť zbierku študijných materiálov a motivačných úloh z kombinatoriky.

Finančná gramotnosť

Anotácia: Vo vytvorenej práci sa zameriame na analýzu súčasného stavu finančnej gramotnosti žiakov SR. Analyzujeme publikované štúdie za posledných 20 rokov, aj v medzinárodnom kontexte. Pokúsime sa pomenovať hlavné príčiny súčasného stavu, ako aj názory odborníkov v tejto oblasti. Aktuálne zavádzajúcu kurikulárnu reformu budeme konfrontovať s jej potenciálom zlepšiť aktuálny stav finančnej gramotnosti u žiakov na Slovensku. V praktickej časti práce navrhne konkrétne materiály, ktoré majú za cieľ zlepšenie súčasného stavu. Tie budú mať podobu pracovných listov, vhodných učebných pomôcok a ďalších materiálov, ktoré budú použiteľné v rôznych ročníkoch a tematických celkoch.

Karteziánska súradnicová sústava, jej história a využívanie v súčasnosti

Anotácia: Práca sa bude orientovať na význam a použitie karteziánskej súradnicovej sústavy v edukačnom procese. Analyzujeme jej špecifiká vzhľadom na ostatné používané súradnicové systémy. Práca bude doplnená relevantnými historickými poznámkami. V teoretickej časti práce sa zameriame na tematické celky stanovené obsahovým štandardom, v rámci ktorých sa žiaci stretnú s karteziánskou súradnicovou sústavou. Analyzujeme aj v súčasnosti používané učebnice matematiky z hľadiska priestoru, ktorý je venovaný úlohám využívajúcim prácu s karteziánskou súradnicovou sústavou. Praktická časť práce bude

tvorená návrhom zbierky rôznych typov úloh, ktoré využívajú prácu s karteziánskou súradnicovou sústavou. Túto časť doplníme ukázkami digitálnych nástrojov, ktoré umožňujú efektívnejšiu činnosť učiteľa a žiakov s objektami znázornenými v karteziánskej súradnicovej sústave.

Projektové vyučovanie

Anotácia: Cieľom práce je vytvoriť manuál projektového vyučovania matematiky na 2. stupni základnej školy, ktorý bude obsahovať vhodné didaktické materiály s cieľom poukázať na význam medzipredmetových vzťahov medzi matematikou a inými prírodovednými disciplínami (podľa výberu autora práce). Vytvorené materiály budú spracované ako vzorová príprava na vyučovaciu hodinu, vďaka čomu budú priamo použiteľné v didaktickej praxi. Manuál bude špecifikovať výchovno-vzdelávacie ciele, tematické celky, použité metódy, didaktické pomôcky, personálne a materiálne zabezpečenie jednotlivých aktivít, návrhy konkrétnych úloh a aktivít pre žiakov, ako aj ich vyhodnotenie, odporúčania a prínos pre pedagogickú prax. Materiály budú spracované osobitne vo verzii pre učiteľa a vo verzii pre žiakov. Didaktické overenie vytvorených materiálov bude vítané.

Problémové vyučovanie matematiky s využitím medzipredmetových vzťahov

Anotácia: Práca sa bude zaoberať funkciou problémových úloh v edukačnom procese, ich významom pre stimulovanie kritického myslenia a rozvoj ďalších matematických kompetencií. Poukážeme na rôzne stratégie riešenia problémových úloh (napr. rôzne klasifikácie podľa Kopku, Larsona, Posamentiera a iných autorov). Dôležitou súčasťou sú aj slovné úlohy, ktoré okrem použitia matematického aparátu vyžadujú aj dostatočnú úroveň čitateľskej gramotnosti. V praktickej časti práce navrhujeme zbierku problémových úloh a ponúkame analýzu rôznych prístupov k ich riešeniam, aj v kontexte medzipredmetových vzťahov.

Interdisciplinárne vzťahy medzi matematikou a ďalším vyučovacím predmetom

***Poznámka:** Študent si sám zvolí vyučovací predmet (prípadne aj presnejšie zameranie práce vzhľadom na druh školy, stupeň či ročník), ktorého prepojenie s matematikou popíše v záverečnej práci.*

Anotácia/cieľ: Cieľom práce bude preukázať interdisciplinárne vzťahy medzi matematikou a ďalším vyučovacím predmetom. V práci budú popísané oba vyučovacie predmety s poukázaním na možnosti ich vzájomného prepojenia podľa príslušných tematických okruhov. Pri prípadnom zistení nezrovnalostí v nadväznosti tém a v prepojení učebných osnov týchto vyučovacích predmetov budú v práci uvedené návrhy na ich úpravy a vylepšenia. Práca bude obsahovať aj ukážky úloh prepájajúcich oba dané predmety.

Paradoxy v matematike

***Poznámka:** Študent si sám môže zvoliť presnejšie zameranie práce vzhľadom na matematickú disciplínu.*

Anotácia/cieľ: Cieľom práce je predstaviť a popísať vybrané matematické paradoxy. Tie často zobrazujú jednoduchý problém, ktorého výsledok je v rozpore s očakávaniami. V záverečnej práci budú paradoxy podrobne vysvetlené a doplnené o ďalšie príbuzné úlohy a ich riešenia.

Kopkovské strapce úloh zo školskej kombinatoriky

(Kopka clusters of problems from school combinatorics)

Cieľom práce je vypracovať a v praxi otestovať strapce úloh zo školskej kombinatoriky v poňatí českého didaktika matematiky Jana Kopku a zároveň uplatniť výskumný prístup.

Literatúra:

1. J. Kopka: Zkoumání ve školské matematice. Ružomberok, Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity, 2006.
2. J. Kopka: Ako riešiť matematické problémy. Ružomberok, Verbum, 2010.

Kopkovské strapce úloh zo školskej planimetrie

(Kopka clusters of problems from school planimetry)

Cieľom práce je vypracovať a v praxi otestovať strapce úloh zo školskej planimetrie v poňatí českého didaktika matematiky Jana Kopku a zároveň uplatniť výskumný prístup.

Literatúra:

1. J. Kopka: Zkoumání ve školské matematice. Ružomberok, Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity, 2006.
2. J. Kopka: Ako riešiť matematické problémy. Ružomberok, Verbum, 2010.

Kopkovské strapce úloh zo školskej stereometrie

(Kopka clusters of problems from school stereometry)

Cieľom práce je vypracovať a v praxi otestovať strapce úloh zo školskej stereometrie v poňatí českého didaktika matematiky Jana Kopku a zároveň uplatniť výskumný prístup.

Literatúra:

1. J. Kopka: Zkoumání ve školské matematice. Ružomberok, Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity, 2006.
2. J. Kopka: Ako riešiť matematické problémy. Ružomberok, Verbum, 2010.

Kopkovské strapce úloh z opisnej štatistiky

(Kopka clusters of problems from a descriptive statistics)

Cieľom práce je vypracovať a v praxi otestovať strapce úloh z opisnej štatistiky v poňatí českého didaktika matematiky Jana Kopku a zároveň uplatniť výskumný prístup.

Literatúra:

1. J. Kopka: Zkoumání ve školské matematice. Ružomberok, Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity, 2006.
2. J. Kopka: Ako riešiť matematické problémy. Ružomberok, Verbum, 2010.

Stochastická simulácia pre žiakov 2. stupňa

(Stochastic simulation for grade 2 pupils)

Cieľom práce je analyzovať a následne navrhnúť i v praxi odskúšať, ako by bolo možné simulovať rôzne náhodné pokusy a stochastické situácie so žiakmi 2. stupňa. Očakáva sa, že autor záverečnej práce nadviaže na koncept vyučovania pravdepodobnosti Adama Plockého.

Literatúra:

1. A. Plocki: Pravdepodobnosť okolo nás. Katolícka univerzita v Ružomberku, Ružomberok, 2007.
2. K. Zvára, J. Štěpán: Pravděpodobnost a matematická statistika. MATFYZPRESS, Praha, 2001.

doc. PaedDr. Patrik Voštinár, PhD.

STEM vyučovanie zamerané na matematiku

Vzdelávacie aplikácie pre mobilné zariadenia zamerané na matematiku

Výučba matematiky prostredníctvom robotických didaktických pomôcok (napr. Ozobot, LEGO EV3, atď.)

Výučba matematiky prostredníctvom edukačnej dosky BBC micro:bit

Využitie hry Minecraft Education pri výučbe matematiky

Tvorba študijných materiálov v LMS Moodle

(tvorba a využitie e-knihy, e-zadania pre olympiády, resp. úlohy zamerané na rôzne metódy riešenia matematických úloh)

Vyučovanie matematiky a umelá inteligencia

Heuristické metódy riešenia úloh zbierka úloh