

Kvantová, atómová a subatómová fyzika

RIEŠENIE DOMÁCEJ ÚLOHY 10

- Pri výkone $P = 200 \text{ MW}$ sa za čas $\Delta t = 3 \text{ roky}$ vygeneruje energia $E = P\Delta t$. Pri jednej reakcii sa uvoľní energia $E_0 = 200 \text{ MeV}$. Počet reakcií je teda

$$N = \frac{P\Delta t}{E_0}$$

Ked'že sa jedná o polovicu zásob, pôvodne ich bolo dvakrát toľko. Celková hmotnosť uránu ${}^{235}\text{U}$ je potom

$$M({}^{235}\text{U}) = 2N \cdot 235u = 461 \text{ kg}$$

- Ked'že sa za čas $t_g = 1 \text{ ms}$ vymení celá generácia, potrebujeme toľko voľných neutrónov, aby svojou prítomnosťou vygenerovali energiu $E = Pt_g$. Ked'že sa pri jednej reakcii uvoľní energia $E_0 = 200 \text{ MeV}$, dostaneme počet neutrónov

$$N = \frac{Pt_g}{E_0} = 1.56 \cdot 10^{16}$$

- Najskôr musíme určiť, kol'ko atómov deutéria máme vo vzorke

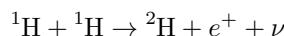
$$N = \frac{mN_A}{M({}^2\text{H})} = 2.99 \cdot 10^{26}$$

Na každú reakciu sa spotrebujú dva atómy a uvoľní sa energia $Q = 3.27 \text{ MeV}$. Dokopy tak z 1 kg deutéria dostaneme energiu

$$E = \frac{NQ}{2} = 7.8 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

Podľa webu odyssee-mure.eu bola priemerná ročná spotreba jednej domácnosti na Slovensku v roku 2019 3.092 MWh, takže vzorka deutéria by dokázala zásobovať takúto domácnosť po dobu 7036 rokov.

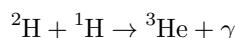
- Začnime tým, že si napišeme chemické reakcie, ktoré tu prebiehajú:



V celom procese sa však jedná o jadrá a nie atómy, takže vo všetkých prípadoch musíme odčítať aj hmotnosti elektrónov. Hmotnosť neutrína môžme zanedbať, a tak pre energiu reakcie dostávame:

$$Q = (2(m({}^1\text{H}) - m_e) - m_e - (m({}^2\text{H}) - m_e)) c^2 = 0.4199 \text{ MeV}$$

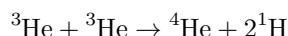
Ďalšia reakcia je



Pre túto reakciu dostávame uvoľnenú energiu

$$Q = ((m({}^2\text{H}) - m_e) + (m({}^1\text{H}) - m_e) - (m({}^3\text{He}) - 2m_e)) c^2 = 5.49 \text{ MeV}$$

Poslednou reakciou je



Energia posledného kroku bude

$$Q = (2(m({}^3\text{He}) - 2m_e) - 2(m({}^1\text{H}) - m_e) - (m({}^4\text{He}) - 2m_e)) c^2 = 12.9 \text{ MeV}$$

5. (a) Pri jednom protón-protónovom cykle sa vyprodukujú 2 neutrína, zároveň sa pri tom uvoľní energia 26.7 MeV . Už nám teda chýba iba celkový výkon Slnka. Ten si vieme určiť pomocou Stefan-Boltzmannovho zákona opisujúceho žiarenie čierneho telesa (čo sme preberali na prvom cvičení):

$$P = \sigma 4\pi R^2 T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} 4\pi (695700 \text{ km})^2 (5772 \text{ K})^4 = 3.826 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Množstvo produkovaných neutrín za sekundu je teda

$$R_0 = 2 \frac{P}{Q} = 1.789 \cdot 10^{38} \text{ s}^{-1}$$

- (b) Všetky tieto neutrína sú produkované rovnomerne do všetkých smerov. Vo vzdialosti $d = 1.477 \cdot 10^8 \text{ km}$ dopadá na plochu 1 m^2 počet neutrín

$$R = R_0 \frac{1 \text{ m}^2}{4\pi d^2} = 6.53 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$