Kvantová, atómová a subatómová fyzika

Kvantové technológie

Meranie spinu 1/2

Dva možné stavy s rôznymi priemetmi spinu na os *z*

$$|\uparrow_z\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad |\downarrow_z\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Povolené sú aj superpozície

$$|\psi\rangle = a\,|\uparrow_z\rangle + b\,|\downarrow_z\rangle = a\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$$

Operátor priemetu spinu na os *z*

$$\hat{s}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$$

$|\uparrow_z\rangle$ a $|\downarrow_z\rangle$ sú vlastné stavy operátora $\hat{s}_z$

Skalárny súčin a normalizácia

Bra vektory

$$\langle\uparrow_z| = (1\ 0) \qquad \langle\downarrow_z| = (0\ 1)$$

Superpozícia bra vektorov

$$\langle\psi| = a^* \langle\uparrow_z| + b^* \langle\downarrow_z| = (a^*\ b^*)$$

Normalizácia stavu

$$\langle\psi|\psi\rangle = (a^*\ b^*) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = |a|^2 + |b|^2 = 1$$

Priemet spinu v iných smeroch

Operátory spinu spĺňajú komutačné vzťahy a musia mať vlastné hodnoty $\pm\hbar/2$

$$[\hat{s}_x, \hat{s}_y] = i\hbar\hat{s}_z \qquad [\hat{s}_z, \hat{s}_x] = i\hbar\hat{s}_y \qquad [\hat{s}_y, \hat{s}_z] = i\hbar\hat{s}_x$$

Riešením sú Pauliho matice násobené $\hbar/2$

$$\hat{s}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{s}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{s}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Vlastné stavy pre priemet spinu na os *x*

$$|\uparrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow_z\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow_z\rangle$$

$$|\downarrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow_z\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow_z\rangle$$

Operátor spinu v ľubovoľnom smere

Smer daný jednotkovým vektorom

$$\vec{n} = (\sin\vartheta\ \cos\varphi, \sin\vartheta\ \sin\varphi, \cos\vartheta)$$

Operátor priemetu spinu vo vybranom smere

$$\hat{s}_n = \vec{n}\vec{\hat{s}} = \sin\vartheta\ \cos\varphi\hat{s}_x + \sin\vartheta\ \sin\varphi\hat{s}_y + \cos\vartheta\hat{s}_z$$

$$\hat{s}_n = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta e^{-i\varphi} \\ \sin\vartheta e^{i\varphi} & -\cos\vartheta \end{pmatrix}$$

Meranie spinu

Pripomienka: **meranie mení kvantový stav!**

Príklad: majme stav $|\uparrow_z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow_x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow_x\rangle$ a merajme jeho s_x

Meranie zmení stav na $|\uparrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow_z\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow_z\rangle$ s ppodobnosťou 1/2

alebo $|\downarrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow_z\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\downarrow_z\rangle$ s ppodobnosťou 1/2

V druhom meraní merajme s_z

Môžeme namerať $|\uparrow_z\rangle$ s ppodobnosťou 1/2

alebo $|\downarrow_z\rangle$ s ppodobnosťou 1/2

Celkovo máme pravdepodobnosť 1/2 x 1/2 = 1/4, že sa $|\uparrow_z\rangle$ zmení na $|\downarrow_z\rangle$.

Kvantový bit (qubit)

Základná jednotka informácie (v klasickom počítači): bit = 0 alebo 1

Kvantový bit (qubit): $|q\rangle = a\,|0\rangle + b\,|1\rangle \qquad a, b \in \mathbb{C}$

(Niektoré) možné realizácie:

	štandardná báza	Hadamartova báza
spin 1/2	$\|1\rangle = \|\downarrow_z\rangle \quad \|0\rangle = \|\uparrow_z\rangle$	$\|+\rangle = \|\uparrow_x\rangle \quad \|-\rangle = \|\downarrow_x\rangle$
polarizácia fotónu	$\|1\rangle = \|\mathrm{zvislo}\rangle$ $\|0\rangle = \|\mathrm{vodorovne}\rangle$	$\|+\rangle = \|/\rangle \quad \|-\rangle = \|\backslash\rangle$

alebo inak…

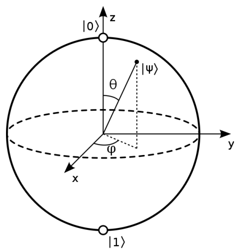
Blochova sféra - grafické znázornenie qubitov

Stav qubitu môžeme písať aj ako

$$|q\rangle = a\,|0\rangle + b\,|1\rangle = e^{i\xi}\left(\cos\frac{\vartheta}{2}\,|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\vartheta}{2}\,|1\rangle\right)$$

Celková fáza ξ je irelevantná

Uhly ϑ a φ úplne charakterizujú qubit



Každému izolovanému qubitu zodpovedá konkrétny bod na **Blochovej sfére.**

Zmena qubitu sa dá chápať ako rotácia stavu v priestore parametrov, teda na Blochovej sfére.

Veta o zákaze klonovania

Nie je možné vyrobiť nezávislú a identickú kópiu
ľubovoľného neznámeho kvantového stavu.
[William K Wooters, Wojciech H Žurek, Nature 299 (1982) 802]

Dôkaz

Predpokladajme existenciu zariadenia (a operátora) na klonovanie, ktoré pôsobí na stav vákua.

$$\hat{T}: \quad \hat{T}\,|\psi\rangle\,|0\rangle = |\psi\rangle\,|\psi\rangle\ , \quad \hat{T}\,|\phi\rangle\,|0\rangle = |\phi\rangle\,|\phi\rangle$$

V kvantovej mechanike musí byť operátor lineárny.

$$\begin{aligned}\hat{T}\,(a\,|\psi\rangle + b\,|\phi\rangle)\,|0\rangle &= a\hat{T}\,|\psi\rangle\,|0\rangle + b\hat{T}\,|\phi\rangle\,|0\rangle \\ &= a\,|\psi\rangle\,|\psi\rangle + b\,|\phi\rangle\,|\phi\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{T}\,(a\,|\psi\rangle + b\,|\phi\rangle)\,|0\rangle &= (a\,|\psi\rangle + b\,|\phi\rangle)\,(a\,|\psi\rangle + b\,|\phi\rangle) \\ &= a^2\,|\psi\rangle\,|\psi\rangle + b^2\,|\phi\rangle\,|\phi\rangle + ab\,|\psi\rangle\,|\phi\rangle + ba\,|\phi\rangle\,|\psi\rangle\end{aligned}$$

Výsledky sú rovnaké len pre $a = b = 0$

Kvantová kryptografia

Základná požiadavka: spoločný šifrovací kľúč = binárny reťazec

príklad kľúča: 00110101101011011011011100010101
príklad šifry: zmeň bit na mieste, kde je kľúč 0

správa	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
kľúč	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
zašifrované	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**

Stačí zabezpečiť privátnu distribúciu kľúča, ktorý bude známy len komunikujúcim stranám. Toto rieši kvantová kryptografia. Potom sa šifrované správy môžu posielať klasickým kanálom.

Protokol BB84 - bezpečná distribúcia kľúča

[Charles H Bennet, Gilles Brassard: Proc. IEEE Int. Conf. Computers, Systems, and Signal Processing, Bangalore, India, 1984, p. 175]

komunikácia: Alica → Bob

budeme používať značenie (inšpirované polarizáciou fotónu):

štandardná báza: +

$$1 = |1\rangle = |\text{zvislo}\rangle$$

$$0 = |0\rangle = |\text{vodorovne}\rangle$$

Hadamartova báza: X

$$1 = |1\rangle = |+\rangle = |/\rangle$$

$$0 = |0\rangle = |-\rangle = |\backslash\rangle$$

Protokol BB84 - základná distribúcia kľúča

1. Alica generuje sadu náhodných báz a v nich náhodných qubitov a posiela ich Bobovi
2. Bob zachytáva qubity a meria ich. Pre každé meranie náhodne zvolí bázu a zmeria hodnotu qubitu. Ak zvolí rovnakú bázu ako Alica, zmeria rovnakú hodnotu qubitu. Ak zvolí inú bázu, výsledok merania je 0 alebo 1 s rovnakou pravdepodobnosťou.
3. Alica a Bob si porovnajú **bázy**, ktoré použili a vyznačia si zhodu.
4. Zdieľaný kľúč tvoria qubity, pri ktorých bola báza rovnaká.

Alicine bázy	x	+	+	x	x	+	+	+	x	x	+	+	x	+	x	+
Alicine qubity	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
Bobove bázy	x	x	x	x	+	+	+	x	+	+	+	x	x	x	+	+
Bobove qubity	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
zhoda	✔			✔		✔	✔				✔		✔			✔
kľúč	**1**			**0**		**0**	**0**				**0**		**1**			**1**

Alicine bázy	x	x	+	+	+	x	x	+	x	+	+	+	x	+	+	x
Alicine qubity	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
Bobove bázy	+	+	x	x	+	+	+	+	+	x	x	+	+	x	x	x
Bobove qubity	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
zhoda					✔			✔				✔				✔
kľúč					**0**			**1**				**1**				**1**

Protokol BB84 - vplyv odpočúvania

5. Eva zachytáva Alicine qubity a snaží sa ich merať. Bázu však musí voliť náhodne, lebo ju nepozná.
6. Ak Eva zvolí odlišnú bázu ako Alica, jej meranie zmení stav! Eva pritom nemôže urobiť klon stavu a merať na ňom (veta o zákaze).
7. Bob meria tak ako predtým, aj bázy si môžu s Alicou porovnať tak ako predtým. Eva môže odpočúvať túto komunikáciu.
8. Ak Eva zmenila akceptovaný qubit, majú Alica a Bob odlišné kľúče.

Alicine bázy	x	+	+	x	x	+	+	+	x	x	+	+	x	+	x	+	x	x	+	+	+	x	x	+	x	+	+	+	x	+	+	x
Alicine qubity	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
Evine bázy	x	+	x	+	x	x	+	+	x	+	x	+	+	+	x	x	+	x	+	x	+	+	x	x	x	+	+	+	+	x	+	x
Evine qubity	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
Bobove bázy	x	x	x	x	+	+	+	x	+	+	+	x	x	x	+	+	+	+	x	x	+	+	+	+	+	x	x	+	+	x	x	x
Bobove qubity	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
zhoda	✔			✔		✔	✔				✔		✔			✔					✔			✔				✔				✔
kľúč Alica	**1**			**0**		**0**	**0**				**0**		**1**			**1**					**0**			**1**				**1**				**1**
kľúč Bob	**1**			**0**		**1**	**0**				**1**		**1**			**0**					**0**			**1**				**1**				**1**

Protokol BB84 - odhalenie odpočúvania

9. Alica a Bob si porovnajú (obmedzený počet) *n* bitov. Ak nájdu odlišný bit, **odhalili odpočúvanie**! (A nebudú používať tento kľúč!)

Pravdepodobnosť, že Eva *bude odhalená* pri 1 porovnanom bite: 1/4
{1/2 (že E meria v inej báze ako A) x 1/2 (B nameria opačne ako A)}

Pravdepodobnosť, že Eva *ostane utajená* pri *n* porovnaných bitoch: $3/4^n$

Pravdepodobnosť **odhalenia** odpočúvania: $P = 1 - (3/4)^n$

Alicine bázy	x	+	+	x	x	+	+	+	x	x	+	+	x	+	x	+	x	x	+	+	+	x	x	+	x	+	+	+	x	+	+	x
Alicine qubity	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
Evine bázy	x	+	x	+	x	x	+	+	x	+	x	+	+	+	x	x	+	x	+	x	+	+	x	x	x	+	+	+	+	x	+	x
Evine qubity	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
Bobove bázy	x	x	x	x	+	+	+	x	+	+	+	x	x	x	+	+	+	+	x	x	+	+	+	+	+	x	x	+	+	x	x	x
Bobove qubity	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
zhoda	✔			✔		✔	✔				✔		✔			✔					✔			✔				✔				✔
kľúč Alica	**1**			**0**		**0**	**0**				**0**		**1**			**1**					**0**			**1**				**1**				**1**
kľúč Bob	**1**			**0**		**1**	**0**				**1**		**1**			**0**					**0**			**1**				**1**				**1**

Operácie na (klasických) bitoch - hradlá (gates)

NOT

0	1	1	0
1	**0**	**0**	**1**

OR

0	1	1	0
1	1	0	0
1	**1**	**1**	**0**

AND

0	1	1	0
1	1	0	0
0	**1**	**0**	**0**

XOR

0	1	1	0
1	1	0	0
1	**0**	**1**	**0**

SÚČET

	0	1	1	1	0
	1	1	1	0	0
1	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**

SÚČIN

				0	1	1	0	6
				1	1	0	0	12
				0	0	0	0	
			0	0	0	0		
		0	1	1	0			
	0	1	1	0				
	1	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	72

Operácie na qubitoch - kvantové hradlá (quantum gates)

V kvantovej mechanike môžeme na qubit aplikovať akýkoľvek unitárny operátor. Príslušnú transformáciu stavu vieme znázorniť ako rotáciu na Blochovej sfére. (Unitárny operátor je taký, ktorý zachováva správnu normalizáciu stavu.)

Pauliho matice σ_i

$$-\boxed{X}- = -\boxed{\neg}- = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad -\boxed{Y}- = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad -\boxed{Z}- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$-\boxed{\sqrt{\neg}}- = \sqrt{\mathrm{NOT}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{pmatrix}$$

Hadamartov operátor

$$-\boxed{H}- = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Identita

$$-\boxed{I}- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Príklad použitia (zmeny stavu)

$$|\psi\rangle -\boxed{H}-\boxed{X}- = \hat{X}\hat{H}|\psi\rangle$$

"otočenie" spinu do smeru *x* a negácia stavu

Kvantové previazanie

Môže k nemu dôjsť, ak sú dve alebo viac častíc navzájom ovplyvnené jedna druhou. V takom prípade sú spoločne popísané **jedným** kvantovým stavom, a nie každá zvlášť.

Príklad: rozpad častice so spinom 0 na dve častice so spinom 1/2.

Celkový spin musí byť 0, ale nevieme, aký spin letí na akú stranu.

Vlnová funkcia v spinovej časti musí byť

$$|\psi^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|{\uparrow_{\text{right}}}\rangle|{\downarrow_{\text{left}}}\rangle + |{\downarrow_{\text{right}}}\rangle|{\uparrow_{\text{left}}}\rangle\Big)$$

alebo

$$|\psi^{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|{\uparrow_{\text{right}}}\rangle|{\downarrow_{\text{left}}}\rangle - |{\downarrow_{\text{right}}}\rangle|{\uparrow_{\text{left}}}\rangle\Big)$$

Konečný stav sa nedá zapísať len ako jednoduchý súčin stavov jednotlivých qubitov. Takého stavy nazývame **previazané** (entangled).

Bellove stavy

Sada úplne previazaných stavov, ktorá tvorí **Bellovu bázu** systému 2 qubitov

$$|\phi^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_A\rangle|0_B\rangle + |1_A\rangle|1_B\rangle\right) \qquad |\psi^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_A\rangle|1_B\rangle + |1_A\rangle|0_B\rangle\right)$$

$$|\phi^{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_A\rangle|0_B\rangle - |1_A\rangle|1_B\rangle\right) \qquad |\psi^{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_A\rangle|1_B\rangle - |1_A\rangle|0_B\rangle\right)$$

V Bellových stavoch môžeme pri meraní na jednom qubite dostať 0 aj 1.

Merania na jednotlivých qubitoch vedú na vlastné stavy, ktoré tvoria **základnú bázu:**

$$|00\rangle = |0_A\rangle|0_B\rangle \qquad |10\rangle = |1_A\rangle|0_B\rangle$$

$$|01\rangle = |0_A\rangle|1_B\rangle \qquad |11\rangle = |1_A\rangle|1_B\rangle$$

Kvantová teleportácia

Spôsob, ako na inom mieste urobiť kópiu qubitu. Veta o zákaze klonovania vyžaduje, aby pôvodný qubit zanikol.

Úloha: Alica má stav $|q_A\rangle = a|0_A\rangle + b|1_A\rangle$
a chce ho preniesť Bobovi.
(*a,b* a priori nepoznáme, index *A* znamená, že stav je u Alice)

Podmienka: Alica a Bob musia zdieľať úplne previazaný stav (každý má z neho jeden qubit). Môže to byť ktorýkoľvek Bellov stav. Zvoľme ϕ^+ (indexy ukazujú, u koho sa daný qubit nachádza) a máme stav 3 qubitov

$$|q_A\rangle|\phi^+\rangle = (a|0_A\rangle + b|1_A\rangle)\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_{A'}\rangle\,|0_B\rangle + |1_{A'}\rangle\,|1_B\rangle\right)$$

$$|q_A\rangle|\phi^+\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}}\,|0_A\rangle\,|0_{A'}\rangle\,|0_B\rangle + \frac{a}{\sqrt{2}}\,|0_A\rangle\,|1_{A'}\rangle\,|1_B\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}}\,|1_A\rangle\,|0_{A'}\rangle\,|0_B\rangle + \frac{b}{\sqrt{2}}\,|1_A\rangle\,|1_{A'}\rangle\,|1_B\rangle$$

Kvantová teleportácia - postup

Alice na svojich dvoch qubitoch musí zmerať Bellov stav. Tým sa jej dva qubity previažu a stav pôvodného qubitu $|q_A\rangle$ zanikne. Systém skolabuje do jedného zo štyroch stavov, v ktorých superpozícii sa nachádzal:

$$|q_A\rangle|\phi^+\rangle = \frac{1}{2}\left|\phi_A^+\right\rangle(a\,|0_B\rangle + b\,|1_B\rangle) + \frac{1}{2}\left|\phi_A^-\right\rangle(a\,|0_B\rangle - b\,|1_B\rangle) + \frac{1}{2}\left|\psi_A^+\right\rangle(b\,|0_B\rangle + a\,|1_B\rangle) - \frac{1}{2}\left|\psi_A^-\right\rangle(b\,|0_B\rangle - a\,|1_B\rangle)$$

Alica pošle Bobovi informáciu, ktorý zo štyroch Bellovych stavov zmerala.

Ak Alica našla $\left|\phi_A^+\right\rangle$ Bob na svoj qubit aplikuje $\hat{1}$

Ak Alica našla $\left|\phi_A^-\right\rangle$ Bob na svoj qubit aplikuje $\hat{Z}$

Ak Alica našla $\left|\psi_A^+\right\rangle$ Bob na svoj qubit aplikuje $\hat{X}$

Ak Alica našla $\left|\psi_A^-\right\rangle$ Bob na svoj qubit aplikuje $\hat{Y}$

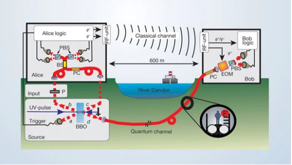
V každom prípade Bob získa stav $(a\,|0_B\rangle + b\,|1_B\rangle)$ ktorý u Alice zanikol

Kvantová teleportácia - realizácia

Návrh 1993: Bennet, Brassard, Crepeau, Josza, Peres, Wooters

Prvá realizácia 1997: Sandu Popescu, Anton Zeilinger

2004: teleportácia 600 cez Dunaj vo Viedni (Zeilinger), použité fotóny



[R. Ursin et al., Nature 430, 849 (2004)]

2012: teleportácia 143 km na Kanárskych ostrovoch (Zeilinger)

2015: teleportácia viacerých stupňov voľnosti, Hefei, Čína, Chao-Yang Lu, Jian-Wei Pan

Maticová reprezentácia základnej bázy

Maticová reprezentácia základnej bázy pre 2 qubity

$$|ba\rangle = \begin{pmatrix} b_0 \times \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \\ b_1 \times \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 a_0 \\ b_0 a_1 \\ b_1 a_0 \\ b_1 a_1 \end{pmatrix}$$

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

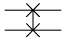
$$|10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Podobne je zostavená základná báza aj pre stavy z viacerých qubitov

Hradlá pre viacero qubitov

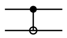
Hradlá môžu prijímať aj viacero qubitov (matice sa vzťahujú na základnú bázu)

Príklady:

SWAP 

vymieňa stavy dvoch qubitov

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CNOT 

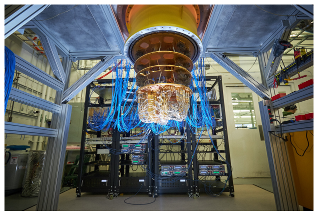
neguje stav $|a\rangle$, ak je $|b\rangle$ v stave 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

… a iné. Kvantové algoritmy sa zostavujú z takýchto hradiel.

Kvantové počítače

- Špeciálne algoritmy!
- (Napríklad Shorov algoritmus na faktorizáciu (veľkých) čísel. Relevantné na prelomenie šifrovania v RSA algoritme.)
- Qubity sú obvykle realizované supravodivými obvodmi.
  (IBM, Google, Honeywell, Microsoft, … - v roku 2024 do 127 qubitov)
- Je možné navrhnúť vlastný kvantový algoritmus a poslať ho do IBM.
- Dosiahnutá **kvantová prevaha** (quantum supremacy): kvantový počítač rieši vybrané problémy rýchlejšie ako klasický. [Jiuzhang, Čína, fotónové qubity, 2020]



Procesor Sycamore (Google), inštalovaný v kryostate.
Bol použitý na demonštráciu kvantovej prevahy a na veľké výpočty v kvantovej chémii.