

Kvantová, atómová a subatómová fyzika

ROTÁTOR A ATÓM VODÍKA

ILUSTRACNÉ PROBLÉMY

27.10.2021

Príklad 1. Aké bude rotačné spektrum molekuly HCl, ak vzdialenosť medzi jadrami H a Cl je asi 0,1 nm?

Príklad 2. Niektoré najnižšie vlnové funkcie atómu vodíka $\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ majú tvar kde a_0 je Bohrov polomer.

$$\begin{aligned}\psi_{1,0,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{a_0^{3/2}} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right), \\ \psi_{2,0,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\sqrt{2}a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right), \\ \psi_{2,1,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{6}}{2} \cos\theta \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right), \\ \psi_{2,1,1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i\varphi} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right), \\ \psi_{2,1,-1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\varphi} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right), \\ \psi_{3,0,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{81\sqrt{3}a_0^{3/2}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right), \\ \psi_{3,1,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{6}}{2} \cos\theta \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right), \\ \psi_{3,1,\pm 1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\varphi} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right), \\ \psi_{3,2,0} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{10}}{4} (3\cos^2\theta - 1) \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right), \\ \psi_{3,2,\pm 1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\varphi} \frac{\sqrt{15}}{2} \sin\theta \cos\theta \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right), \\ \psi_{3,2,\pm 2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i2\varphi} \frac{\sqrt{15}}{2} \sin^2\theta \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right),\end{aligned}$$

Nakreslite radiálne hustoty pravdepodobnosti a hustoty pravdepodobnosti ako funkcie θ .

Príklad 3. Aká je pravdepodobnosť, že v atóme vodíka nájdeme elektrón vo vzdialenosti väčšej ako $a_0/2$ a menšej ako $3a_0/2$ od jadra atómu?

Príklad 4. V ktorej vzdialenosti od protónu je maximálna pravdepodobnosť nájsť elektrón v atóme vodíka v stave $2p$?

Príklad 5. Sčítajte všetky tri hustoty pravdepodobnosti pre stavy $2p$ a ukážte, že výsledok je sféricky symetrický.

Príklad 6. Kolimovaný zväzok atómov sodíka vychádzajúci z piecky s teplotou $T = 500$ K prechádza Sternovým-Gerlachovým (SG) magnetom. Zväzok sa pohybuje v smere osi x , nehomogénne magnetické pole má smer osi z a platí

$$\frac{dB}{dz} = 5 \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}. \quad (1)$$

Dĺžka magnetu je 0,5 m a rýchlostným selektorom boli vybrané len atómy, ktorých kinetická energia sa rovná $\frac{3}{2}kT$. Odhadnite výchylky atómov s projekciami $s_z = \pm\hbar/2$ od pôvodného smeru.

Príklad 7. Protón aj elektrón majú oba spinové kvantové číslo rovné $1/2$. Situáciu si môžeme predstaviť tak, že oba sa správajú ako malé magnety. Elektrón sa teda pohybuje v magnetickom poli protónu (alebo naopak). V základnom stave atómu vodíka ($n = 1, l = 0$) existujú dva stavy, ktoré sa líšia tak, že sú oba spiny orientované súhlasne alebo nesúhlasne. Ak atóm preklopí jeden zo spinov a prejde zo stavu s vyššou energiou do stavu s nižšou energiou, emituje pritom elektromagnetické vlnenie s vlnovou dĺžkou 21 cm. Takéto vlnenie zaznamenávajú rádioastronómovia, ako prichádza z hlbokého vesmíru. Aké je efektívne magnetické pole, ktoré pôsobí na elektrón?

Príklad 8. Vonkajšie striedavé magnetické pole s frekvenciou 34 MHz pôsobí na vzorku obsahujúcu vodíkové atómy. Magnetickú rezonanciu pozorujeme pri veľkosti vonkajšieho magnetického poľa 0,78 T. Vypočítajte veľkosť indukcie lokálneho magnetického poľa, ktoré tvoria atómy susediace s preklopivšími sa protónmi. Predpokladajte, že lokálne magnetické pole a vonkajšie magnetické pole sú rovnobežné.